

GEOMANIA OLİMPİYAT DENEMESİ – 5

Bu çalışmamız, çeşitli olimpiyatlardan – matematik yarışmalarından derlenen ya da geomania.org takımı tarafından hazırlanan problemlerin bir araya getirilmesiyle oluşturulmuştur. Klasik olarak sunulan 6 soruluk bu deneme sınavının süresi 3 saattir. Kolay gelsin...

1) $0 < |a + b\sqrt{2}| < \frac{1}{400}$ eşitsizliğini sağlayan $a, b \in [-1000, 1000]$ tamsayılarının olduğunu gösteriniz.

2) $3(xy + yz + zx) = 4xyz$ denkleminin pozitif tamsayılarda kaç tane (x, y, z) üçlüsü çözümü vardır?

3) $a_1 = 2$ ve $n \geq 1$ için $a_{n+1} = \frac{(\sqrt{2} + 1) + a_n}{1 - (\sqrt{2} + 1).a_n}$ kuralı ile tanımlanan (a_n) dizisinin 2010.

terimini hesaplayınız.

4) $|AB| = |AC|$ olan bir $\triangle ABC$ üçgeninin $[BC]$ tabanının orta noktası D dir. D 'den $[AC]$ kenarına çizilen dikme ayağı E olmak üzere $[DE]$ nin orta noktası F ise $AF \perp BE$ olduğunu gösteriniz.

5) $\angle BCD = 135^\circ$ olan bir $ABCD$ kirişler dörtgeninin köşegenleri E de kesişmektedir. $|AB|.|ED| = |BE|.|AD|$ ve $|AC| = 6$ ise $ABCD$ dörtgeninin alanını bulunuz.

6) Her n pozitif tamsayısı ve $a, b, c > 0$ reel sayıları için $3^{n-1}.(a^n + b^n + c^n) \geq (a + b + c)^n$ eşitsizliğinin doğru olduğunu gösteriniz.