

2005 MOSP (Red Group) Homework

ABD de uluslararası yarışmalara hazırlanan öğrenciler için düzenlenen Math. Olimpiad Summer Program (MOSP) 2005'in Kırmızı Grup'a ait geometri problemlerini sunuyoruz. Bundan başka, Mavi Grup ve Siyah Grup olmak üzere iki grup daha mevcut.

1) $|AB|=|AC|$ olan ABC üçgeni ve çevrel çemberi çiziliyor. BC yayının A noktasını içermeyen parçası üzerinden bir D noktası alınıyor. A noktasından CD doğrusuna çizilen dikmenin ayağı E olsun. $|BD|+|DC|=2.|DE|$ olduğunu ispatlayınız.

2) ABC bir üçgen ve D , AB kenarı üzerinde bir nokta olsun. A , D noktalarından geçen w_1 çemberi AC doğrusuna A da teğettir. B , D noktalarından geçen w_2 çemberi BC doğrusuna B de teğettir. w_1 ve w_2 çemberleri E , D noktalarında kesişiyor. C noktasının, AB nin kenar orta dikmesine göre simetrisi F olsun. D , E , F noktalarının doğrusal olduğunu gösteriniz.

3) ABC üçgeninde BC kenarının orta noktası M olsun. $|AB|>|AC|$ ve BAC açısının açıortayı AL dir. M noktasından geçen ve AL doğrusuna dik olan doğru AB kenarını D noktasında kesiyor. $|AD|+|MC|$ toplamının, ABC üçgeninin yarı çevre uzunluğuna eşit olduğunu ispatlayınız.

4) ABC geniş açılı bir üçgen ve $\angle A > 90^\circ$ olsun. r ve R sırasıyla iç yarıçap ve çevrel yarıçap ise

$$\frac{r}{R} \leq \frac{a \cdot \sin A}{a+b+c}$$

olduğunu ispatlayınız.

5) ABC bir üçgen olsun. $|BD|=|AE|$ olacak şekilde D ve E noktaları sırasıyla BC ve CA doğruları üzerinden alınıyor. AD ve BE doğru parçaları P de kesişiyor. $\angle BCA$ açısının açıortayı AD ve BE doğru parçaları ile sırasıyla Q ve R noktalarında kesişiyor. İspatlayınız ki:

$$\frac{|PQ|}{|AD|} = \frac{|PR|}{|BE|}$$

6) ABC bir üçgen olsun. İspatlayınız ki:

$$\frac{a^2}{bc} + \frac{b^2}{ca} + \frac{c^2}{ab} \geq 4 \cdot \left(\sin^2 \frac{A}{2} + \sin^2 \frac{B}{2} + \sin^2 \frac{C}{2} \right)$$

7) Çember üzerindeki üç nokta ile belirlenen üç ayrık yay düşünün. Yayların orta noktalarını merkez kabul eden ve yayların uç noktalarından geçen çemberler çiziyoruz. Çizilen bu üç çemberin ortak bir noktalarının olduğunu gösteriniz.

Çeviri: L. Gökçe

www.geomania.org