

GEOMANIA OLİMPİYAT DENEMESİ – 8

Bu çalışmamız, çeşitli olimpiyatlardan – matematik yarışmalarından derlenen ya da geomania.org takımı tarafından hazırlanan problemlerin bir araya getirilmesiyle oluşturulmuştur. Klasik olarak sunulan 6 soruluk bu deneme sınavının süresi 3 saattir. Kolay gelsin...

1) $x^7 + 7x^6 + 6x^5 + 5x^2 - 2x - 3 = 0$ denkleminin kökleri x_i , ($i = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$) ise köklerin kareleri toplamı kaçtır?

2) 1261'den küçük olan kaç tane pozitif tam sayı 2, 3, 5 veya 7 den herhangi birisine tam bölünmez?

3) En küçük ortak katı 58.800 olan kaç farklı A, B pozitif tamsayı çifti vardır? Burada (A, B) ve (B, A) aynı durumlar olarak alınacaktır.

4) $ABCD$ kirişler dörtgeninde $\angle ABC = 120^\circ$, $\angle ABD = 30^\circ$, $|AB| = a$, $|BC| = b$ ve $|CD| = c$ olsun. Aşağıdaki bağıntıları ispatlayınız:

(a) $c \geq a + b$ (b) $|\sqrt{c+a} - \sqrt{c+b}| = \sqrt{c-a-b}$

5) $x^3 + 19x^2 - x + 23 \equiv 0 \pmod{42}$ denkleminin modülo 42 içinde kaç farklı çözümü vardır?

6) $a_1 = 10\sqrt{6}$ ve $n \geq 1$ için $a_n(a_{n+1} - a_n) = 30$ şeklinde tanımlanan (a_n) dizisi için a_{51} teriminin tam kısmı kaçtır?