

GEOMANIA OLİMPİYAT DENEMESİ – 1

(Haz: Lokman GÖKÇE)

Bu çalışmamız, çeşitli olimpiyatlardan – matematik yarışmalarından derlenen ya da geomania.org takımı tarafından hazırlanan problemlerin bir araya getirilmesiyle oluşturulmuştur. Klasik olarak sunulan 6 soruluk bu deneme sınavının süresi 3 saattir. Kolay gelsin...

1) $\sqrt[3]{x+3} + 6 = (x-3)^3$ denkleminin reel köklerinin toplamı kaçtır?

2) $A = \{1, 2, 3, \dots, 12\}$ kümesinin herhangi iki ardışık elemanı bir arada bulunmayan kaç alt kümesi vardır?

3) $\triangle ABC$ üçgeninin $[AB]$, $[AC]$ kenarları üzerinden $DE \parallel BC$ olacak şekilde sırasıyla D ve E noktaları alınıyor. $|AB| \leq |AC| \Leftrightarrow |CD| \geq |BE|$ olduğunu ispatlayınız.

4) $x^3 - 2y^3 = 8z^3$ denkleminin negatif olmayan tamsayılar kümesindeki tüm (x, y, z) üçlüsü çözümlerini bulunuz.

5) $x, y, z > 0$ reel sayılar olmak üzere

$$\left. \begin{array}{l} 4x + 49y + 25z = 2 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 98 \end{array} \right\} \text{denklem sistemini sağlayan tüm } (x, y, z) \text{ üçlülerini bulunuz.}$$

6) Kenar uzunlukları $|AB| = 15, |AC| = 21, |BC| = 24$ olan $\triangle ABC$ üçgeninin içinden $\angle BDC = 120^\circ$ olacak şekilde bir D noktası alınıyor. $|AD|$ nin en küçük değerini bulunuz.