TÜBİTAK

ORTAÖĞRETİM ÖĞRENCİLERİ ARASI ARAŞTIRMA PROJELERİ YARIŞMASI (2008–2009)

ORTİK ÜÇGEN ve EŞ ÖZELLİKLİ NOKTALAR

Projeyi Hazırlayan Öğrencilerin

Adı Soyadı	**:**	Sinem ÇAKIR
Sınıf ve Şubesi	**:**	11-A
Adı Soyadı	**:**	Funda ERDİ
Sınıf ve Şubesi	**:**	11-A
Okulun Adı	:	Eskişehir Fatih Fen Lisesi
Danışman Öğretmen	**:**	Osman EKİZ

ESKİŞEHİR
2009

ÖZET

Üçgenlerin kendilerine has özel noktaları mevcuttur. Bir lise öğrencisi üçgenin ağırlık merkezi, çevrel çemberinin merkezi, iç teğet çemberinin merkezi gibi bazı özel noktalarını ve bu noktalar arasındaki ilişkileri geometri derslerinde öğrenir. Ancak lise müfredatında bu noktaların sayısı bir elin parmakları sayısını geçmez. Ancak günümüzde üçgenlere has yüzlerce özel nokta tanımlanmış, bu noktalar arasındaki ilginç ilişkiler ortaya konmuştur.

Bir üçgenin yükseklik ayaklarını köşe kabul eden üçgene ortik üçgen denir. Biz bu çalışmamızda ortik üçgen yardımıyla eş özellikli nokta adını verdiğimiz noktalar tanımladık. Bu noktaların kendine has özelliklerini ortaya koyup bu özelikleri kullanarak kendi aralarındaki ilişkileri ortaya çıkardık.

Çalışmamızda ele aldığımız bazı bulguların özel halleri çeşitli yarışmalarda sorulmuştur. Fakat konuyla alakalı yayınlar incelenmiş ancak ortaya koyduğumuz bulgulara benzer bulgular içeren bir çalışmaya rastlanmamıştır.

Çalışmamızda öne sürdüğümüz iddiaları genellemeden önce özel olarak seçtiğimiz noktalar için iddiamızı doğrulatmaya çalıştık. Sonuç olumlu ise Cabri Geometry 2 Plus programı kullanılarak iddiamıza uygun çizimleri yaparak doğruluğunu programa sorgulattık

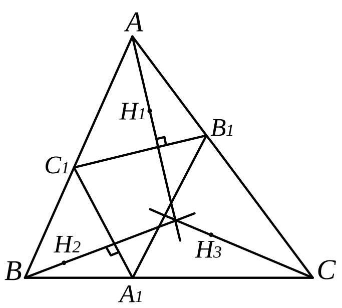
AMAÇ.

Projemizde ortik üçgen yardımıyla tanımladığımız eş özellikli noktalar ve bu noktaların özellikleri ortaya konmuştur. Ayrıca bazı problemlerin genellemesi yapılmıştır.

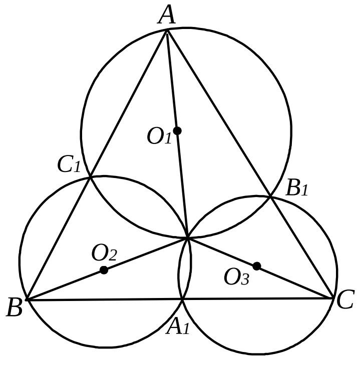
GİRİŞ.

Çalışmamızın çıkış noktasını oluşturan iki problem aşağıda problem–1 ve problem–2 olarak verilmiştir. Bu problemlerin iddiaları üçgenin özel noktaları için geçerli olup biz bu iddiaların genelleştirebileceğini düşündük. Bu düşüncemizi doğrulatmak adına eş özellikli nokta adını verdiğimiz noktalar tanımladık. Literatür taraması yaptığımızda bizim yaptığımız tanımlamaya benzer bir tanımlamaya rastlanmamış, ayrıca ortaya koyduğumuz iddialara benzer iddialarla da karşılaşılmamıştır. Dolayısıyla oldukça özgün bir çalışma ortaya koyduğumuz inancındayız.

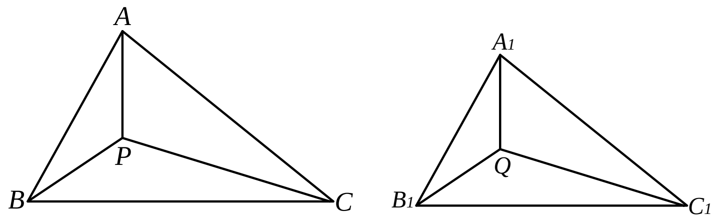
Problem–1. ABC üçgeninin BC, CA ve AB kenarları üzerindeki yükseklik ayakları sırasıyla A_1, B_1, C_1 olsun. Bu durumda AB_1C_1, A_1BC_1, A_1B_1C üçgenlerinin diklik merkezleri sırasıyla H_1, H_2, H_3 ise AH_1, BH_2, CH_3'ün noktadaş olduğunu gösteriniz.



Problem–2. ABC üçgeninin BC, CA ve AB kenarları üzerindeki yükseklik ayakları sırasıyla A_1, B_1, C_1 olsun. Bu durumda AB_1C_1, A_1BC_1, A_1B_1C üçgenlerinin çevrel çemberlerinin merkezleri sırasıyla O_1, O_2, O_3 ise AO_1, BO_2, CO_3'ün noktadaş olduğunu gösteriniz.



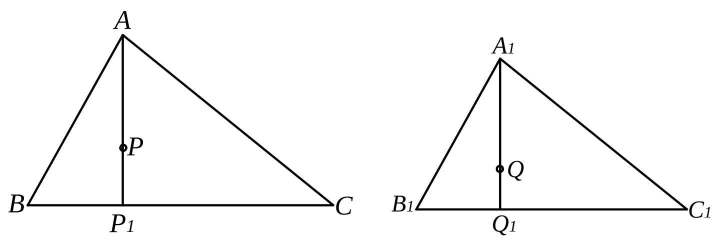
Tanım–1. $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$ ve P ve Q herhangi iki nokta olsun. Eğer $\Delta ABP \sim \Delta A_1B_1P$, $\Delta BCP \sim \Delta B_1C_1P$ ve $\Delta CAP \sim \Delta C_1A_1P$ ise P ve Q noktalarına ABC ve $A_1B_1C_1$ üçgenlerinin eş özellikli noktaları denir.



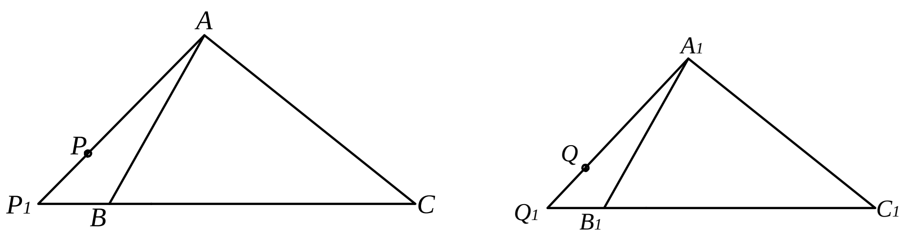
Şekil–1

Şekil-1'de P ve Q noktaları üçgenlerin iç bölgelerinde alınmıştır. Fakat bu noktalar üçgenlerin dış bölgelerinde veya üzerlerinde de seçilebilir.

Sonuç–1. Benzer iki üçgenin eş özellikli noktaları ile karşılıklı köşeleri birleştiren doğrular karşılıklı kenarları veya bu kenarların uzantılarını aynı oranda böler.



Şekil.2 – a

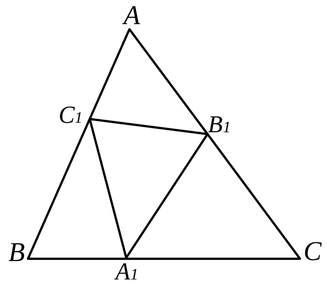


Şekil.2 – b

Kanıt: $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$ olup P ve Q noktaları bu üçgenlerin eş özellikli noktaları olsun. P ve Q noktaları Şekil.2 – a'da üçgenlerin iç bölgesinde Şekil.2 – b'de dış bölgelerinde seçilmiştir. AP ve A_1Q kesenleri BC ve B_1C_1'i sırasıyla P_1 ve Q_1'de kesin. Tanım gereği $m(BAP_1) = m(B_1A_1Q_1)$ ve $m(CAP_1) = m(C_1A_1Q_1)$ olacaktır. Bu durumda $\Delta BAP_1 \sim \Delta B_1A_1Q_1$ ve $\Delta CAP_1 \sim \Delta C_1A_1Q_1$ olur. Bu durumda

$\frac{BA}{B_1A_1} = \frac{BP_1}{B_1Q_1}$ ve $\frac{CA}{C_1A_1} = \frac{CP_1}{C_1Q_1}$ dir. $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$ olduğundan $\frac{BA}{B_1A_1} = \frac{CA}{C_1A_1}$ olur ki bu ise $\frac{BP_1}{B_1Q_1} = \frac{CP_1}{C_1Q_1}$ olduğunu gösterir. Dolayısı ile $\frac{BP_1}{CP_1} = \frac{B_1Q_1}{C_1Q_1}$ olacaktır. Benzer şekilde BP ve B_1Q kesenleri AC ve A_1C_1'i, CP ve C_1Q kesenleri AB ve A_1B_1'i, aynı oranda bölecektir.

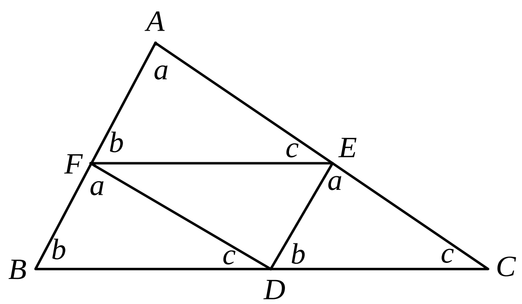
Tanım–2. Bir üçgenin kenarları veya uzantıları üzerinde birer nokta ile üçgenin köşelerinin belirttiği üçgenleri ele alalım.(Bkz. Şekil.3)



Şekil.3

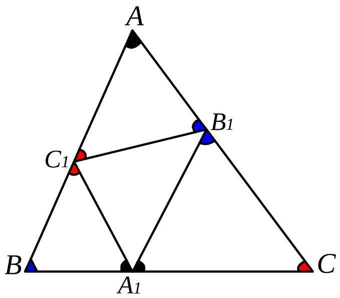
AB_1C_1, A_1BC_1, A_1B_1C üçgenleri ABC üçgenine benzer olabilir mi?

Cevabımız evet olmalıdır. Örneğin, A_1, B_1, C_1 noktaları ABC üçgenin kenar orta noktaları ise AB_1C_1, A_1BC_1, A_1B_1C üçgenleri ABC üçgenine benzer olur. $A_1B_1C_1$ üçgenine de ABC üçgeninin ***ortay üçgeni*** denir. Şekil.4'de bu duruma örnek bir çizim verilmiştir.



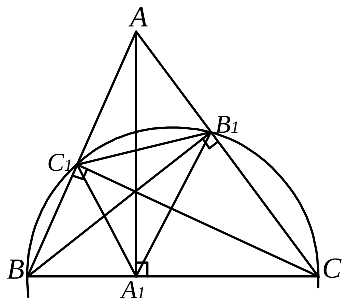
Şekil.4

Başka bir durumda şudur. ABC üçgeninin de AA_1, BB_1 ve CC_1 yükseklikler olsun. Bu durumda $\Delta ABC \sim \Delta AB_1C_1 \sim \Delta A_1BC_1 \sim \Delta A_1B_1C$ olur. $A_1B_1C_1$ üçgenine de ABC üçgeninin ***ortik üçgeni*** denir. Şekil.5'de bu duruma örnek bir çizim verilmiştir.



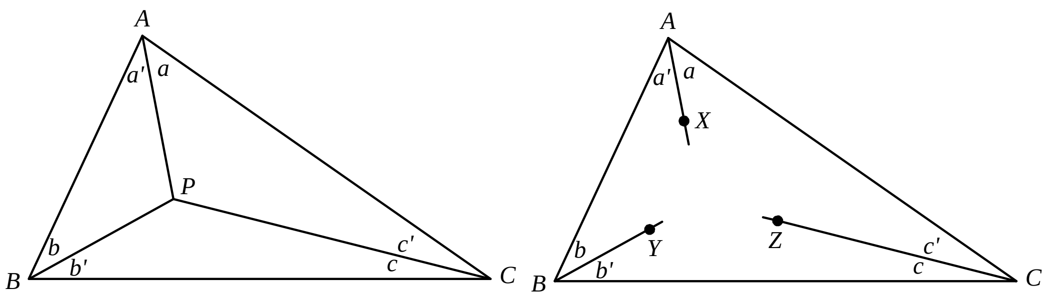
Şekil.5

$\Delta ABC \sim \Delta AB_1C_1 \sim \Delta A_1BC_1 \sim \Delta A_1B_1C$ ilişkisinin nedenine gelince



Bu durumda BC çaplı B_1 ve C_1'den geçen bir çember mevcuttur. BCB_1C_1 kiriş dörtgeni olduğundan
m(C) = $m(AC_1B_1)$ ve $m(B) = m(AB_1C_1)$ olup $\Delta ABC \sim \Delta AB_1C_1$ olur. Benzer şekilde diğer benzerlikler de gösterilebilir.

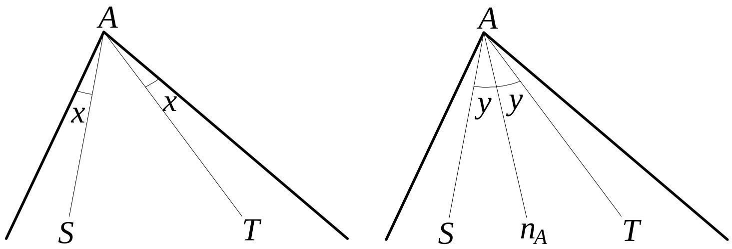
Teorem–1[Trigonometrik Seva Bağıntısı]. ABC üçgenin iç bölgesinde alınan bir P noktası için (Bkz. Şekil.6) $\frac{\sin a}{\sin a'}.\frac{\sin b}{\sin b'}.\frac{\sin c}{\sin c'}=1$ dir. Eğer $\frac{\sin a}{\sin a'}.\frac{\sin b}{\sin b'}.\frac{\sin c}{\sin c'}=1$ ise AX, BY ve CZ noktadaştır.



Şekil.6

Bu teoremin kanıtı çalışmamızı doğrudan ilgilendirmediği için verilmemiştir.

Tanım–3. Şekil.7'de AS ve AT, bir A açısının köşesinden geçen iki doğru olsun.

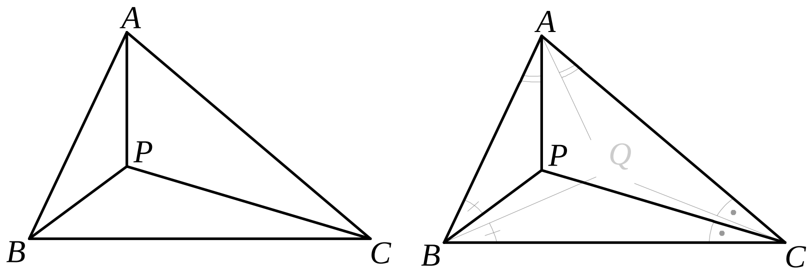


Şekil.7

Eğer bu doğrular sol şekildeki gibi açının kollarıyla aynı ölçülü açı oluşturuyorlarsa bu doğrulara ***A* açısına göre izogonal doğrular** veya ***A* açısına göre birbirlerinin izogonal eşlenikleri** denir.

Teorem–2. Bir *ABC* üçgeninin iç bölgesinde herhangi bir *P* noktası alalım ve bu noktayı üçgenin köşelerine birleştirelim. Böyle bir durumda *PA*, *PB* ve *PC*'nin izogonal eşlenikleri noktadaştır.

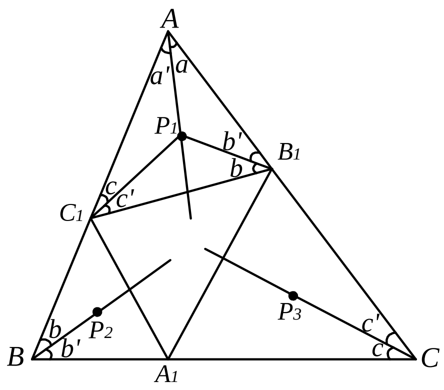
Kesiştikleri noktaya *Q* dersek *P* ve *Q* noktalarına birbirinin izogonal eşleniği olan noktalar denir.



YÖNTEM. Çalışmamızda kullanacağımız tanımlar verildi. Bulguların doğrulatılması için faydalanılan teoremler ispatsız olarak verildi. Bulgular öncelikle seçilen özel noktalar için doğrulatıldı. Bazı bulgularımız ise Cabri Geometry 2 Plus programı yardımıyla doğrulatıldı. Bu yapılanlardan sonra bulguların sentetik kanıtları ortaya kondu.

SONUÇLAR. Çalışmamızda yaptığımız tanımlamalar ve bulgularımızı doğrulatmak adına kullandığımız teoremler yukarıda verilmiş olup elde ettiğimiz sonuçlar bulgular adı altında verilmiştir.

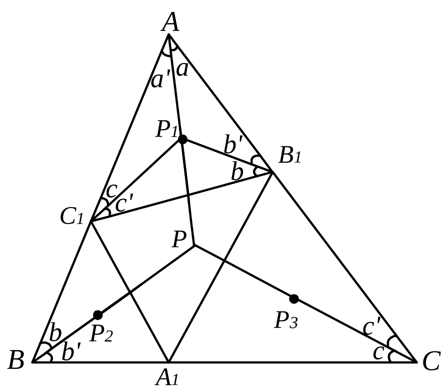
Bulgu–1. *ABC* üçgeninin ortik üçgeni $A_1B_1C_1$ olmak üzere P_1, P_2, P_3 sırasıyla AB_1C_1, A_1BC_1, A_1B_1C üçgenlerinin eş özellikli noktaları olsun. Bu durumda AP_1, BP_2, CP_3 noktadaştır.



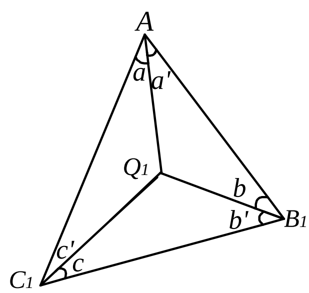
Kanıt: AB_1C_1 üçgeninde AP_1, BP_1, CP_1 kesenleri açıları şekildeki gibi bölsün. Bu durumda *T.S.B*’den $\frac{\sin a}{\sin a'}.\frac{\sin b}{\sin b'}.\frac{\sin c}{\sin c'}=1$ dir. AB_1C_1, A_1BC_1, A_1B_1C üçgenlerinde P_1, P_2, P_3 noktaları eş özellikli noktalar olduğundan BP_2 ve CP_3, B ve C açılarını şekildeki gibi bölecektir. *T.S.B*’nin karşıtı gereğince AP_1, BP_2, CP_3 noktadaştır.

Bulgu –1’deki AP_1, BP_2, CP_3’ün kesim noktasına P diyelim. P_1, P_2, P_3 noktaları ile P noktasının arasındaki ilişkiye geçelim.

Bulgu–2. ABC üçgeninin ortik üçgeni $A_1B_1C_1$ olmak üzere P_1, P_2, P_3 sırasıyla AB_1C_1, A_1BC_1, A_1B_1C üçgenlerinin eş özellikli notaları olsun. P_1, P_2, P_3 noktalarının izogonal eşlenikleri Q_1, Q_2, Q_3 olmak üzere AB_1C_1, A_1BC_1, A_1B_1C üçgenlerinin Q_1, Q_2, Q_3 noktaları ile ABC üçgeninin P noktası eş özelliklidir.



Şekil.8 – a



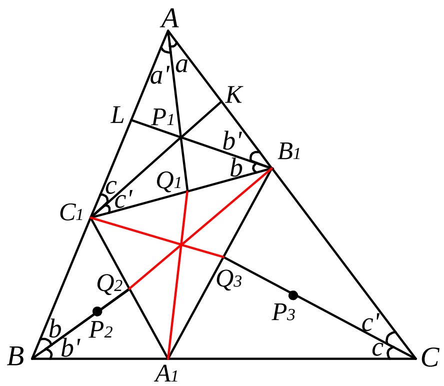
Şekil.8 – b

Kanıt: Şekil.8 – b’de AB_1C_1 üçgeninde P_1 noktasının izogonal eşleniği olan Q_1 noktası ve oluşturduğu açılar gösterilmiştir. ABC üçgeni ile AB_1C_1 üçgeni benzer olup P ve Q_1 noktalarını köşelere birleştiren doğru parçalarının oluşturduğu açılar incelenirse P ve Q_1 noktalarının ABC ve AB_1C_1 üçgenlerinin eş özellikli noktaları olduğu ortaya çıkar.

Bu bulgumuz ışığında yukarıda verdiğimiz Problem–1 ve Problem–2 tekrar ele alınırsa birinci problemde AH_1, BH_2, CH_3'ün kesim noktasının ABC üçgeninin çevrel çemberinin merkezi olduğu görülür. Çünkü bir üçgende diklik merkezi ile çevrel çemberin merkezi birbirinin izogonal eşleniği olan noktalardır.

Bulgu–3. ABC üçgeninin ortik üçgeni $A_1B_1C_1$ olmak üzere P_1, P_2, P_3 sırasıyla AB_1C_1, A_1BC_1, A_1B_1C üçgenlerinin eş özellikli notaları olsun. AP_1, BP_2, CP_3 kesenleri $A_1B_1C_1$ üçgeninin B_1C_1, C_1A_1, A_1B_1 kenarlarını sırasıyla Q_1, Q_2, Q_3 noktalarında kessin. Bu durumda A_1Q_1, B_1Q_2, C_1Q_3 noktadaştır.

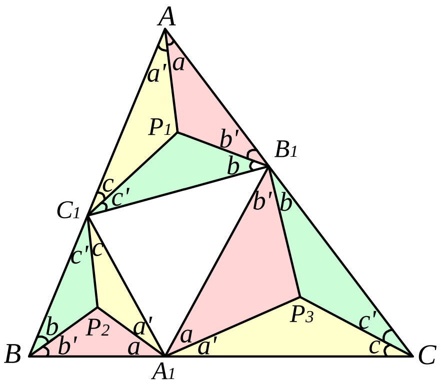
Kanıt: C_1P_1 ve B_1P_1, AB_1 ve AC_1 kenarlarını K ve L noktalarında kessin. AB_1C_1 üçgeninde seva bağıntısından $\dfrac{C_1Q_1}{Q_1B_1}.\dfrac{B_1K}{KA}.\dfrac{AL}{LC_1}=1$ dir.



AB_1C_1, A_1BC_1, A_1B_1C üçgenlerinde P_1, P_2, P_3 noktaları eş özellikli olduğundan $\dfrac{B_1K}{KA}=\dfrac{B_1Q_3}{Q_3A_1}$ ve $\dfrac{AL}{LC_1}=\dfrac{A_1Q_2}{Q_2C_1}$ olur. Bu durumda $\dfrac{C_1Q_1}{Q_1B_1}.\dfrac{B_1Q_3}{Q_3A_1}.\dfrac{A_1Q_2}{Q_2C_1}=\dfrac{C_1Q_1}{Q_1B_1}.\dfrac{B_1K}{KA}.\dfrac{AL}{LC_1}=1$ olup seva bağıntısının karşıtından A_1Q_1, B_1Q_2, C_1Q_3 kesenlerinin noktadaş olduğu ortaya çıkar.

Bulgu–4. ABC üçgeninin ortik üçgeni $A_1B_1C_1$ olmak üzere P_1, P_2, P_3 sırasıyla AB_1C_1, A_1BC_1, A_1B_1C üçgenlerinin eş özellikli notaları olsun. $\dfrac{C_1P_1}{P_1B_1}.\dfrac{B_1P_3}{P_3A_1}.\dfrac{A_1P_2}{P_2C_1}=1$

Kanıt: Eş özellikli noktaların tanımından dolayı P_1, P_2, P_3 noktalarının oluşturduğu açılar ve üçgenler şekil.9'da gösterilmiştir. Bu durumda $\Delta BP_2C_1 \sim \Delta B_1P_1C_1 \sim \Delta B_1P_3C$, $\Delta A_1P_2B \sim \Delta AP_1B_1 \sim \Delta A_1P_3B_1$, $\Delta A_1P_2C_1 \sim \Delta AP_1C_1 \sim \Delta A_1P_3C$ olup

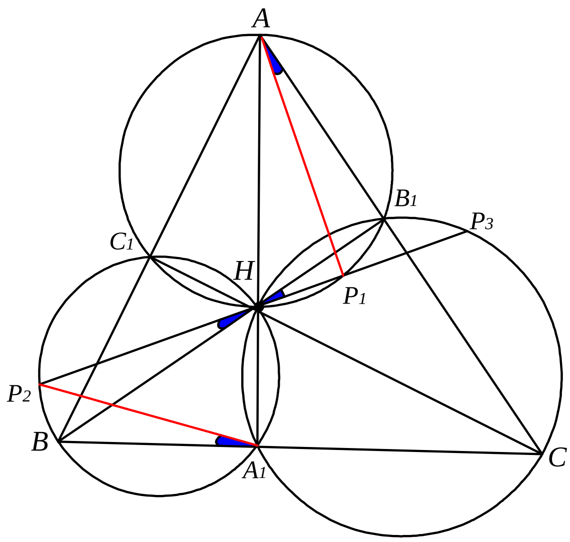


Şekil.9

$$\frac{C_1P_1}{P_1B_1}=\frac{P_2C_1}{P_2B}\,,\ \frac{B_1P_3}{P_3A_1}=\frac{P_2B}{A_1P_2}\ \text{ olup }\ \frac{C_1P_1}{P_1B_1}.\frac{B_1P_3}{P_3A_1}.\frac{A_1P_2}{P_2C_1}=\frac{P_2C_1}{P_2B}.\frac{P_2B}{A_1P_2}.\frac{A_1P_2}{P_2C_1}=1 \text{ olur.}$$

Bulgu–5. *ABC* üçgeninin ortik üçgeni $A_1B_1C_1$ olmak üzere AB_1C_1, A_1BC_1, A_1B_1C üçgenlerinin çevrel çemberleri üzerlerinde alınan eş özellikli noktalar ile *ABC* üçgeninin diklik merkezi doğrusaldır.

Kanıt: AB_1HC_1, BA_1HC_1, CB_1HA_1 dörtgenlerinde karşılıklı açılar toplamı 180^0 olduğundan bu dörtgenlerin çevrel çemberleri *ABC* üçgenin diklik merkezi *H*'de kesişir. Bu çemberler aynı zamanda AB_1C_1, A_1BC_1, A_1B_1C üçgenlerinin çevrel çemberleridir.



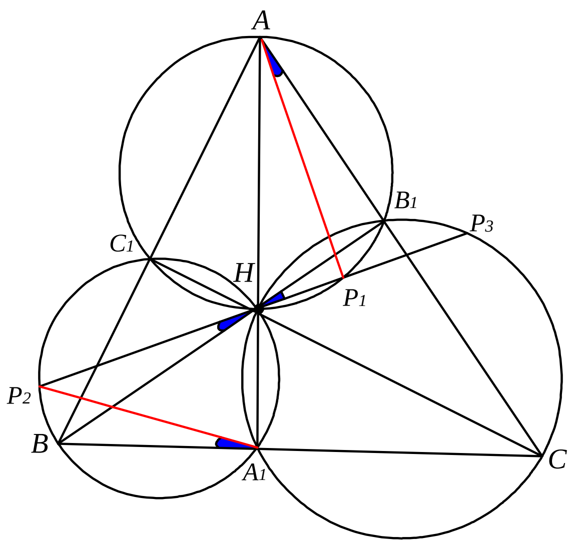
Şekil.9

A_1BC_1, A_1B_1C üçgenlerinin çevrel çemberleri üzerlerinde alınan eş özellikli noktalar sırasıyla P_2 ve P_3 olsun. Tanım gereği $m(BA_1P_2) = m(B_1A_1P_3)$ olur. Ayrıca

$m(BA_1P_2) = m(B_1HP_2)$ ve $m(B_1A_1P_3) = m(B_1HP_3)$ olduğundan $m(B_1HP_2) = m(B_1HP_3)$ olacaktır. Bu eşitlik P_2, H, P_3 noktaları doğrusaldır.

Bahis konusu bu doğru AB_1C_1 üçgeninin çevrel çemberini P_1 noktasında kessin. $m(B_1HP_3) = m(B_1HP_1) = m(B_1AP_1)$ olur. Buradan $m(BA_1P_2) = m(B_1A_1P_3) = m(B_1AP_1)$ eşitliğini elde ederiz. Bu ise P_1 noktasının P_2 ve P_3 noktaları ile eş özellikli olduğunu gösterir.

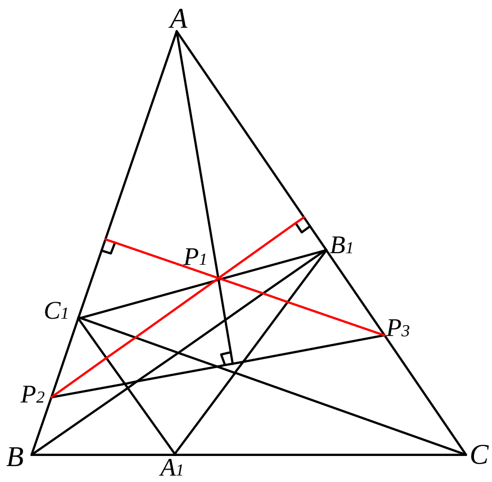
Bulgu–6. Bir önceki bulgumuzun karşıtı da doğrudur. Şöyle ki; ABC üçgeninin diklik merkezi H'den geçen doğru AB_1C_1, A_1BC_1, A_1B_1C üçgenlerinin çevrel çemberlerini P_1, P_2 ve P_3 kessin. Bu durumda P_1, P_2 ve P_3 noktaları AB_1C_1, A_1BC_1, A_1B_1C üçgenlerinin eş özellikli noktalarıdır.



Kanıt: $m(BA_1P_2) = m(B_1HP_2) = m(B_1HP_3) = m(B_1A_1P_3)$ olduğundan P_2 ve P_3 noktaları eş özelliklidir. Benzer şekilde $m(BA_1P_2) = m(B_1HP_2) = m(B_1HP_3) = m(B_1A_1P_1) = m(B_1AP_1)$ olduğundan P_1 ve P_2 noktaları eş özelliklidir.

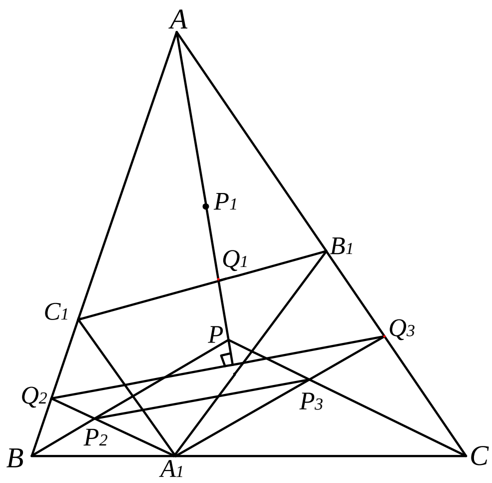
Bulgu–7. ABC üçgeninin ortik üçgeni $A_1B_1C_1$ olmak üzere AB_1C_1, A_1BC_1, A_1B_1C üçgenlerinin B_1C_1, BC_1, CB_1 kenarları veya uzantıları üzerinde sırasıyla eş özellikli P_1, P_2 ve P_3 noktaları alalım. Bu durumda AP_2P_3 üçgeninin diklik merkezi P_1 noktasıdır.

Kanıt: P_1, P_2 ve P_3 noktaları sırasıyla B_1C_1, BC_1, CB_1 üzerinde olsun. Eş özellikli nokta tanımından $\frac{C_1P_2}{BP_2} = \frac{C_1P_1}{B_1P_1}$ olup $BB_1 \parallel P_1P_2$ olur. $BB_1 \perp AC$ olduğundan $P_1P_2 \perp AC$ olur.



Benzer şekilde $P_1P_3 \perp AB$ olacaktır. Bu durumda P_1 noktası AP_2P_3 üçgeninin diklik merkezi olacaktır.

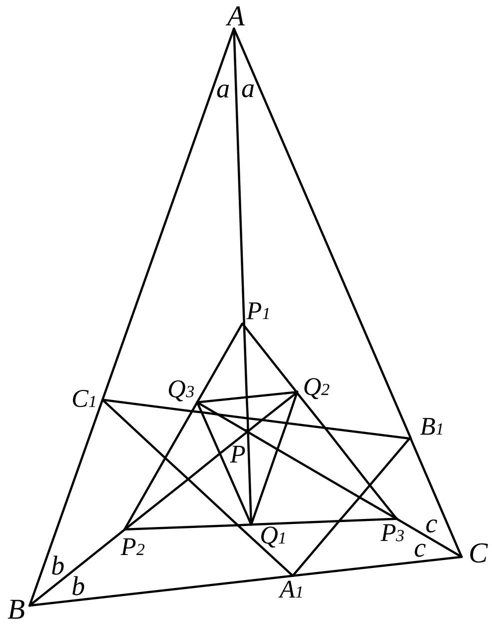
Bulgu–8. ABC üçgeninin ortik üçgeni $A_1B_1C_1$ olmak üzere P_1, P_2, P_3 sırasıyla AB_1C_1, A_1BC_1, A_1B_1C üçgenlerinin eş özellikli noktaları olsun. AP_1, BP_2, CP_3'ün kesim noktası olan P noktası $P_1P_2P_3$ üçgeninin diklik merkezidir.



Kanıt: Öncelikle $AP_1 \perp P_2P_3$ olduğunu gösterelim. A_1P_2, A_1P_3 ve AP_1, BC_1, CB_1 ve B_1C_1 kenarlarını sırasıyla Q_2, Q_3 ve Q_1 noktalarında kessin. Eş özellikli noktanın tanımından dolayı Q_2, Q_3 ve Q_1 noktaları eş özelliklidir. Bulgu – 7'den dolayı $AP_1 \perp Q_2Q_3$ olacaktır. Q_2 ve Q_3 noktaları eş özellikli olup tanım gereği $\frac{A_1P_2}{P_2Q_2} = \frac{A_1P_3}{P_3Q_3}$ olup $P_2P_3 // Q_2Q_3$ olur. Bu durumda $AP_1 \perp P_2P_3$ olacaktır.

Benzer şekilde $BP_2 \perp P_1P_3$ ve $CP_3 \perp P_1P_2$ olacağından P noktası $P_1P_2P_3$ üçgeninin diklik merkezidir.

Bulgu–9. ABC üçgeninin ortik üçgeni $A_1B_1C_1$ olmak üzere P_1, P_2, P_3 sırasıyla AB_1C_1, A_1BC_1, A_1B_1C üçgenlerinin iç teğet çemberlerinin merkezleri olsun. Bu durumda $P_1P_2P_3$ üçgeninin ortik üçgeni ABC üçgenine benzer ve kenarları ABC üçgeninin kenarlarına paraleldir.



Kanıt: Açıları şekildeki gibi isimlendirelim. $a + b + c = 90^0$ olur. $m(Q_2PC) = b + c$'dir. Bulgu – 8'den $Q_1Q_2Q_3$ üçgeni $P_1P_2P_3$ üçgeninin ortik üçgeni (*) olduğundan $P_1Q_3PQ_2$ dörtgeninde Q_3 ve Q_2 açıları 90^0 olduğundan $m(Q_3P_1Q_2) = m(Q_2PC) = b + c$ olacaktır. $P_1Q_3P_3$ dik üçgen olduğundan $m(P_1P_3Q_3) = a$ olmalıdır.

(*)'dan dolayı $P_3Q_1PQ_2$ dörtgeni kirişler dörtgeni olup $m(PQ_1Q_2) = m(P_1P_3Q_3) = a$ olur. Bu durumda AB // Q_1Q_2 olur. Benzer şekilde BC // Q_2Q_3 ve CA // Q_1Q_3 olduğu gösterilebilir. Bulduğumuz bu ilişkiler iddiamızı doğrular.

TARTIŞMA.

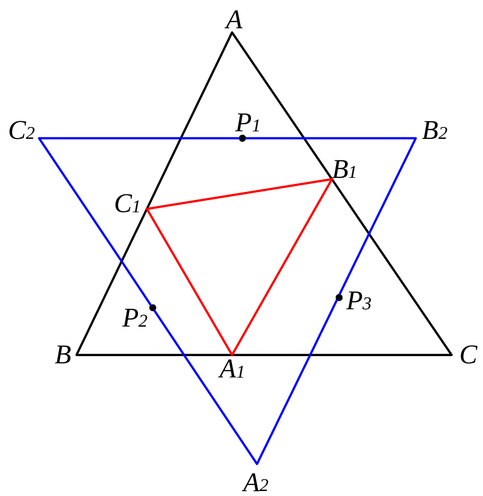
Bulgularımızda bahis konusu P_1, P_2, P_3 noktaları AB_1C_1, A_1BC_1, A_1B_1C üçgenlerinin iç bölgelerinde alınmıştır. Peki, P_1, P_2, P_3 noktaları AB_1C_1, A_1BC_1, A_1B_1C üçgenlerinin dış bölgelerinde alınsaydı iddialarımız yine de doğru olur muydu?

Biz iddialarımızın doğru olduğu kanaatindeyiz. Çünkü bulgu–1, 2 ve 8 için P_1, P_2, P_3 noktaları bahis konusu üçgenlerin dış bölgelerinde alınmış ve Cabri Geometry 2 Plus programı kullanılarak iddialarımız doğrulatılmıştır. Fakat sentetik bir kanıt ortaya konulamamıştır.

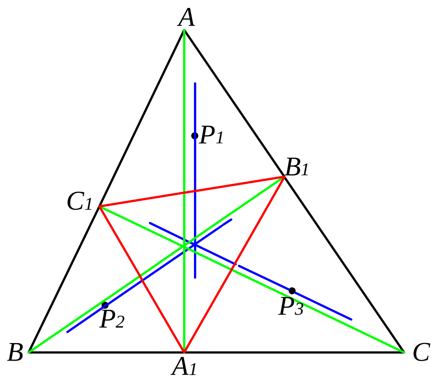
Çalışmamızda ortik üçgen yardımıyla eş özellikli nokta tanımını yaptık. Yukarıda verdiğimiz benzerlik ilişkilerini sağlayan ortay üçgen yardımıyla da benzer şekilde eş özellikli noktalar tanımlanabilir. Bu durumda da elde ettiğimiz bulgulara benzer bulgular elde edilebilir.

Yine Cabri Geometry 2 Plus programı sayesinde doğru olduğunu düşündüğümüz fakat kanıtlayamadığımız iki iddiamızı verelim.

İddia–1. ABC üçgeninin ortik üçgeni $A_1B_1C_1$ olmak üzere P_1, P_2, P_3 sırasıyla AB_1C_1, A_1BC_1, A_1B_1C üçgenlerinin eş özellikli noktaları olsun. P_1, P_2, P_3 noktalarından geçen BC, CA, AB kenarlarına paralel doğruların ikişer ikişer kesişmesiyle şekildeki $A_2B_2C_2$ üçgeninin oluşturalım. Bu durumda $\Delta ABC \cong \Delta A_2B_2C_2$'dir.



İddia–2. ABC üçgeninin ortik üçgeni $A_1B_1C_1$ olmak üzere P_1, P_2, P_3 sırasıyla AB_1C_1, A_1BC_1, A_1B_1C üçgenlerinin eş özellikli noktaları olsun. P_1, P_2, P_3 noktalarından geçen AA_1, BB_1, CC_1 yüksekliklerine paralel olan doğrular noktadaştır.



KAYNAKLAR

Honsberger R., (1995), Episodes in Nineteenth and Twentieth Century Euclidean Geometry, Washington, MAA