

GEOMANIA OLİMPİYAT DENEMESİ – 3

Bu çalışmamız, çeşitli olimpiyatlardan – matematik yarışmalarından derlenen ya da geomania.org takımı tarafından hazırlanan problemlerin bir araya getirilmesiyle oluşturulmuştur. Klasik olarak sunulan 6 soruluk bu deneme sınavının süresi 3 saattir. Kolay gelsin...

1) Ayhan ve Betül birlikte ördek avlamaya giderler. Ayhan ve Betül'ün ördeği kaçırma – vurma şansları eşit olarak $\frac{1}{2}$ dir. Ayhan 100 tane, Betül ise 101 tane atış yapıyor. Betül'ün Ayhan'dan daha fazla ördek vurma olasılığı nedir?

2) Rakamlarının çarpımı, rakamlarının toplamına eşit olan kaç dört basamaklı tamsayı vardır?

3) Düzlemde bir şekil, bir O noktası etrafında 14° döndürülünce kendi kendisiyle çakışıyor.

(a) Bu şekil O noktası etrafında 98° döndürülürse yine kendisiyle çakışacağını ispatlayınız.

(b) Bu şekil O noktası etrafında 97° döndürüldüğü zaman da kendisiyle çakışması gerekir mi?

4) $n > 1$ tamsayısı için $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} \dots \frac{2n-1}{2n} < \frac{1}{\sqrt{3n+1}}$ eşitsizliğini ispatlayınız.

5) $ABCD$ paralelkenarının köşegenlerinin kesim noktası O olsun. $\triangle AOB$ nin çevrel çemberi, AD yi E de kesiyor. $\triangle EOD$ nin çevrel çemberi de BE yi F de kesiyor. $\angle CAB = \angle FCB$ olduğunu gösteriniz.

6) $x^6 - 3x^5 - 13x^4 + 42x^3 - 13x^2 - 3x + 1 = 0$ denkleminin en büyük kökü ile en küçük kökünün çarpımı kaçtır?