

# Türkiye Ulusal Matematik Olimpiyatları

*Birinci Aşama **Zor** Deneme Sınavı- 11 Haziran 2016*

## DENEME SINAVI

### 4. Deneme

**Soru Sayısı: 32**

**Sınav Süresi: 210 dakika**

**Başarılar Dileriz...**

## Ulusal Matematik Olimpiyatı Deneme Sınavı 4

---

1. Bir  $ABCD$  karesinin iç bölgesinde rastgele bir  $E$  noktası alınıyor.  $|AE| \perp |EB|$ ,  $|AE| = 4$ ,  $|DE| = 5$  ise  $|BE|$  nin alabileceği tamsayı değerlerinin toplamı nedir?

- a) 7                      b) 8                      c) 9                      d) 10                      e) 11

2.  $m^3 + 3mn + n^3 = 3m^2 + 3n^2$  denkleminin tamsayılarda kaç çözümü vardır?

- a) 0                      b) 1                      c) 2                      d) 3                      e) 4

3. Katsayıları  $\{0, 1, 3, 5, 12\}$  kümesine ait olan bir polinomun  $x - 24$  ile bölümünden kalan 2016 ise, bu polinomda sabit terim en az kaç olabilir ?

- a) 1                      b) 3                      c) 5                      d) 12                      e) 0

4. Sadece 1, 2 ve 3 rakamlarını kullanarak 15 basamaklı sayılar oluşturacağız, bu sayıların hiçbirinde ardışık 2 veya ardışık 3 görmek istemiyoruz. Kaç farklı sayı oluşturabiliriz?

- a) 331429                      b) 332429                      c) 664859                      d) 665857                      e) Hiçbiri
-

## Ulusal Matematik Olimpiyatı Deneme Sınavı 4

---

5. Bir  $\triangle ABC$  üçgeninin iç bölgesinde keyfi bir  $D$  noktası alınıyor.  $m(\widehat{BAD}) = \phi$ ,  $m(\widehat{DBA}) = \omega$ ,  $m(\widehat{DAC}) = \theta$ ,  $m(\widehat{ACD}) = \beta$  ve  $|AC| = |BD|$  olmak üzere,  $3\theta + 2\beta = 180^\circ$  ve  $\phi + \omega = 60^\circ$  eşitlikleri sağlanıyorsa,  $m(\widehat{DCB})$  kaçtır?

- a) 15                      b) 45                      c) 30                      d) 60                      e) 75

6. 6 tabanına göre yazılımlında 2, 4 rakamları geçmeyen en küçük 2016. pozitif tamsayı kaçtır?

- a) 366966                      b) 353112                      c) 337559                      d) 354116                      e) Hiçbiri

7.  $x^4 - x^3 + 10x^2 - 4x + 24 = 0$  polinomunun gerçel köklerinin kareleri toplamı kaçtır?

- a) 0                      b) 2                      c) 4                      d) 6                      e) 8

8. Tahtayı döndürmeden  $2 \times 30$  bir tahtayı,  $1 \times 2$ ,  $2 \times 1$  ve  $2 \times 2$  bloklar kullanılarak kaç farklı şekilde oluşturabiliriz?

- a) 210                      b) 715827883                      c) 715827885                      d) 24                      e) 21
-

## Ulusal Matematik Olimpiyatı Deneme Sınavı 4

---

9.  $ABCD$  dikdörtgeninin  $|AC|$  köşegeni üzerinde  $|AD| = |DE| = a$  olacak şekilde  $E$ ,  $|DC|$  üzerinde  $|BM| = |BN| = |AB| = 2a$  olacak şekilde  $M$  ve  $N$  noktaları alınıyor.  $m(\widehat{MEN})$  açısı kaç derecedir?

- a)  $110^\circ$       b)  $115^\circ$       c)  $120^\circ$       d)  $130^\circ$       e)  $135^\circ$

10.  $n$  den küçük ve  $n$  ile aralarında asal olan, tam olarak 23 tamsayı bulunmasını sağlayan kaç pozitif çift tamsayı vardır?

- a) 0      b) 1      c) 2      d) 3      e) Hiçbiri

11.  $x^6 + y^6 + 2y + x^2 + y^2 + 2y^3 + 2 = 2x^3y + 2x^3 + 2xy^3 + 2x$  eşitliğini sağlayan kaç  $(x, y)$  gerçel sayı ikilisi vardır?

- a) 0      b) 1      c) 2      d) 3      e) Hiçbiri

12. Asal olmayan bir  $n$  sayısı için bu sayının 1 den büyük bölenlerini bir çember etrafına herhangi 2 komşu sayı aralarında asal olmayacak biçimde diziliyorsa  $n$  sayısına iyi sayı diyelim. İlk 100 sayı içinde kaç iyi sayı vardır?

- a) 22      b) 24      c) 25      d) 19      e) Hiçbiri
-

## Ulusal Matematik Olimpiyatı Deneme Sınavı 4

---

13. Merkezi  $O$  olan bir çembere, dışındaki bir  $P$  noktasından  $PAB$  keseni çiziliyor.  $P'$  den geçen ve verilen çembere  $A$  ve  $B$  de teğet olan çemberler  $P'$  den farklı bir  $H$  noktasında kesiştiklerine göre ;  $m(\widehat{PHO})$  kaçtır?

- a)  $85^\circ$                       b)  $90^\circ$                       c)  $95^\circ$                       d)  $100^\circ$                       e)  $120^\circ$

14.  $n$  tamsayısını bölen pozitif tam sayıların sayısı  $d(n)$  ile gösterilmek üzere; 201600 sayısının tüm  $k$  pozitif tam sayı bölenleri için,  $d(k)$  sayılarının toplamı nedir?

- a) 3888                      b) 3889                      c) 4387                      d) 4389                      e) Hiçbiri

15.  $[1, 2016]$  aralığında yer alan  $n$  gerçel sayı nasıl seçilirse seçilsin, kenar uzunlukları birbirinden farklı olup bu sayılardan bazılarına eşit olan bir çokgen bulunuyorsa,  $n$  en az kaç olabilir?

- a) 24                      b) 16                      c) 17                      d) 19                      e) Hiçbiri

16. Birim kare içerisinde seçilen 4 noktadan ne olursa olsun aralarındaki mesafe 1 den küçük olan en az kaç nokta bulunabilir ?

- a) 1                      b) 2                      c) 3                      d) 4                      e) Hiçbiri
-

Ulusal Matematik Olimpiyatı Deneme Sınavı 4

---

17.  $m(\widehat{B})$  açısı dik olan  $\triangle ABC$  üçgeninde  $|AB| = 3$  ve  $|BC| = 2\sqrt{3}$  tür.  $AB$ ,  $BC$  ve  $AC$  kenarları üzerinde sırayla  $D$ ,  $E$  ve  $F$  noktaları alınıyor öyle ki  $m(\widehat{DFE}) = 90^\circ$  ve  $|DE| = \frac{6}{\sqrt{7}}$  dir. Buna göre  $|EC|$  uzunluğu nedir?

- a)  $\frac{8\sqrt{3}}{7}$       b)  $\frac{6\sqrt{3}}{3}$       c)  $\frac{5\sqrt{3}}{4}$       d)  $\frac{9\sqrt{3}}{4}$       e)  $\frac{7\sqrt{5}}{7}$

18.  $\binom{2016}{1} + 2016\binom{2016}{3} + 2016^2\binom{2016}{5} + \dots + 2016^{1009}\binom{2016}{2016}$

toplamının 503 ile bölümünden kalan kaçtır ?

- a) 14      b) 501      c) 502      d) 23      e) 24

19.  $(\sqrt{x^2 - 4x + 3 + \sqrt{2}})(\sqrt{x^2 + 2x + 3 + \sqrt{3}})$  ifadesinin minimum değeri kaçtır?

- a)  $\sqrt{(\sqrt{2} - 1)(\sqrt{3} + 2)}$       b) 0      c) 1      d) 2      e) Hiçbiri

20.  $\{1, 2, \dots, 2015\}$  kümesinden herhangi 2 sayının toplamı 26 ya bölünecek şekilde en çok kaç sayı seçilebilir?

- a) 155      b) 157      c) 158      d) 159      e) Hiçbiri
-

## Ulusal Matematik Olimpiyatı Deneme Sınavı 4

---

21. Bir  $ABCD$  dükdörtgenin dış bölgesinde  $F$  noktası alınıyor.  $E$  noktası  $BC$  kenarının orta noktası olmak üzere,  $m(\widehat{ADF}) = 30^\circ$ ,  $m(\widehat{BAE}) = 2m(\widehat{AEF}) = 40^\circ$  dir.  $m(\widehat{AFE})$  kaçtır?

- a) 20                      b) 25                      c) 30                      d) 35                      e) 60

22. Kaç  $n$  pozitif tamsayısı için  $n^4 - n^3 + 2n^2 - 4n - 8$  sayısı 2016 ile bölünür?

- a) 0                      b) 1                      c) 2014                      d) 2015                      e) 2016

23.  $a, b, c \in R^+$ ,  $a + b + c = 3$  olmak üzere,

$$\frac{b^2c + a^2c}{a^2b + 2b^2c + 2a^2c} + \frac{b^2a + c^2a}{c^2b + 2b^2a + 2c^2a} + \frac{a^2b + b^2c}{b^2a + 2a^2b + 2b^2c} \geq k$$

Eşitsizliğini sağlayan en büyük  $k$  gerçel sayısı kaçtır ?

- a)  $\frac{1}{2}$                       b)  $\frac{3}{4}$                       c)  $\frac{5}{6}$                       d)  $\frac{7}{8}$                       e) Hiçbiri

24. Bir çember üstünde 40 kırmızı, 30 mavi ve 20 yeşil nokta işaretleniyor. Komşu kırmızı ve mavi noktaların arasındaki yaya 1, komşu kırmızı ve yeşil noktaların arasındaki yaya 2, komşu yeşil ve mavi noktaların arasındaki yaya 3 yazılıyor. Çember üstünde yazılı olan sayıların toplamı en çok kaç olabilir?

- a) 75                      b) 76                      c) 77                      d) 78                      e) 79
-

## Ulusal Matematik Olimpiyatı Deneme Sınavı 4

---

25.  $C$  açısı dik olan  $\triangle ABC$  ikizkenar üçgeninin  $|CA|$ ,  $|CB|$  kenarları üzerinden  $|DC| = |EC|$  olacak şekilde  $D$ ,  $E$  noktaları alınıyor.  $D, C$  noktalarından  $AE$  doğrusuna çizilen dikmeler  $|AB|$  hipotenüsünü sırasıyla  $K$ ,  $L$  noktalarında kesiyor.  $\frac{KL}{LB}$  kaçtır ?

- a) 1                      b) 2                      c)  $\frac{1}{2}$                       d)  $\frac{2}{3}$                       e)  $\frac{3}{2}$

26.  $n$  bir pozitif tamsayı olmak üzere,  $n^3 + 3n^2 + 2n + 1$  ve  $n^2 + 4n + 1$  sayılarının her ikisini bölen asal sayıların sayısı en çok kaç olabilir ?

- a) 3                      b) 2                      c) 1                      d) 0                      e) Hiçbiri

27. Her  $x$  gerçel sayısı için,  $(x + 100)P(x) - xP(x + 1) = 1$  eşitliğini sağlayan kaç  $P$  polinomu vardır?

- a) 0                      b) 1                      c) 2                      d) 3                      e) Hiçbiri

28. 100 yolcu 100 kişilik bir uçağa binmek üzere sırada beklemektedir. Sıranın başındaki kişi kartını kaybetmiştir ve uçakta rastgele bir yere oturmuştur. Diğer yolcular da sıraları geldikçe eğer koltukları dolu ise rastgele bir yere, eğer boş ise kendi koltuklarına oturmaktadır. 100. yolcunun kendi koltuğuna oturma olasılığı nedir?

- a)  $\frac{2}{3}$                       b)  $\frac{4}{5}$                       c)  $\frac{5}{7}$                       d)  $\frac{1}{2}$                       e) Hiçbiri
-

## Ulusal Matematik Olimpiyatı Deneme Sınavı 4

---

**29.** Bir  $\triangle ABC$  üçgeninin iç bölgesinde bir  $D$  noktası alınıyor.  $m(\widehat{DBC}) = 12^\circ$ ,  $m(\widehat{DCB}) = 18^\circ$  ve  $m(\widehat{ACD}) = 36^\circ$  ve  $|AC| = |DC|$  olduğuna göre,  $m(\widehat{BAD})$  kaç derecedir?

- a) 15                      b) 25                      c) 20                      d) 30                      e) Hiçbiri

**30.** 2016 dan küçük kaç  $n$  pozitif tam sayısı için,  $n$  yi bölen en küçük asal sayı  $p$  olmak üzere,  $p^3 + 2p + 3$  sayısı  $n$  yi böler ?

- a) 3                      b) 2                      c) 1                      d) 0                      e) hiçbiri

**31.** Gerçek sayılardan oluşan bir  $(a_n)_{n=1}^\infty$  dizisi her  $n \geq 3$  için,

$$a_n = (n-1)a_1 + (n-2)a_2 + \cdots + 2a_{n-2} + a_{n-1}$$

eşitliğini sağlamaktadır.  $a_{2014} = 2014$  ve  $a_{2015} = 2015$  ise,  $a_{2016}$  nedir?

- a) 2015                      b) 4030                      c) 4031                      d) 2014                      e) 2016

**32.**  $k \geq 2$  Tamsayı olmak üzere,  $\binom{2n}{n} \pmod{k}$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$  dizisinin Periyodik olmasını mümkün kılan kaç  $k$  tamsayı vardır ?

- a) 1                      b) 2                      c) 3                      d) 4                      e) Hiçbiri
-