

$y = 1$ için,

$$f(x) + f(1) - f(x+1) = \frac{x^2 + x + 1}{x(x+1)} = \frac{x^2 + x + 1}{x(x+1)} = 1 + \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} \text{ olur.}$$

$x = 1, 2, 3, \dots, k$ için denklemi her seferinde yazar ve alt alta her iki tarafı toplarsak

$$(k+1)f(1) - f(k+1) = k+1 - \frac{1}{k+1} \text{ elde ederiz.}$$

$$f(k+1) = (k+1)(f(1) - 1) + \frac{1}{k+1} \text{ elde ederiz.}$$

$a = f(1) - 1$ olsun.

$$f(k+1) = a(k+1) + \frac{1}{k+1} \text{ olur.}$$

AM - GM den

$$f(k+1) \geq 2 \sqrt{a(k+1) \frac{1}{(k+1)}} = 2\sqrt{a} = 1 \text{ ve } a = \frac{1}{4} \text{ bulunur.}$$

$$f(k+1) = \frac{(k+1)}{4} + \frac{1}{k+1}$$

$$f(x) = \frac{x}{4} + \frac{1}{x} \text{ dir.}$$

$$a = f(1) - 1 = \frac{1}{4} \text{ ve } f(1) = \frac{5}{4} \text{ bulunur.}$$