

GEOMANIA OLİMPİYAT DENEMESİ – 6

Bu çalışmamız, çeşitli olimpiyatlardan – matematik yarışmalarından derlenen ya da geomania.org takımı tarafından hazırlanan problemlerin bir araya getirilmesiyle oluşturulmuştur. Klasik olarak sunulan 6 soruluk bu deneme sınavının süresi 3 saattir. Kolay gelsin...

1) $\triangle ABC$ üçgeninde CAB, ABC, BCA kırık doğrularının orta noktaları sırasıyla A_1, B_1, C_1 olsun. Sırasıyla A_1, B_1, C_1 noktalarından geçen ve A, B, C nin açılı ortaylarına paralel olan doğrular l_A, l_B, l_C olsun. l_A, l_B, l_C doğrularının noktadaş olduğunu gösteriniz.

2) $x^{45} + x - 19 \equiv 0 \pmod{49}$ denkleğinin, birbirine denk olmayan kaç farklı çözümü vardır?

3) Bir düzgün altıgen dik prizmanın her bir yüzü farklı renge boyanacaktır.

a) 8 farklı renk boyaya sahibiz. Prizmanın döndürülmesi ile elde edilen durumların aynı olduğı varsayılmak üzere kaç farklı boyama yapılabilir?

b) 10 farklı renk boyaya sahip olduğumuzu varsayarak kaç farklı boyama yapılabiliriz?

4) 1.000.000 sayısı kaç farklı yolla üç pozitif tamsayının çarpımı olarak ifade edilebilir? (Çarpanların sırasının yer değıştirmesi farklı bir yazılış olarak alınmayacaktır)

5) $\triangle ABC$ üçgeninde C den çizilen açılı ortay ve yükseklik $[AB]$ kenarını sırasıyla L, H de kessin. L den AC ve BC ye çizilen dikme ayakları M, N olsun. AN, BM, CH doğrularının aynı noktadan geçtiğini ispatlayınız.

6) $\sqrt{11111102222224}$ işleminin sonucu kaçtır?