$$\lim_{x \to 0} \left(\cot^2 x - \frac{1}{x^2} \right) = ?$$

ÇÖZÜM:

$$\lim_{x\to 0}(\cot^2 x - \frac{1}{x^2}) = \lim_{x\to 0}\left[\left(\frac{1}{\sin^2 x} - \frac{1}{x^2}\right) - 1\right] =$$

$$\lim_{x\to 0}\left[\left(\frac{x^2 - \sin^2 x}{x^2 \sin^2 x}\right) - 1\right] = \lim_{x\to 0}\left(\frac{x^2 - \sin^2 x}{x^2 \sin^2 x}\right) - \lim_{x\to 0} 1 =$$

$\lim_{x\to 0}\left(\frac{x^2 - \sin^2 x}{x^2 \sin^2 x}\right) = \frac{0}{0}$ olduğundan hospital kullanalım.

$\lim_{x\to 0}\left(\frac{2x - \sin 2x}{2x\sin^2 x + x^2 \sin 2x}\right) = \frac{0}{0}$ bir kez daha

$\lim_{x\to 0}\left(\frac{2 - 2\cos 2x}{2\sin^2 x + 4.x\sin 2x + 2x^2 \cos 2x}\right) = \frac{0}{0}$ 2ile sadeleştirip

1–cos2x yerine $2\sin^2 x$ yazalım.

$\lim_{x\to 0}\left(\frac{2\sin^2 x}{\sin^2 x + 2.x\sin 2x + x^2 \cos 2x}\right) = \frac{0}{0}$ $\text{Sin}^2 x$ ile bölelim.

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{2}{1 + 4\frac{\frac{\sin 2x}{2.x}}{\frac{\sin^2 x}{x^2}} + \frac{x^2}{\sin^2 x}\cos 2x}\right) = \frac{2}{1+4+1} = \frac{1}{3}$$

Yerine yazarsak $\frac{1}{3} - 1 = \frac{-2}{3}$ olur. İ:K☺(2007)