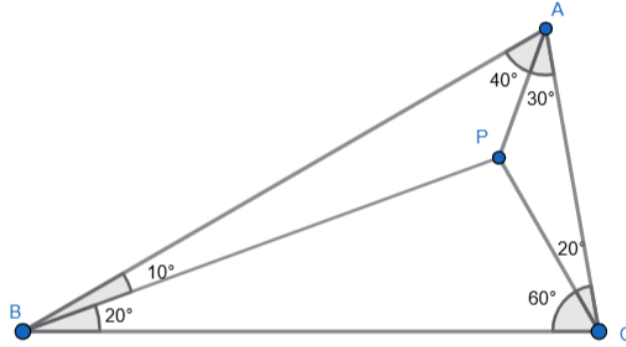


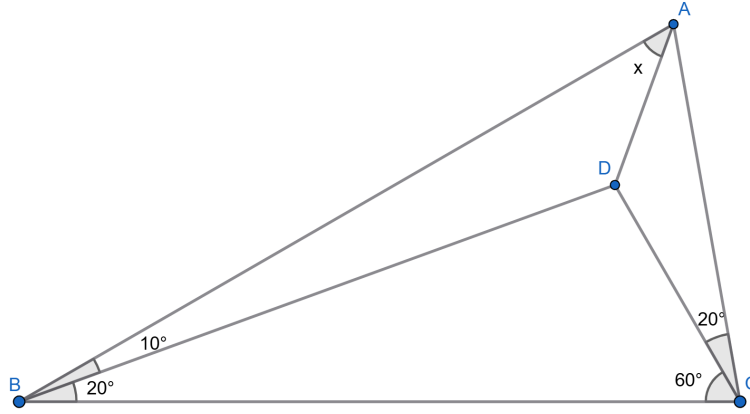
Bir Üçgen 15 Soru

Bu çalışmada bir ABC üçgeninin içinde alınan P noktasının köşelerle yaptığı 6 açıdan herhangi 2sini gizleyerek oluşturulan tam 15 sorunun çözümüne yer vereceğiz. Amacımız neredeyse birbirinin aynısı gibi görünen bu problemlerin çözümlerinin ne kadar çeşitli olduğunu anlamak olacaktır. İlk olarak bütün soruları oluşturacağımız aşağıdaki üçgeni tanıyalım.



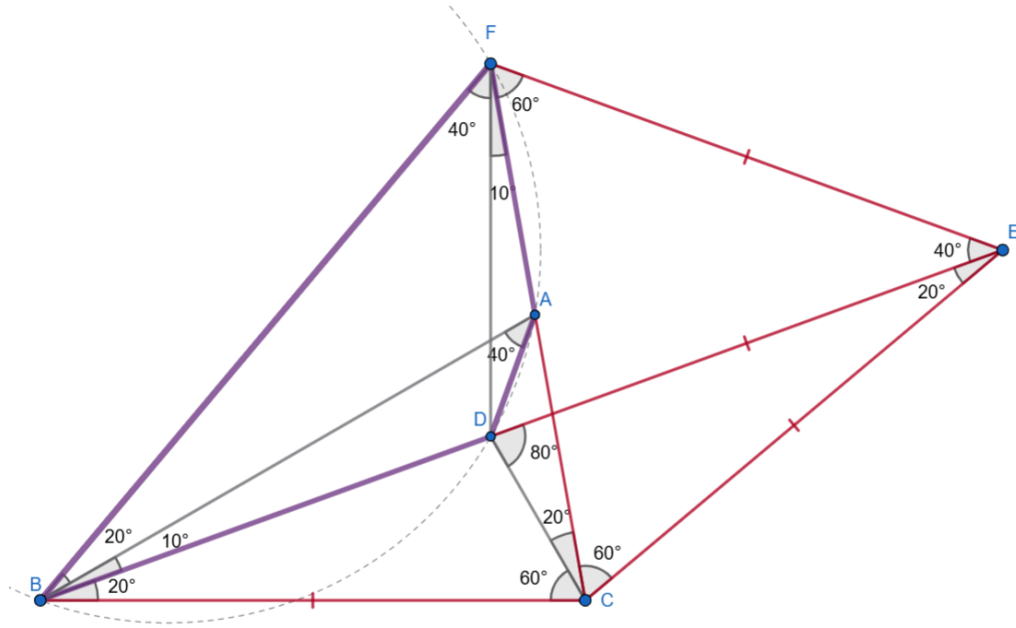
Bu ürettiğimiz soruların 9 tanesinin tek bir çözümü varken, geriye kalan 6 tanesinin, üçgenin kenarları arasında bir eşitsizlik verilmediği ve istenen 2 açı birbirine eşit olmadığı takdirde iki çözümü olacaktır. Bunun nedeni, örnek olarak yukarıdaki üçgenden $m(\widehat{BAP})$ ve $m(\widehat{PBC})$ açılarını gizlersek Trigonometrik Ceva teoreminden $a \cdot b \cdot c = x \cdot y \cdot z$ ile $a \cdot b \cdot c = x \cdot z \cdot y$ ifadeleri farklı üçgen konfigürasyonu belirtmelerine rağmen birbirine eşit ifadeler olmasıdır. Zamam gelince bu sorulardan bazılarında üçgenin kenarları arasında bir eşitsizlik verip tek bir çözüm bulacağız. Bazı problemlerde ise nasıl 2 çözümün geldiğini göstereceğiz.

Soru 1



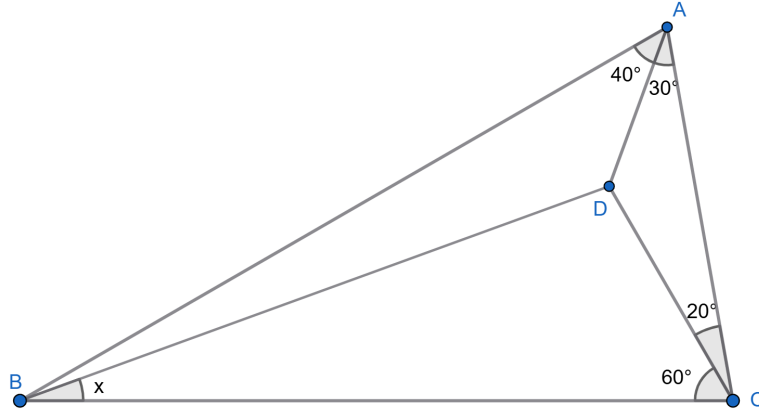
$x = m(\widehat{BAD})$ kaç derecedir?

Çözüm



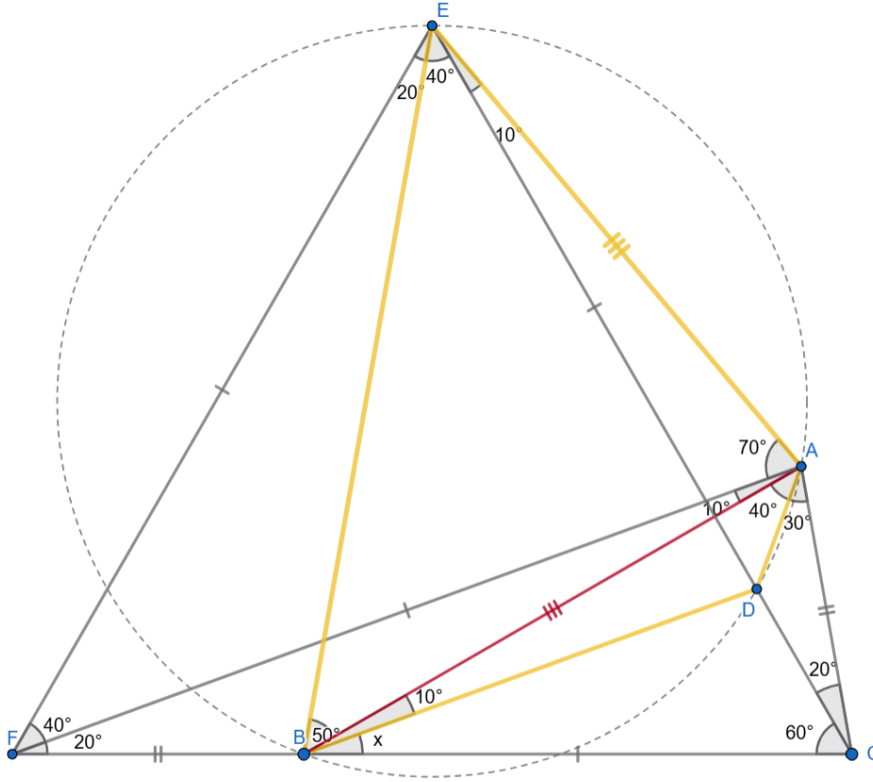
$[BD]$ 'yi uzatıp $|EC| = |BC|$ olacak şekilde bir E noktası alalım. $m(\widehat{FCE}) = 60^\circ$ olduğundan $[CA]$ 'yı, $|EC|$ kadar uzatıp $[EF]$ birleştirirsek EFC eşkenar üçgen olur. Aynı zamanda $m(\widehat{EDC}) = m(\widehat{ECD}) = 80^\circ$ olduğundan EFD de ikizkenar üçgendir. Bunun yanında $|CF| = |CB|$ olduğundan $m(\widehat{CFB}) = m(\widehat{CBF}) = 50^\circ$ olur. $FADB$ dörtgeninde $[AD]$ kenarını gören açılar eşit olduğundan $FADB$ bir kirişler dörtgenidir. Dolayısıyla $x = m(\widehat{BAD}) = m(\widehat{BFD}) = 40^\circ$ olarak bulunur.

Soru 2



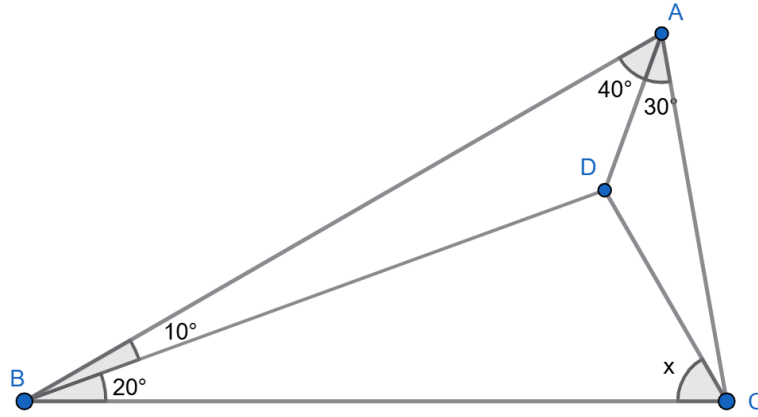
$x = m(\widehat{DBC})$ kaç derecedir?

Çözüm



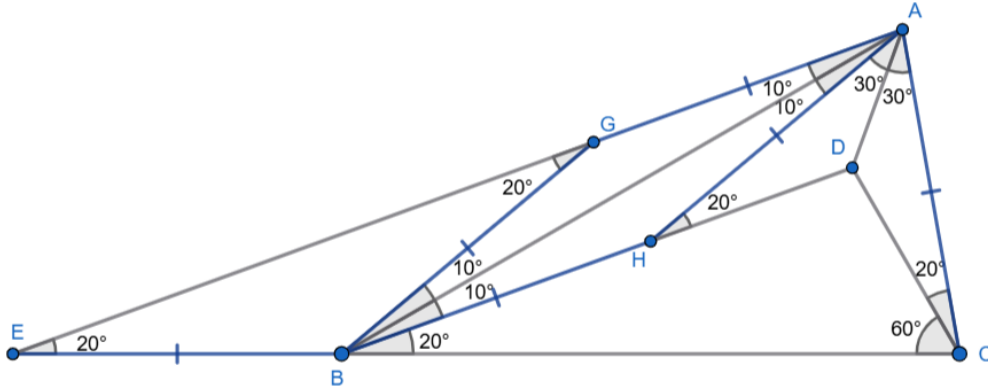
$[CB]$ 'yi uzatarak AFC ikizkenar üçgenini oluşturalım. $m(\widehat{DCB}) = 60^\circ$ olduğundan $[FC]$ tabanlı EFC eşkenar üçgenini oluşturalım. $|EF| = |AF|$ olduğundan $m(\widehat{FEA}) = m(\widehat{FAE}) = 70^\circ$ olur. Ayrıca ikizkenar $20^\circ - 80^\circ - 80^\circ$ üçgendeki lemmaya göre bu üçgenin tabanı ile ikiz köşelerden kenarlara olan 10° 'lik açının gördüğü uzunluk eşittir: $|FB| = |AC|$. Dolayısıyla EAC üçgeni ile ABF üçgeni A.K.A. eşliğinden eş olurlar. Dolayısıyla $|EA| = |AB|$ olduğundan $m(\widehat{BED}) = 40^\circ$ olur. $EADB$ dörtgeninde $[BD]$ kenarını gören açılar eş olduğundan $EADB$ bir kirişler dörtgenidir. Sonuç olarak $m(\widehat{ABD}) = 10^\circ$, $m(\widehat{DBC}) = 20^\circ$ gelir.

Soru 3



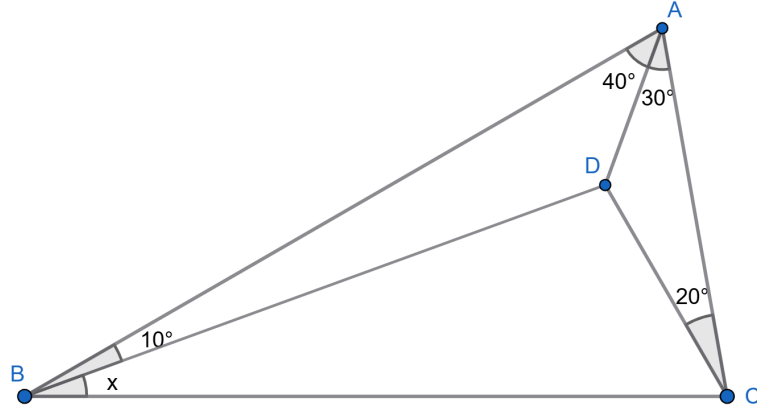
$x = m(\widehat{DCB})$ kaç derecedir?

Çözüm



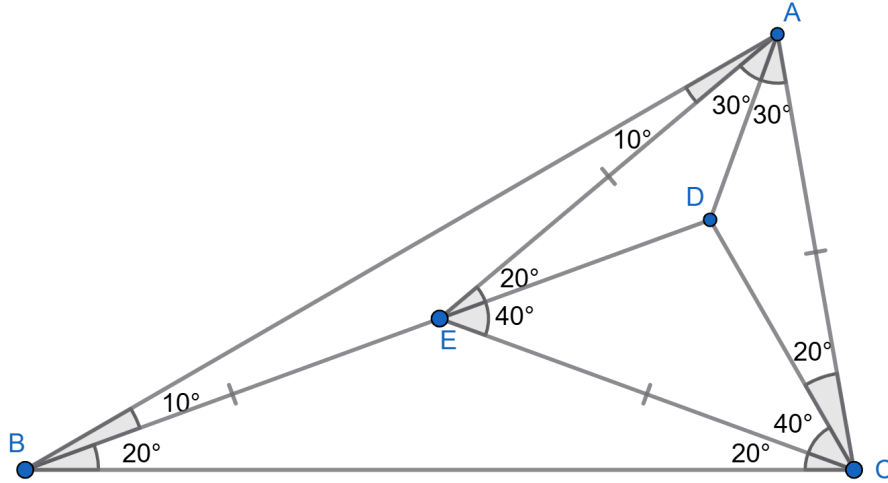
$m(\widehat{ACB}) = 80^\circ$ olduğundan $[CB]$ 'yi uzatıp AEC ikizkenar üçgenini oluşturursak $m(\widehat{EAB}) = 10^\circ$ olduğundan bir önceki soruda kullandığımız Lemmaya göre $|EB| = |AC|$ olur. $[EA]$ üzerinde $m(\widehat{BGE}) = 20^\circ$ olacak şekilde G noktası alırsak, $|EB| = |BG| = |GA|$ olur. $[BD]$ üzerinde $m(\widehat{BAH}) = 10^\circ$ olacak şekilde H noktası alırsak $AGBH$ bir deltoid olur. Aynı zamanda $|AH| = |AC|$ ve $m(\widehat{HAD}) = m(\widehat{CAD}) = 30^\circ$ olduğundan HDA ile CDA eş üçgenlerdir. Buradan da $m(\widehat{ACD}) = 20^\circ$, $m(\widehat{DCB}) = 60^\circ$ gelir.

Soru 4



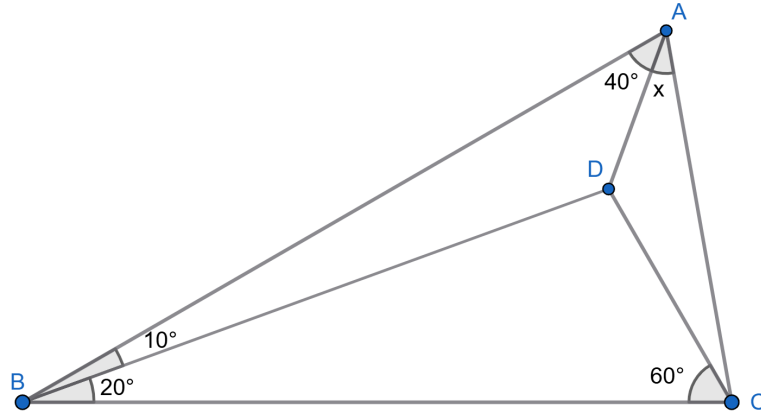
$x = m(\widehat{DBC})$ kaç derecedir?

Çözüm



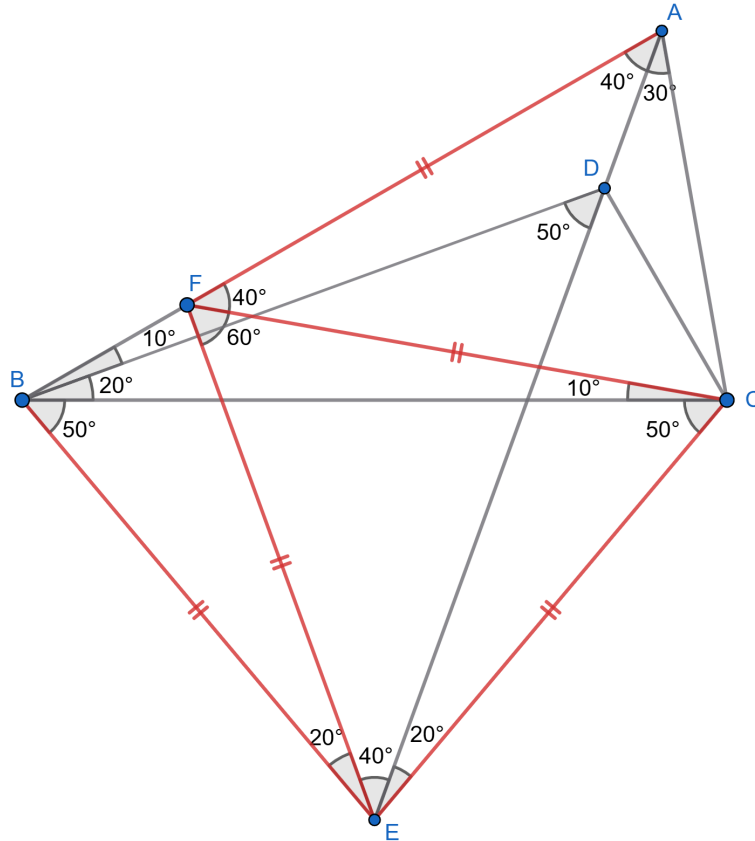
$[BD]$ üzerinde $|AE| = |EB|$ olacak şekilde bir E noktası alırsak $m(\widehat{AED}) = m(\widehat{ACD}) = 20^\circ$ ve $m(\widehat{EAD}) = m(\widehat{CAD})$ olduğundan EDA ile CDA üçgenleri eş olur. Dolayısıyla AEC bir eşkenar üçgen, $m(\widehat{DEC}) = m(\widehat{DCE}) = 40^\circ$ olur. Buradan da $x = m(\widehat{EBC}) = m(\widehat{ECB}) = 20^\circ$ gelir.

Soru 5



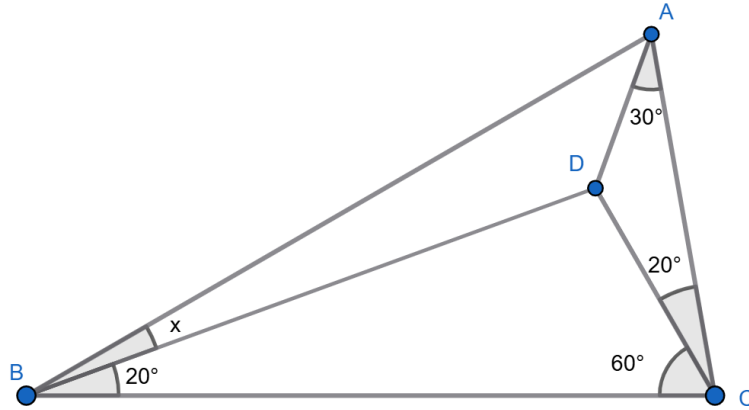
$x = m(\widehat{DAC})$ kaç derecedir?

Çözüm



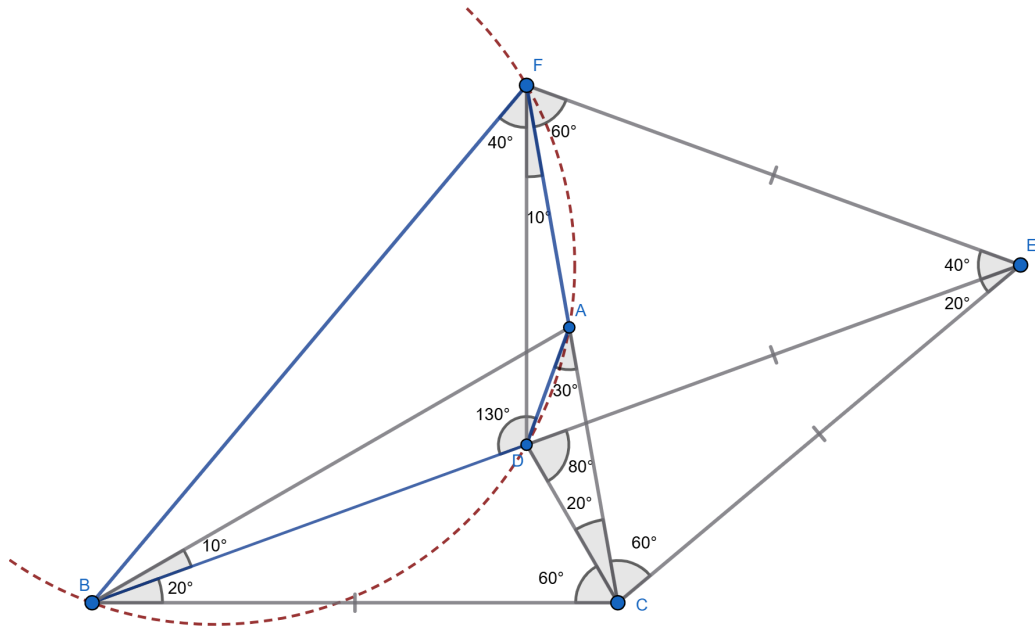
$m(\widehat{BDE}) = 50^\circ$ olduğundan $[AD]$ 'yi uzatıp $m(\widehat{DEB}) = 60^\circ$ olacak şekilde bir E noktası alırsak, $m(\widehat{DCB}) = 60^\circ$ verildiğinden $DBEC$ kirişler dörtgeni olur. $m(\widehat{CBE}) = m(\widehat{BCE}) = 50^\circ$ ve $m(\widehat{BEC}) = 80^\circ$ 'dir. $[AB]$ üzerinde $|EB| = |EF|$ olacak şekilde bir F noktası alırsak $[FC]$ birleştirdiğimizde oluşan CEF üçgeni eşkenar üçgen olur. Aynı zamanda $m(\widehat{FEA}) = m(\widehat{FAE}) = 40^\circ$ olduğundan $|AF| = |EF|$ olur. Buna bağlı olarak da $|AF| = |FC|$ olur. Buradan da $m(\widehat{FAC}) = 70^\circ$, $m(\widehat{DAC}) = x = 30^\circ$ olarak bulunur.

Soru 6



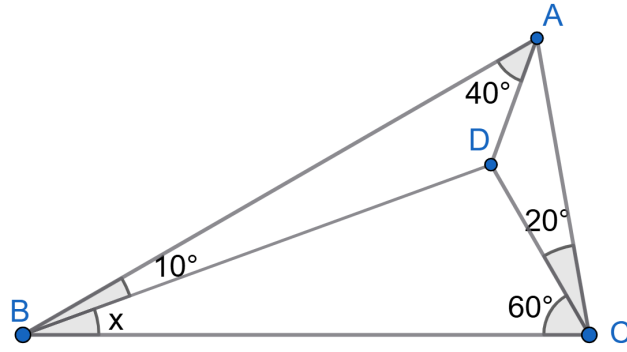
$x = m(\widehat{ABD})$ kaç derecedir?

Çözüm



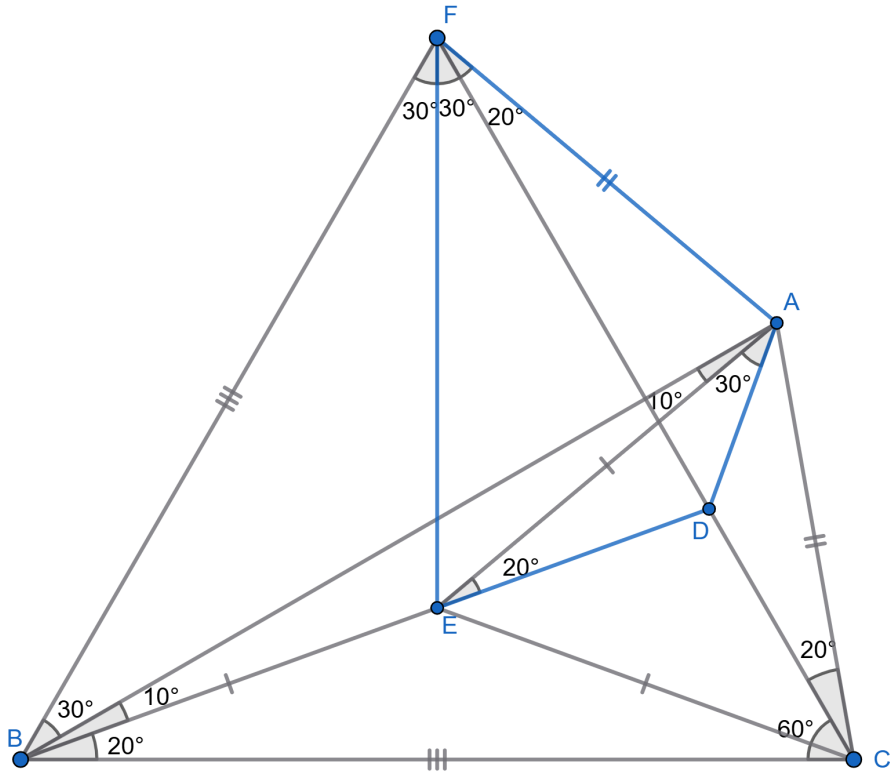
$[BD]$ 'yi uzatıp $|BC| = |EC|$ olacak şekilde bir E noktası alalım. $m(\widehat{FCE}) = 60^\circ$ olduğundan $[CA]$ 'yı $|CE|$ kadar uzatıp $[EF]$ birleştirirsek EFC eşkenar üçgen olur. Aynı zamanda EDC de bir ikizkenar üçgen olduğundan $|EF| = |ED| = |EC|$, $m(\widehat{EFD}) = m(\widehat{EDF}) = 70^\circ$ olur. Bunun yanında $|FC| = |BC|$ olduğundan $m(\widehat{CFB}) = m(\widehat{CBF}) = 50^\circ$ 'dir. Ayrıca $m(\widehat{ADB}) + m(\widehat{AFB}) = 180^\circ$ olduğundan $FADB$ bir kirişler dörtgenidir. Sonuç olarak aynı yayı gören açılardan, $m(\widehat{DFA}) = m(\widehat{DBA}) = x = 10^\circ$ olarak bulunur.

Soru 7



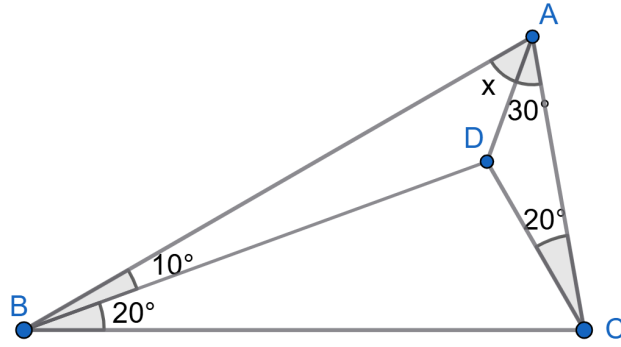
$x = m(\widehat{DBC})$ kaç derecedir?

Çözüm



$[BD]$ üzerinde $m(\widehat{BAE}) = 10^\circ$ olacak şekilde bir E noktası alırsak $2m(\widehat{ACB}) = m(\widehat{AEB})$ olduğundan E noktası ABC üçgeninin çevrel merkezi olur. $[BC]$ tabanlı FBC eşkenar üçgenini oluşturalım. EBC de ikizkenar üçgen olduğundan $[FE]$ açıortaydır. Dolayısıyla $m(\widehat{EFD}) = 30^\circ$ olur. $AFED$ dörtgeninde $[AD]$ kenarını gören açılar eşit olduğundan $AFED$ bir kirişler dörtgenidir. Dolayısıyla $m(\widehat{AED}) = m(\widehat{DFA}) = m(\widehat{ACF}) = 20^\circ$ olduğundan AFC de bir ikizkenar üçgendir. Bunun yanında $|BF| = |BC|$ ve $|AF| = |AC|$ olduğundan $AFBC$ bir deltoid, $[BA]$ açıortaydır. Dolayısıyla $x + 10^\circ = 30^\circ$, $x = 20^\circ$ olarak bulunur.

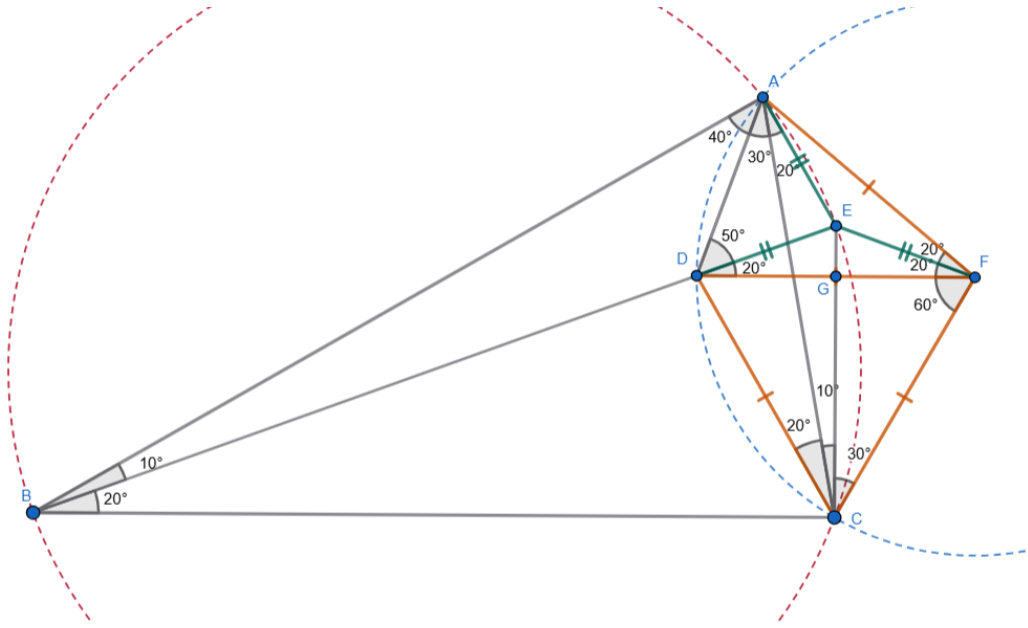
Soru 8



$x = m(\widehat{BAD})$ kaç derecedir?

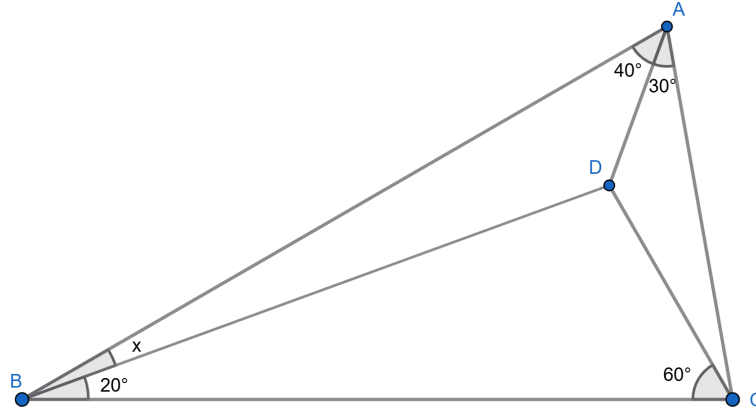
Çözüm

Çözen: [Geomania-(geo)]



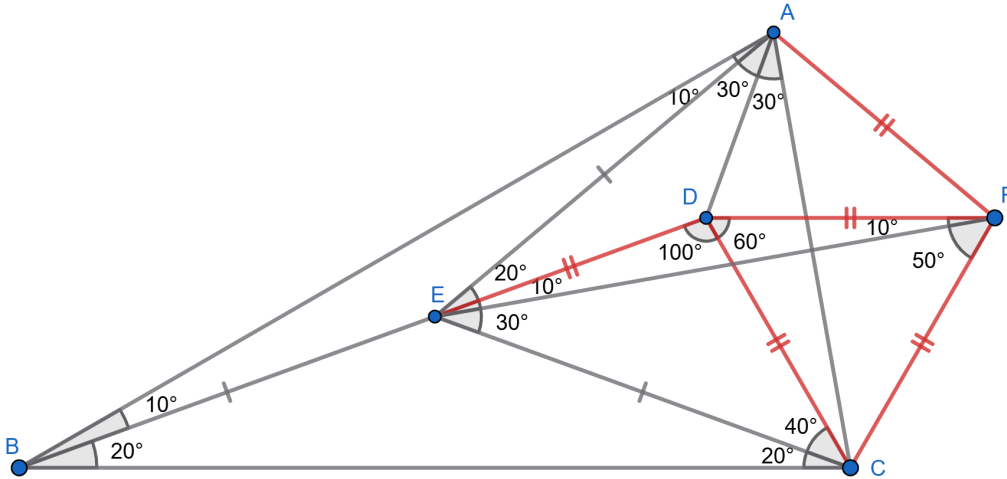
[BD] ışıını, ABC üçgeninin çevrel çemberini E noktasında kessin. $AECB$ kirişler dörtgeni olduğundan $m(\widehat{ACE}) = 10^\circ$, $m(\widehat{CAE}) = 20^\circ$ olur. ADC üçgeninin çevrel merkezini köşelerle birleştirirsek FDC eşkenar üçgen olur. Aynı zamanda $[CE]$ açıortay olduğundan $EFCD$ deltoid olur. $m(\widehat{AFD}) = 40^\circ$, $\frac{180^\circ - 2 \cdot 40^\circ}{2} = m(\widehat{DAE}) = 50^\circ$ olduğundan ADF üçgeninin çevrel merkezi $[AE]$ üzerindedir. Ayrıca $|DG| = |GF|$ olduğundan $[DF]$ kenarının kenar orta dikmesi $[GE]$ üzerindedir. Dolayısıyla ADF üçgeninin çevrel merkezi E noktasıdır. Buradan da $m(\widehat{ADE}) = 50^\circ$, $x + 10^\circ = 50^\circ$, $x = 40^\circ$ olarak bulunur.

Soru 9



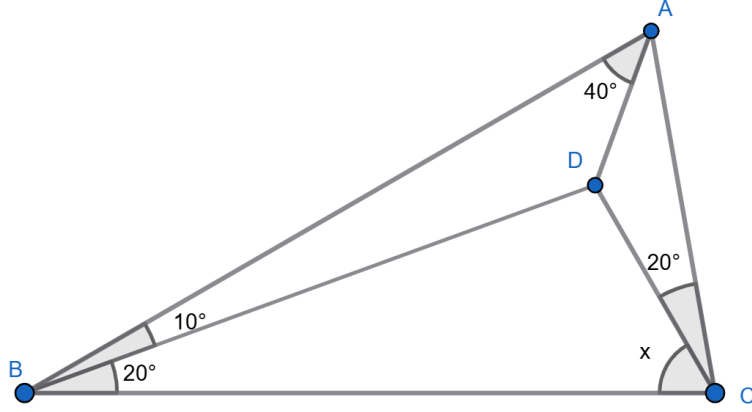
$x = m(\widehat{ABD})$ kaç derecedir?

Çözüm



$[BD]$ üzerinde $m(\widehat{BCE}) = 20^\circ$ olacak şekilde bir E noktası alırsak, $m(\widehat{BAC}) = 70^\circ$ ve merkez açı ilişkisinden $m(\widehat{BEC}) = 2m(\widehat{BAC}) = 140^\circ$ olduğundan E noktası ABC üçgeninin çevrel merkezi olur. ADC üçgeninin çevrel merkezini köşelerle birleştirelim. $|AF| = |FC|$ ve $|AE| = |EC|$ olduğundan $AFCE$ bir deltoid, $[EF]$ ise açıortay olur. $m(\widehat{DEC}) = m(\widehat{DCE}) = 40^\circ$ olduğundan $|DE| = |DC|$ olur. Bunun yanında EDF ikizkenar üçgen olduğundan $m(\widehat{DEF}) = 10^\circ$, buradan da $m(\widehat{DEA}) = 20^\circ$ olur. Dolayısıyla $2x = 20^\circ$, $x = 10^\circ$ olarak bulunur.

Soru 10



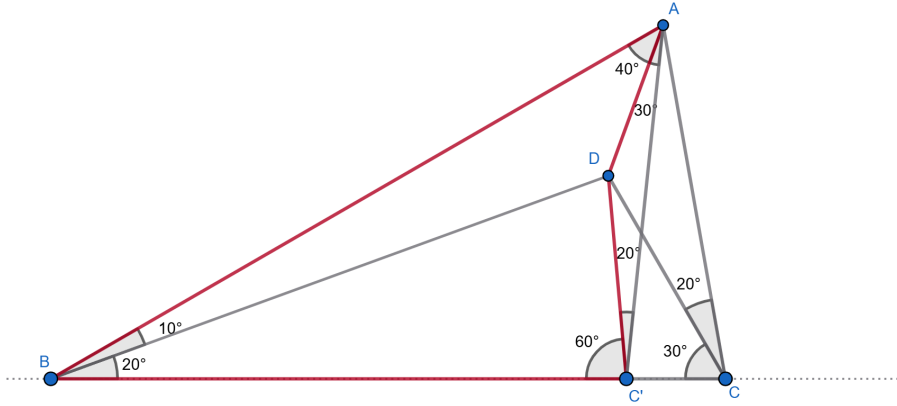
Koşul: $|AB| > |BC|$

$x = m(\widehat{DCB})$ kaç derecedir?

Çözüm

BC doğrusu üzerinde $m(\widehat{DC'B}) = 60^\circ$ olacak şekilde bir C' noktası alabiliriz. Bu nokta; $[BC]$ parçasının içinde, C noktasının tam üzerinde veya $[BC]$ uzantısında olabilir. Bu üç durumu sırasıyla inceleyelim.

Durum 1: C' noktası $[BC]$ aralığında olsun.

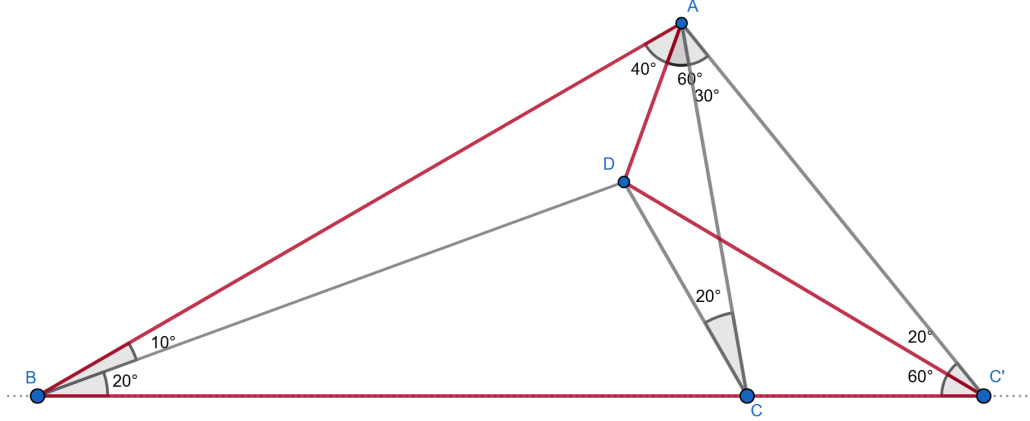


ABC' üçgenine bakarsak soru artık Soru 5'deki probleme dönüşür. Bu problemde $m(\widehat{DC'A}) = 20^\circ$ ve $m(\widehat{DAC'}) = 30^\circ$ bulduğumuzdan $DACC'$ kirişler dörtgeni olur. Bu yüzden $m(\widehat{DCB}) = 30^\circ$ ve $m(\widehat{DAC}) = 60^\circ$ olur. Ancak sorunun başında bize $|AB| > |BC|$ verilmişti (Büyük açı karşısında büyük kenar bulunur). Açı değerleri bu eşitsizliği sağlamaz. Dolayısıyla C' noktası $[BC]$ aralığında olamaz.

Durum 2: C' noktası $[BC]$ ışınının uzantısında olsun.

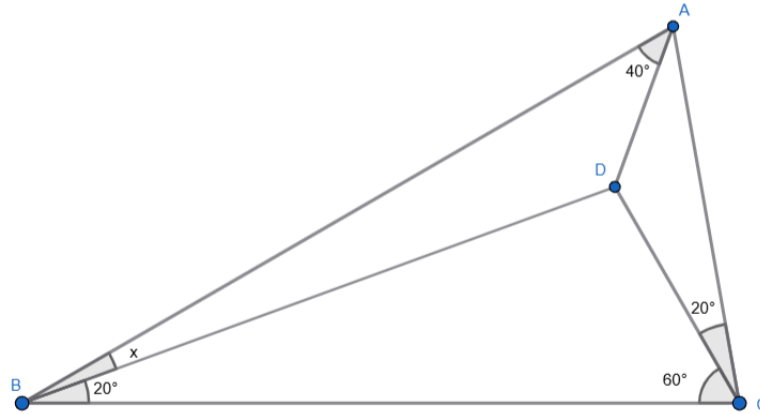
Kabul edelim ki uzantıda olsun. Yine aynı sebepten dolayı $DAC'C$ kirisler dörtgeni olur. $m(\widehat{DAC'}) = 30^\circ$ ve $m(\widehat{DAC}) = 60^\circ$ olduğundan $60^\circ > 30^\circ$ olamayacağından (çünkü dışarıdaki bir nokta ile oluşan açı, içerideki açıdan büyük olamaz) bu durum da bir çelişki yaratır.

Sonuç: C' noktasının içeride veya dışarıda olması çelişki yarattığı için geriye tek bir ihtimal kalır: $C' = C$ olmak zorundadır.



Yani C' ile C noktası çakışıktır. Buradan hareketle $x = m(\widehat{DCB}) = 60^\circ$ olarak bulunur.

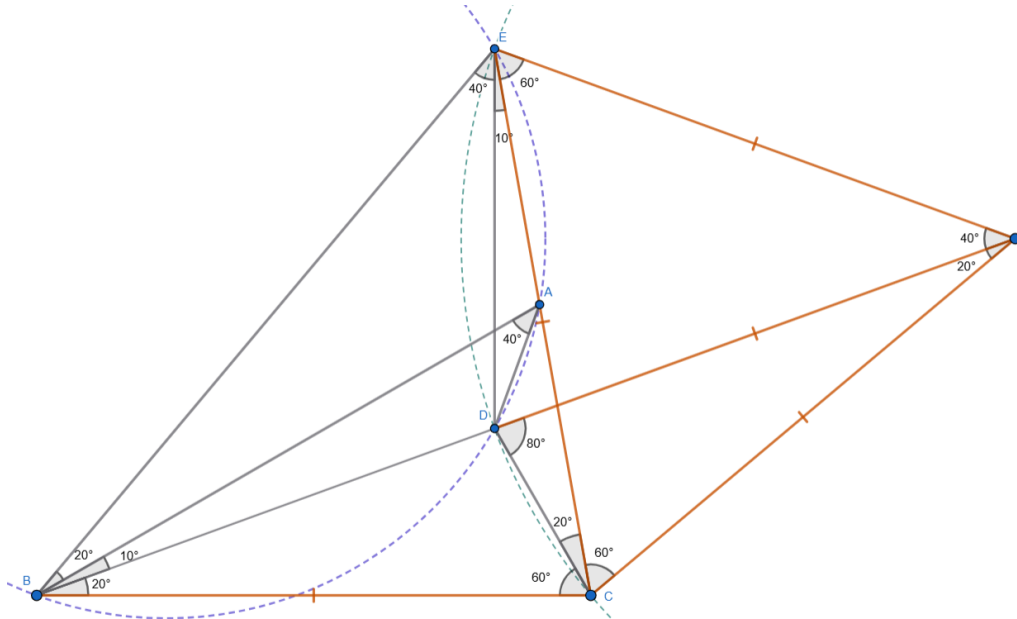
Soru 11



Koşul: $|BC| > |AC|$

$x = m(\widehat{ABD})$ kaç derecedir?

Çözüm

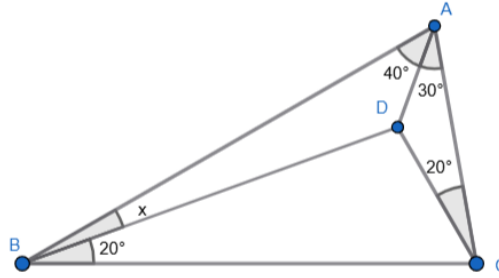


$|BC| > |AC|$ verildiğinden $80^\circ - x > x + 20^\circ$, buradan da $30^\circ > x$ bulunur. Dolayısıyla $m(\widehat{DAC}) = 30^\circ - x$ değerine baktığımızda, üçgen eşitsizlikleri gereği $[CA]$ ışını uzatıp $m(\widehat{DEA}) = 10^\circ$ olacak şekilde bir E noktası alabiliriz.

Daha sonra $[BD]$ 'yi uzatıp $m(\widehat{BFC}) = 20^\circ$ olacak şekilde bir F noktası alalım. $m(\widehat{FDC}) = m(\widehat{FCD}) = 80^\circ$ olduğundan $|FD| = |FC| = |BC|$ olur. Aynı zamanda merkez açı ilişkisinden $2m(\widehat{DEC}) = m(\widehat{DFC}) = 20^\circ$ olduğundan F noktası EDC üçgeninin çevrel merkezidir. Dolayısıyla $|EF| = |FD| = |FC|$ olmaktadır.

$m(\widehat{EFC}) = 60^\circ$ olduğundan EFC üçgeni eşkenar üçgendir. Dolayısıyla $|EC| = |BC|$ ve taban açıları $m(\widehat{CEB}) = m(\widehat{CBE}) = 50^\circ$ olup $m(\widehat{DEB}) = 40^\circ$ 'tır. $EADB$ dörtgeninde $[BD]$ kenarını gören açılar eş olduğundan $EADB$ bir kirişler dörtgenidir. Dolayısıyla aynı yayı gören açılardan $x = m(\widehat{ABD}) = m(\widehat{AED}) = 10^\circ$ olarak bulunur.

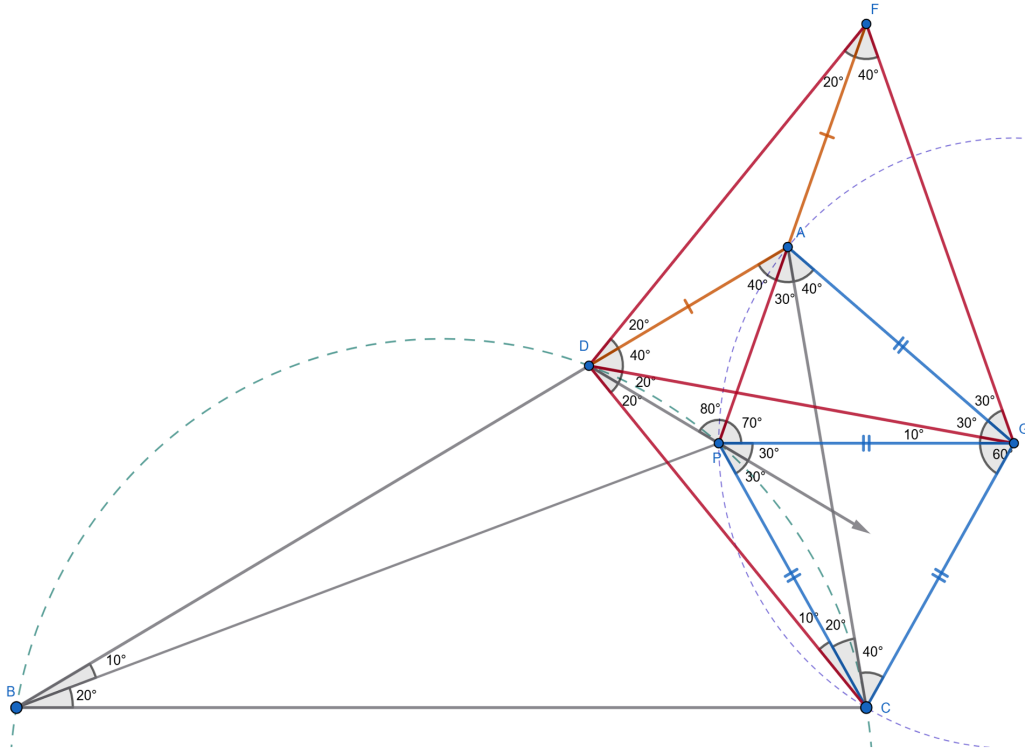
Soru 12



Koşul: $|AB| > |AC|$

$x = m(\widehat{PBA})$ kaç derecedir?

Çözüm



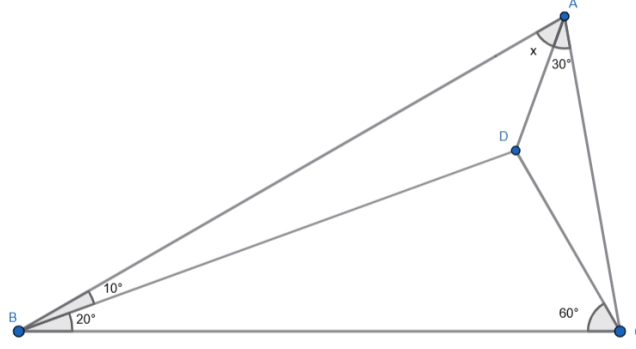
Soruda $|AB| > |AC|$ verildiğinden, bu kenarları gören açılar arasında da aynı eşitsizlik vardır. $90^\circ - x > 20^\circ + x$, buradan $70^\circ > 2x$ ve $35^\circ > x$ eşitsizliği elde edilir.

Dolayısıyla x , 35° 'ten küçük olduğu için $[AB]$ üzerinde $m(\widehat{PDA}) = 60^\circ$ olacak şekilde bir D noktası alabiliriz. $m(\widehat{DPA}) = 80^\circ$ olduğundan FPD ikizkenar üçgenini oluşturalım. Daha sonra $[FD]$ tabanlı FDG eşkenar üçgenini oluşturursak $|AF| = |AD|$ olduğundan $[GA]$ açıortay olur. Ayrıca $|FP| = |FG|$ olduğundan $m(\widehat{FGP}) = m(\widehat{FPG}) = 70^\circ$ olur.

Bunun yanında AGP tepe açısı 40° olan bir ikizkenar üçgen olduğundan G noktası APC üçgeninin çevrel merkezidir. Dolayısıyla $m(\widehat{PGC}) = 60^\circ$ olup, GPC üçgeni bir eşkenar üçgendir. Aynı zamanda $m(\widehat{DPG}) = 150^\circ$ olduğundan $[DP$ ışını uzatırsak, bu doğru PGC eşkenar üçgeni için açıortay olduğundan GDC üçgeni içinde de açıortaydır. Buradan $m(\widehat{CDP}) = 20^\circ$ olduğundan $DBCP$ dörtgeni kirişler dörtgeni olur.

Sonuç olarak aynı yayı ($[DP]$ yayını) gören çevre açılar birbirine eşit olacağından $x = m(\widehat{DBP}) = m(\widehat{DCP}) = 10^\circ$ olarak bulunur.

Soru 13

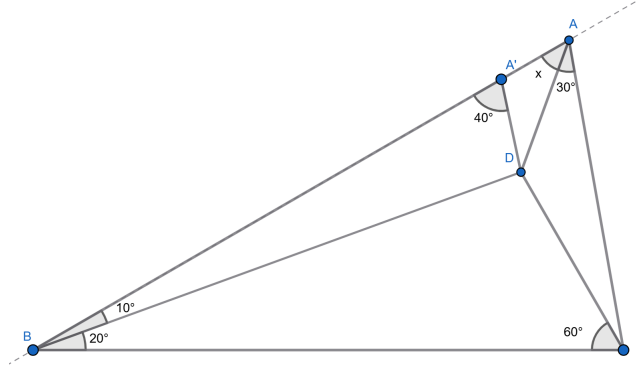


$x = m(\widehat{BAD})$ kaç derecedir?

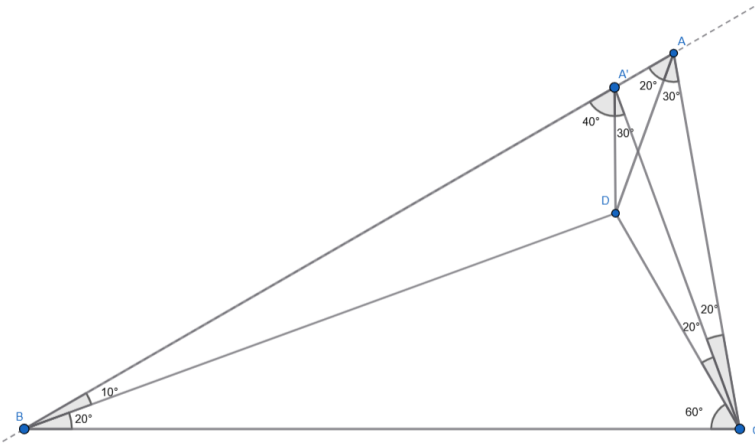
Çözüm

AB doğrusu üzerinde $m(\widehat{DA'B}) = 40^\circ$ olacak şekilde bir A' noktası alalım. Bu nokta $[AB]$ aralığında, A noktasının kendisi veya $[BA]$ ışınının uzantısında olabilir. Bu üç durumu sırasıyla inceleyelim.

Durum 1: A' noktası $[AB]$ aralığında olsun.

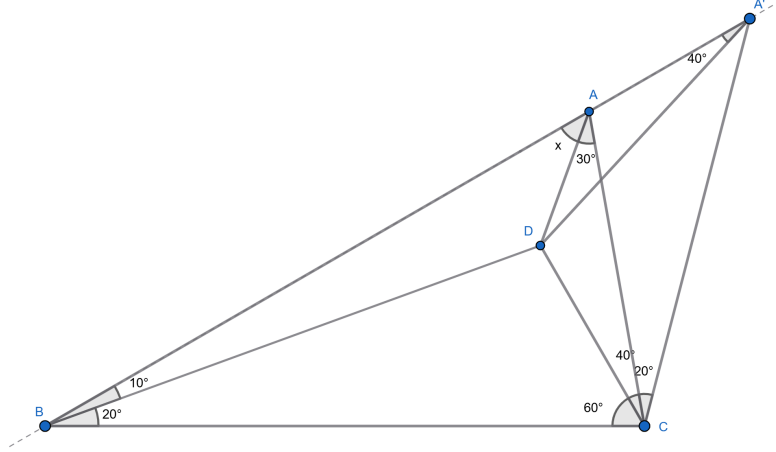


$A'BC$ üçgenini incelersek, soru yapısı itibariyle **Soru 6**'ya eşdeğer hale gelmiştir. Soru 6'daki çözüm adımlarımız sonucunda $m(\widehat{DA'C}) = 30^\circ$ ve $m(\widehat{DCA'}) = 20^\circ$ buluruz. Soruda halihazırda $m(\widehat{DAC}) = 30^\circ$ verildiği için $m(\widehat{DA'C}) = m(\widehat{DAC}) = 30^\circ$ olur. Aynı kenarı gören açıların eşitliğinden dolayı $A'ACD$ dörtgeni bir kirişler dörtgeni olur. Buradan aynı yayı gören açılar mantığıyla $x = m(\widehat{BAD}) = m(\widehat{DCA'}) = 20^\circ$ olarak bulunur.



Durum 2: A' noktası $[BA$ ışınının uzantısında olsun.

Yine aynı problemin (Soru 6) çözüm özelliklerini kullandığımızda, $AA'CD$ kirisler dörtgeni olması gerektiğinden $m(\widehat{AA'D}) = m(\widehat{ACD}) = 40^\circ$ olması gerekir. Fakat bir önceki adımda $m(\widehat{DCA'})$ açısını 20° bulmuştuk. $20^\circ > 40^\circ$ olamayacağından bu durum bir çelişki yaratır ve buradan bir çözüm gelmez.

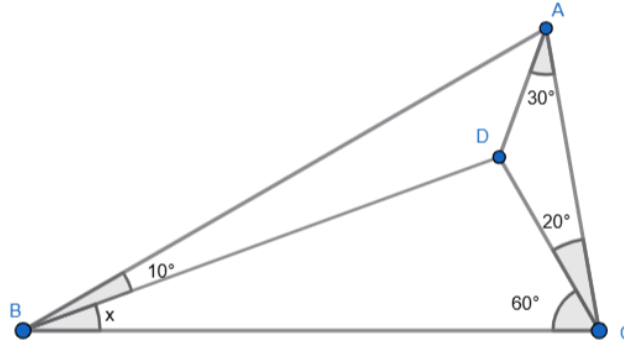


Durum 3: A' noktası A noktası ile çakışık olsun ($A = A'$).

Eğer noktalar çakışıkça, doğrudan baştaki varsayımımız geçerli olur. $m(\widehat{BAD}) = m(\widehat{BA'D}) = 40^\circ$ olarak kabul ettiğimiz için $x = 40^\circ$ olur.

Sonuç: Bu geometri probleminde, diğer sorulardan farklı olarak açının alabileceği iki farklı geçerli değer ($x = 20^\circ$ veya $x = 40^\circ$) çıkmış oldu.

Soru 14



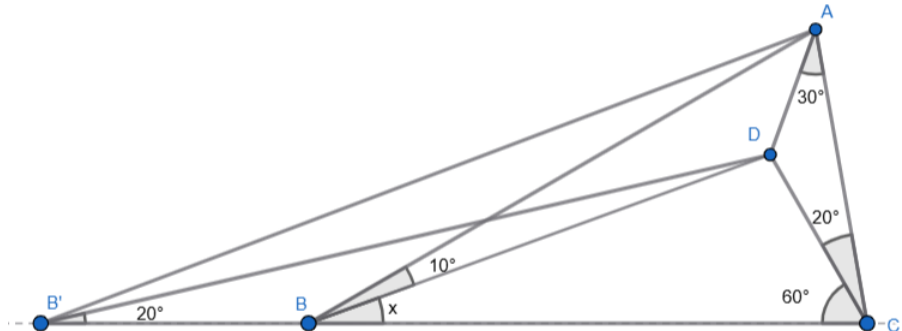
Koşul: $|BC| > |AC|$

$x = m(\widehat{DBC})$ kaç derecedir?

Çözüm

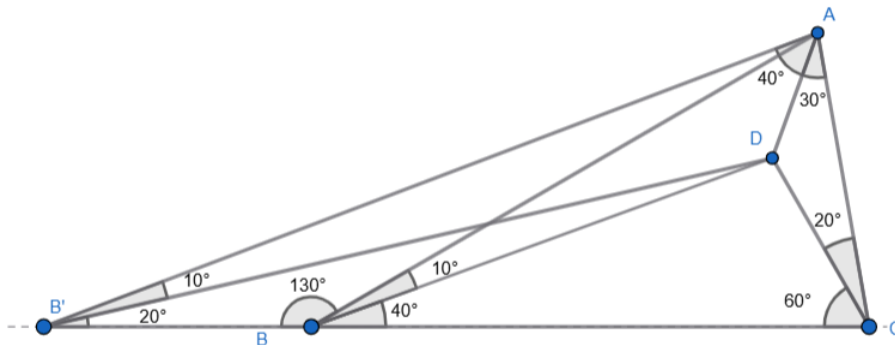
CB doğrusu üzerinde $m(\widehat{DB'C}) = 20^\circ$ olacak şekilde bir B' noktası alalım. Bu nokta $[CB]$ ışınının uzantısında, $[CB]$ aralığında veya B noktasının tam üzerinde olabilir. Bu durumları inceleyelim.

Durum 1: B' noktası $[CB$ ışınının uzantısında olsun.

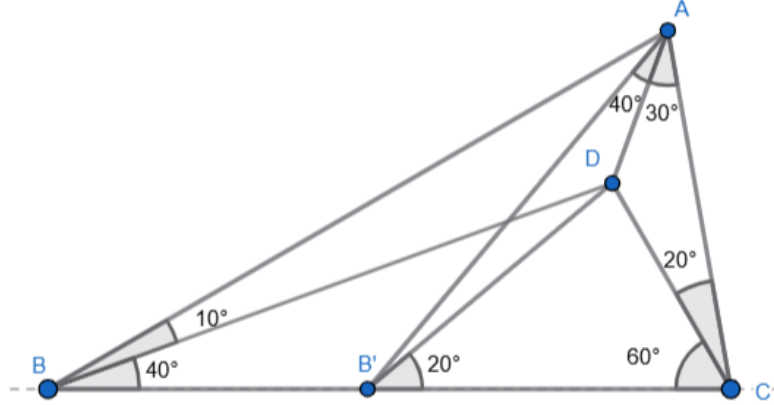


$AB'C$ üçgenini incelersek, yapı itibarıyla **Soru 6**'daki probleme dönmüştür. Buradan o sorudaki çözüm sonuçlarını kullanarak $m(\widehat{DB'A}) = 10^\circ$ ve $m(\widehat{DAB'}) = 40^\circ$ olduğunu buluruz. Soruda verilen $m(\widehat{ABD}) = 10^\circ$ açısı ile bulduğumuz $m(\widehat{AB'D}) = 10^\circ$ açıları aynı kenarı gördüğünden $AB'BD$ kirişler dörtgenidir. Karşılıklı açılar toplamı özelliğinden dolayı $m(\widehat{B'AD}) + m(\widehat{B'BD}) = 180^\circ$ olmalıdır. B', B, C doğrusal olduğundan iç taraftaki açı, bütünlerden dolayı $x = 40^\circ$ olarak bulunur.

Eğer $x = 40^\circ$ ise ABC üçgeninde $m(\widehat{BAC}) = m(\widehat{ABC}) = 50^\circ$ olur, bu da $|AC| = |BC|$ demektir. Ancak bize soruda $|BC| > |AC|$ verilmişti. Dolayısıyla bu bir çelişkidir, B' noktası $[CB'$ 'nin uzantısında olamaz.



Durum 2: B' noktası $[BC]$ aralığında olsun.

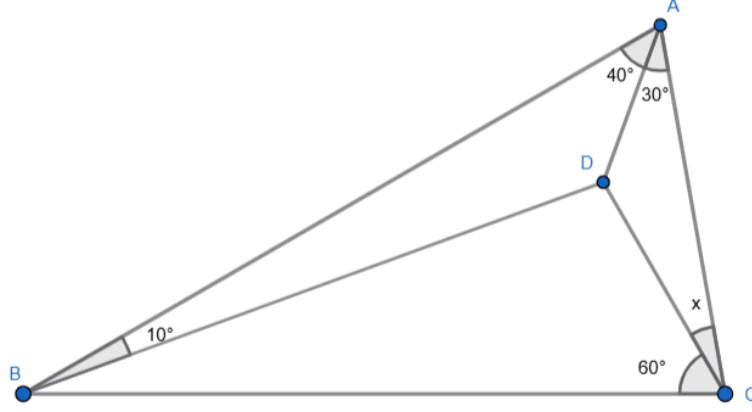


Yine Problem 6'dan yola çıkarak $m(\widehat{AB'D}) = m(\widehat{ABD}) = 10^\circ$ olduğundan $ADB'B$ kirişler dörtgenidir. Yani bu durumda $x = m(\widehat{B'AD}) = 40^\circ$ olmalıdır. Ama bu sefer de DBB' üçgeninde bir dış açı kendisine komşu olmayan iç açıdan büyük olmak zorunda olduğundan, $m(\widehat{DBB'}) > m(\widehat{DB'C})$ yani $(40^\circ > 20^\circ)$ durumu sağlanmaz. Buradan da çözüm gelmez.

Durum 3: B' noktası B noktası ile çakışık olsun ($B' = B$).

Geriye tek bir seçenek kalıyor. O da $B' = B$ olmasıdır. (Yani aradığımız açı başından beri burnumuzun dibindeymiş:)). Dolayısıyla $x = m(\widehat{DBC}) = m(\widehat{DB'C}) = 40^\circ$ olarak bulunur.

Soru 15

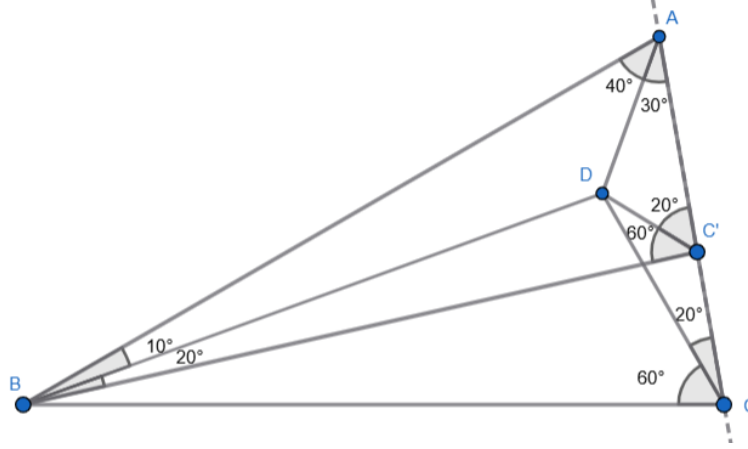


$x = m(\widehat{ACD})$ kaç derecedir?

Çözüm

AC doğrusu üzerinde $m(\widehat{AC'D}) = 20^\circ$ olacak şekilde bir C' noktası alalım. Bu nokta $[AC]$ aralığında, C noktasının tam üzerinde veya $[AC]$ ışınının uzantısında olabilir. Bu üç durumu sırasıyla inceleyelim.

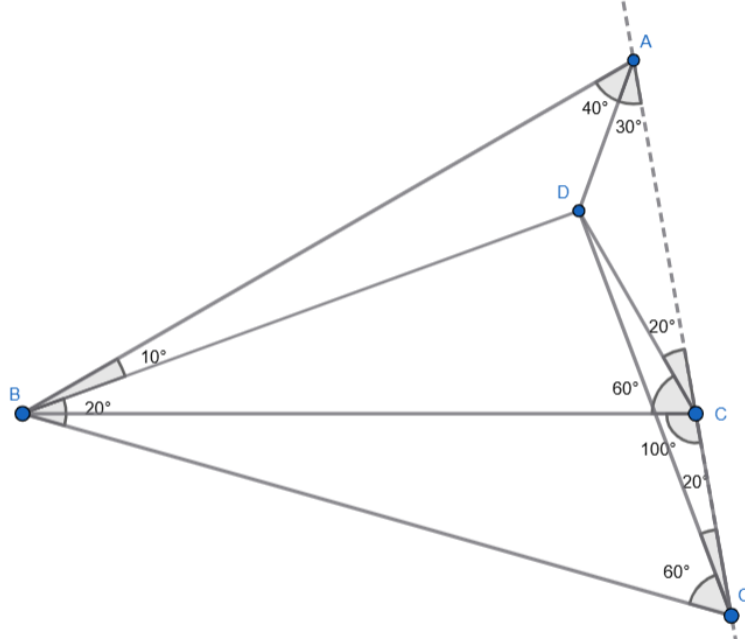
Durum 1: C' noktası $[AC]$ aralığında olsun.



ABC' üçgeni açısız olarak **Soru 4**'teki probleme dönüşür. Dolayısıyla o sorunun sonucundan $m(\widehat{DC'B}) = 60^\circ$ bulunur ve $DC'CB$ bir kirisler dörtgeni olur. Aynı zamanda aynı yayı gören açılardan $m(\widehat{DBC'}) = m(\widehat{DCC'}) = 20^\circ$ olur. DCC' üçgenini incelersek, bir dış açı kendisine komşu olmayan iki iç açının toplamına eşit olduğundan $m(\widehat{DCC'}) + m(\widehat{CDC'}) = 20^\circ$ olmalıdır. Halihazırda $m(\widehat{DCC'}) = 20^\circ$ olduğundan $m(\widehat{CDC'})$ açısı sıfır derece olmak zorundadır. Bir üçgende açı sıfır olamayacağından bu durum bir çelişkidir. Bu yüzden C' noktası $[AC]$ aralığında olamaz.

Durum 2: C' noktası $[AC]$ ışınının uzantısında olsun.

Yine aynı problemin sonucundan hareketle $m(\widehat{DCB}) = m(\widehat{DC'B}) = 60^\circ$ olduğundan $DCC'B$ kirisler dörtgenidir. Bu sebeple $m(\widehat{DBC}) = m(\widehat{DC'C}) = 20^\circ$ olur. Ancak büyük üçgende de $m(\widehat{DBC'}) = 20^\circ$ idi. Bu durumda $m(\widehat{C'BC})$ açısının sıfır olması gerekir ki bu geometrik olarak mümkün değildir. Buradan da çözüm gelmez.



Durum 3: C' noktası C noktası ile çakışık olsun ($C = C'$).

Diğer durumlar çelişki yarattığı için geriye kalan tek ihtimal C ve C' noktalarının aynı nokta olmasıdır. Dolayısıyla baştaki varsayımımız doğrudan C noktası için geçerli olur ve $x = 20^\circ$ olmak zorundadır.

Bu çalışmada tek bir üçgenden yola çıkarak birçok soru üretip, bu soruların çözümlerinin ne kadar çeşitli olduğunu gördük. Tabii ki bu sorulara birden fazla çözüm üretmek mümkün. Umarım faydalı olmuştur.

HERKESE İYİ ÇALIŞMALAR...

Ahmet GEDİK