

V. ANTALYA MATEMATİK OLİMPİYADI BİRİNCİ SEÇME SINAVI SORULARI VE CEVAP ANAHTARLARI

İlki 1996 yılında yapılan Antalya Matematik Olimpiyadının beşincisinin birinci seçme sınavı 8 Nisan 2000 Cumartesi günü yapıldı. Akdeniz Üniversitesi Matematik Kulübünce düzenlenen Antalya Matematik Olimpiyadının organizasyonu, Akdeniz Üniversitesi Sağlık, Kültür ve Spor Dairesi Başkanlığınca; akademik sorumluluğu ise Akdeniz Üniversitesi Matematik Bölümünce üstlenilmiştir. Bu yıl olimpiyatlara, Akdeniz Üniversitesi Rektörlüğü ve Akdeniz Üniversitesi Sosyal Dayanışma Derneği 'ne ek olarak Konyaaltı Belediyesi tarafından da maddi destek verildi.

Olimpiyat sınavı öncesinde, Akdeniz Üniversitesi Rektörü Prof. Dr. Yaşar Uçar ve Konyaaltı Belediye Başkanı Muhittin Böcek birer konuşma yaparak yarışmacılara "hoşgeldiniz" dediler ve başarı dilediler.

Bu yıl, Antalya Matematik Olimpiyatlarına, aralarında Türkiye'yi Kırkinci Uluslararası Matematik Olimpiyatlarında temsil etmiş olan öğrencilerin de bulunduğu, 46 ilimizden 1300'e yakın öğrenci katıldı. Sınav, Lise I ve Lise II-III adıyla iki kategoride yapıldı. Lise I ve Lise II-III öğrencilerine ayrı ayrı testler verildi. Testlerin her biri 20 sorudan oluşmuştu ve cevaplama süresi 180 dakika idi.

Bu sınavda başarılı olan öğrenciler, 19 Mayıs 2000 Cuma günü yapılacak ikinci aşama sınavına çağrılacaklar.

Bu yıl geçen sınavlardan farklı olarak, ikinci sınavın hemen değerlendirilmesi ve 21 Mayıs 2000 Pazar günü madalya ve ödül töreni yapılması planlanmıştır.

Birinci seçme sınavında sorulan soruları ve cevap anahtarlarını, her iki kategorinin A grubu soruları için aşağıda veriyoruz. (B grubu soruların cevap anahtarları, sorular karşılaştırılarak elde edilebilir.) Soruların çözümleri ise Matematik Dünyası 'nın bir sonraki sayısında verilecektir.

Lise I, A Grubu Cevap Anahtarı

1-B, 2-A, 3-E, 4-D, 5-C, 6-C, 7-D, 8-B, 9-E, 10-A, 11-C, 12-A, 13-B, 14-E, 15-D, 16-A, 17-D, 18-B, 19-C, 20-E

Lise II-III, A Grubu Cevap Anahtarı

1-D, 2-B, 3-E, 4-E, 5-B, 6-A, 7-A, 8-D, 9-E, 10-B, 11-C, 12-B, 13-D, 14-A, 15-C, 16-A, 17-C, 18-C, 19-D, 20-A

V. ANTALYA MATEMATİK OLİMPİYADI, LİSE I

1. $(x_1 + x_2 + \dots + x_{19} + x_{20})^3$ ifadesinin açılımında, benzer terimler toplandıktan sonra ortaya çıkan ifade kaç terimlidir? (Örnek : $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ ifadesi dört terimlidir.)

- A) 1550 B) 1540 C) 1570 D) 400 E) 8000

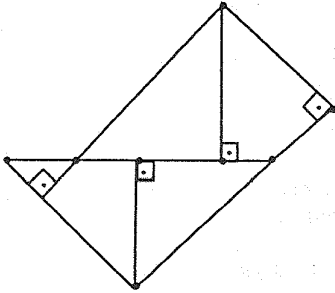
2. Bir f fonksiyonu her a ve b reel sayıları için

$$f(a+b)=f(ab) \text{ ve } f(1999)=1999$$

koşullarını sağlamaktadır. Buna göre, $f(2000)$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1999 B) 2000 C) 1000 D) 999 E) Hiçbiri

3. Aşağıdaki şekilde işaretlenmiş noktaların en az dördünden geçen kaç çember vardır?

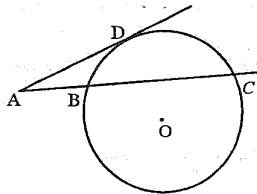


- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) En az 4

4. 5,10,15, . . . ,995,1000 aritmetik dizisinin tüm terimlerinin çarpımı olan sayının sondan kaç basamağında sıfır bulunur ?

- A) 200 B) 199 C) 198 D) 197 E) 196

5. Şekilde, O merkezli çemberin D noktasındaki teğeti ile $[BC]$ kirişinin uzantısının kesişim noktası A 'dır. $|AD|=|BC|=a$ ve $|AB|=b$ ise, $(2b+a)^2$ 'nin a cinsinden değeri nedir?



- A) a^2 B) $4a^2$ C) $5a^2$ D) $9a^2$ E) $3a^2$

6. 318 sayfalık bir kitabın tüm sayfalarındaki sayfa numaraları kesiliyor, sonra her sayfa numarasının bulunduğu

parça, her bir parçada bir rakam bulunacak şekilde kesilerek küçük parçalara ayrılıp, bu küçük parçalar bir torbaya dolduruluyor ve torbadan rasgele bir parça çekiliyor. Çekilen parçadaki rakamın 1 olma olasılığı nedir?

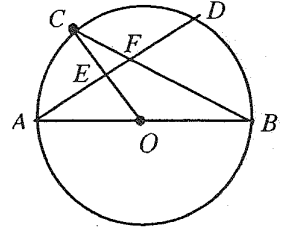
- A) $\frac{1}{16}$ B) $\frac{11}{98}$ C) $\frac{19}{94}$ D) $\frac{23}{92}$ E) $\frac{1}{3}$

7. Saf asitle dolu olan 54 litrelik bir kaptan bir miktar asit alınıp yerine aynı miktarda su konuyor. Sonra, bu kaptaki karışımdan, ilk alınan miktarda karışım alınıp, yerine su konuyor. Bu işlem tamamlandıktan sonra, kaptaki karışımın 24 litresi saf asit olduğuna göre, birinci defada kaptan kaç litre asit alınmıştır?

- A) 15 B) 16 C) 17 D) 18 E) 19

8. Şekilde, merkezi O ve çapı $[AB]$ olan çember üzerinde C ve D noktaları işaretlenmiş olup, AD ile OC 'nin kesişim noktası E ve AD ile BC 'nin kesişim noktası F 'dir. $m(\widehat{EAB}) = 19^\circ$,

$m(\widehat{FEO}) = 91^\circ$ ise, $m(\widehat{BFD})$ kaç derecedir?



- A) 50 B) 55 C) 60 D) 63 E) 65

9. Her n pozitif tamsayısı için n 'nin en büyük asal çarpanını $A(n)$ ile gösterelim. $a_1=68$ ve her $n \geq 1$ için $a_{n+1}=a_n + A(a_n)$ ile tanımlanan $\{a_n\}$ dizisinin 19 'uncu terimi kaçtır?

- A) 340 B) 371 C) 361 D) 350 E) 380

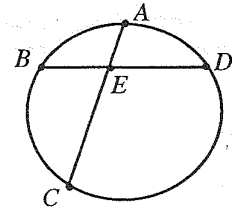
10. $p^3 + p^2 + 11p + 2$ ifadesinin asal sayı olmasını sağlayan kaç tane p asal sayısı vardır?

- A) 1 B) 2 C) 11 D) Sonsuz E) Hiçbiri

11. İçinde 13 kırmızı ve 8 mavi top bulunan bir torbadan rasgele bir miktar top çekiliyor. Çekilen topların en az 6'sının kırmızı ve en az 4'ünün mavi olmasını garanti etmek için en az kaç top çekilmelidir?

- A) 10 B) 19 C) 17 D) 15 E) 12

12. Şekilde E , çemberin $[BD]$ ve $[CA]$ kirişlerinin kesişim noktası olup, $|BA|=|AD|$ 'dir. $|AE|=3$ ve $|EC|=9$ ise, $|AD|$ kaçtır?



- A) 6 B) $2\sqrt{3}$ C) 4 D) $3\sqrt{3}$ E) $3\sqrt{2}$

13. m ve n sayıları 2000 sayısının pozitif bölenleri olmak üzere, (m, n) ikililerini düşününüz. Bu ikililerden kaç tanesi için n sayısı m 'yi tam böler?

- A) 200 B) 150 C) 100 D) 60 E) 35

14. Hiç bir basamağında sıfır bulunmayan üç basamaklı tamsayılar içinde, basamaklarından biri diğer iki basamağının toplamına eşit olan kaç sayı vardır?

- A) 66 B) 75 C) 87 D) 96 E) 108

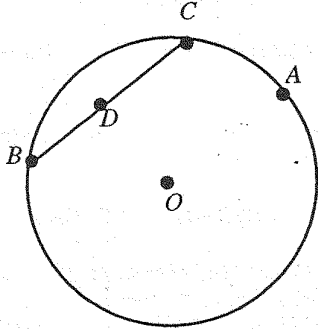
15. 369 sayısı bir kaç ardışık doğal sayının toplamı olarak kaç farklı biçimde yazılabilir?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 7

16. $x = 11^2 - 12^2 + 13^2 - 14^2 + 15^2 - \dots - 110^2 + 111^2$ ise, x aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 6271 B) 6241 C) 6251 D) 6231 E) 6261

17. Şekilde O merkezli çemberin, $[BC]$ kirişinin orta noktası D ve bir noktası A 'dır $m(\hat{D}OA) = 90^\circ$ ve $m(\hat{B}AC) = 40^\circ$ ise, $m(\hat{ABC})$ kaç derecedir?



- A) 50 B) 45 C) 30 D) 25 E) 20

18. n kenarlı bir düzgün (dış bükey) çokgenin bir iç açısının 3 katı, m kenarlı bir düzgün (dış bükey) çokgenin bir iç açısının 4 katına eşit ise, $(m+n)$ sayısı aşağıdakilerden hangisi olamaz?

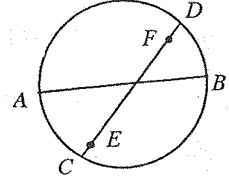
- A) 49 B) 25 C) 24 D) 15 E) 10

19. 8 şeker kutusunun her birinde farklı sayıda şeker bulunmaktadır. Bu kutulardan rasgele biri boşaltılıp diğer

kutularda uygun biçimde dağıtılınca, diğer 7 kutunun her birindeki şeker sayısı aynı oluyor. Başlangıçta en çok şeker bulunan kutuda en az kaç şeker vardır?

- A) 18 B) 24 C) 28 D) 32 E) 36

20. Şekilde, $[AB]$ çaplı çemberin bu çapını kesen bir kirişi $[CD]$, A ve B 'den $[CD]$ kirişine indirilen dikmelerin ayakları, sırasıyla E ve F 'dir. $|AE|=16$, $|BF|=14$, ve $|AB|=34$ ise, $|FD|$ aşağıdakilerden hangisidir?



- A) $4(2\sqrt{2}+1)$ B) $3(4\sqrt{2}-1)$ C) $4\sqrt{7}$
D) $2(3+\sqrt{2})$ E) $4(3\sqrt{2}-2)$

V. ANTALYA MATEMATİK OLİMPİYADI, LİSE II-III

1. 369 sayısı bir kaç ardışık doğal sayının toplamı olarak kaç farklı biçimde yazılabilir?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 7

5. $a, b, c \in \mathbb{Z}$ olmak üzere, $ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin diskriminantının 47 olmasını sağlayan kaç tane (a, b, c) üçlüsü vardır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 47 E) Sonsuz

3. m ve n sayıları 2520 sayısının pozitif bölenleri olmak üzere, (m, n) ikililerini düşününüz. Bu ikililerden kaç tanesi için n sayısı m 'yi tam böler?

- A) 270 B) 540 C) 250 D) 455 E) 500

4. ABC bir dik üçgen, $m(\hat{A}) = 90^\circ$, $[BC]$ 'nin orta noktası D ; $[AC]$ 'nin bir noktası E olmak üzere, $|AB|=|AE|$ ve $|AC|=3|AB|$ ise, $m(\hat{A}ED)$ kaç derecedir?

- A) 105° B) 120° C) 135° D) 140° E) 150°

5. 30 farklı kitap, her bir bölümü 30 kitap alabilen 7 bölmeli bir rafa kaç değişik biçimde dizilebilir? (Bazı bölmeler boş kalabilir.)

A) $\binom{30}{7}$ B) $23!$ C) $\frac{36!}{6!}$ D) $\frac{37!}{7!}$ E) $\frac{30!}{7!}$

6. Tüm pozitif tamsayılardan oluşan küme N ile gösterilmek üzere, $f: N \rightarrow N$ fonksiyonu

(i) m ve n aralarında asal olunca, $f(mn)=f(m)f(n)$;

(ii) p ve q asal olunca, $f(p+q)=f(p)+f(q)$

özelliklerine sahipse, $f(100)$ kaçtır?

A) 29 B) 50 C) 70 D) 125 E) Hiçbiri

7. Bir ABC üçgeninin $[AB]$ kenarının orta noktası D ile; D , B ve C noktalarından geçen çemberin $[AC]$ kenarı ile (ikinci defa) kesişim noktası E ile gösterilmek üzere, $|AC|=3|AE|$ ve $m(\widehat{EBC})=90^\circ$ ise, $|EB|^2 / |BC|^2$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{7}{3}$ B) $\frac{5}{3}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{3}{7}$ E) 2

8.
$$\begin{cases} y^2 - (x+1)(x^2 + 4) = 0 \\ y^2 - (4-2x)y + (4-4x-3x^2) = 0 \end{cases}$$

denklemin çözüm kümesinde kaç (x,y) reel sayı ikilisi vardır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 3'ten fazla

9. $a_1=1$ ve her $n \geq 1$ için

$$a_{n+1} = \frac{1}{n}(1+2a_1+3a_2+\dots+(n+1)a_n)$$

ile tanımlanan dizinin 2000 inci terimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $3 \cdot 2^{1998}$ B) $3 \cdot 2^{1999}$ C) $3 \cdot 2^{1997}$
D) $3 \cdot 2^{2000}$ E) $3 \cdot 2^{2001}$

10. $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{2000}$ denkleminin tamsayılar kümesinde kaç çözümü vardır?

A) 5 B) 21 C) 16 D) 10 E) 40

11. Yarıçapı r olan çember, yarıçapı R olan çembere A noktasında içten teğettir. Dıştaki çemberin herhangi bir B

noktasından içteki çembere çizilen teğetin değme noktası

C ve $2|BC|=|BA|$ ise, $\frac{r}{R}$ nedir?

A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{4}{5}$ C) $\frac{5}{8}$ D) $\frac{7}{10}$ E) $\frac{11}{20}$

12. 8 şeker kutusunun her birinde farklı sayıda şeker bulunmaktadır. Bu kutulardan rasgele biri boşaltılıp diğer kutulara uygun biçimde dağıtılınca, diğer 7 kutunun her birindeki şeker sayısı aynı oluyor. Başlangıçta en çok şeker bulunan kutuda en az kaç şeker vardır?

A) 14 B) 21 C) 28 D) 35 E) 42

13. Aşağıdaki denklemin kaç reel çözümü vardır?

$$x = 1 - 2(1 - 2x^2)^2$$

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

14. Her $x \in [-1,1]$ için $|2x^2 + ax + b| \leq 1$ eşitsizliğinin sağlanmasını garanti eden reel a ve b sayıları için $a^2 + b^2$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$

15. $ABCDEF$ düzgün altıgeni veriliyor. $ABCD$ dörtgeninin iç bölgesinde alınan bir K noktası için $m(\widehat{KAD})=18^\circ$ ve $m(\widehat{KAB})=m(\widehat{KCD})$ ise, $m(\widehat{KBA})$ kaç derecedir?

A) 84 B) 81 C) 94 D) 96 E) 72

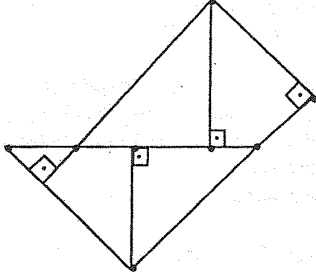
16. $a_3=3$ ve her $n \geq 1$ için $a_{n+2}=a_{n+1}-a_n$ bağıntısı ile tanımlanmış bir $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ dizisinin ilk 100 teriminin toplamı 100 ise, ilk 111 teriminin toplamı kaçtır?

A) 100 B) 111 C) 136 D) 194 E) 222

17. $[AB]$ çaplı yarım çemberin \widehat{AB} yayının orta noktası C ; \widehat{BC} yayı üzerinde B ve C 'den farklı bir nokta P ; CP ile AB doğrusunun kesişim noktası Q ; Q 'dan geçen ve AB doğrusuna dik olan doğru ile AP 'nin kesişim noktası D olmak üzere, $|AB|=6$ ve $|DQ|=10$ ise, $|QP| \cdot |QC|$ nedir?

A) 160 B) 169 C) 150 D) 140 E) 144

18. Aşağıdaki şekilde işaretlenmiş noktaların en az dördünden geçen kaç çember vardır?



- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) En az 4

19. Her n pozitif tamsayısı için n nin en büyük asal çarpanını $A(n)$ ile gösterelim. $a_1=68$ ve her $n \geq 1$ için $a_{n+1} = a_n + A(a_n)$ ile tanımlanan $\{a_n\}$ dizisinin 19 'uncu terimi kaçtır?

- A) 340 B) 371 C) 361 D) 350 E) 380

20 . $a_n = \frac{n^2}{(1,001)^n}$, $(n=1,2,3,\dots)$ dizisinin en büyük terimi kaçınıcı terimdir?

- A) 1001 B) 1999 C) 2000 D) 2001 E) 2002

DUYURU

1996'dan günümüze kadar her yıl yapılmakta olan

ANTALYA MATEMATİK OLİMPİYATLARI 'nda

sorulmuş olan tüm soruların ve onların
yanıtlarının yer aldığı kitapçık
Akdeniz Üniversitesi Matematik Bölümünden
Halil İ. Karakaş ve İlham Aliyev
tarafından hazırlanarak bölüm yayını olarak
bastırılmıştır.

Bu kitapçıktan edinmek isteyen okurlarımız,
ederi olan 750.000.- TL'yi
Melih Eryiğit adına açılmış olan
1119282 no'lu Posta Çeki hesabına yatırıp
fotokopisini bölüm adresine iletirlerse,
kitapçığı adreslerine postalayacağız.