

21. Ortaokul Matematik Olimpiyatı Birinci Aşama Sınavı **A**

1. Bir  $ABC$  üçgeninde  $BE$  ve  $CD$  kenarortayları birbirine dik ve  $|BE| = 18$ ,  $|CD| = \frac{27}{2}$  ise  $AF$  kenarortayının uzunluğu kaçtır?

- a)  $\frac{43}{2}$                       b) 22                      c)  $\frac{45}{2}$                       d) 23                      e) 24

2.

$$\frac{1}{3m} + \frac{1}{4n} + \frac{17}{12mn} = \frac{1}{2}$$

denklemini sağlayan  $m, n$  pozitif tam sayıları için  $m+n$  ifadesinin alabileceği farklı değerlerin toplamı kaçtır?

- a) 15                      b) 17                      c) 19                      d) 21                      e) 23

3. Bir kutuda renkleri kırmızı, beyaz, mavi ve yeşil olan toplam  $n$  top bulunuyor. Kırmızı topların sayısı  $\frac{n}{3} + 20$ , beyaz topların sayısı  $\frac{n}{5} + 15$ , mavi topların sayısı  $\frac{n}{7} + 5$  tir. Yeşil top sayısı mavi top sayısından daha az ise, kutudaki kırmızı top sayısı beyaz top sayısından ne kadar fazladır?

- a) 19                      b) 33                      c) 47                      d) 61                      e) 75

4. Başlangıçta  $1, 2, \dots, 2016$  şeker içeren 2016 öbek vardır. Her işlemde bir öbek seçiliyor ve seçilmiş öbekten daha az şeker içermeyen her öbekten (seçilmiş öbek dahil) seçilmiş öbekteki kadar şeker alınıp yeniyor. Birkaç işlem sonucunda tek bir öbek kaldıysa son öbekteki şeker sayısı  $1, 2, \dots, 21$  sayılarından kaçına eşit olabilir?

- a) 1                      b) 4                      c) 6                      d) 10                      e) 21





21. Ortaokul Matematik Olimpiyatı Birinci Aşama Sınavı **A**

13. Eş merkezli iki çemberin arasında kalan bölgenin alanı  $36\pi$  dir. Büyük çemberin bir  $AB$  kirişi küçük çembere teğettir.  $A$  ve  $B$  noktalarında büyük çembere çizilen teğetler  $C$  de kesişiyor.  $|CA| = 10$  ise  $ABC$  üçgeninin alanı nedir?

- a) 28                      b) 36                      c) 40                      d) 44                      e) 48

14.  $a + b + c + d + e = 0$  koşulunu sağlayan  $a, b, c, d, e$  tam sayıları için  $a^5 + b^5 + c^5 + d^5 + e^5$  ifadesi 15, 18, 21, 30, 35 sayılarından kaçına her zaman tam bölünür?

- a) 1                      b) 2                      c) 3                      d) 4                      e) 5

15.  $a$  bir pozitif gerçel sayı olmak üzere  $21a + 2$  ve  $24a + 9$  sayıları ardışık iki pozitif tam sayının kareleri ise  $a$  nın alabileceği en büyük değer ile en küçük değer farkı kaçtır?

- a) 1                      b) 3                      c) 4                      d) 6                      e) 8

16. Bir tahtada başlangıçta 1 sayısı yazılmaktadır. Ali her hamlede tahtada yazılı olan sayı  $n$  olmak üzere bu sayıyı silip yerine  $2n - 1$  veya  $n + 2$  yazıyor. Buna göre 7 hamle sonunda tahtada yazılı olan sayı 41, 67, 81, 97, 131 sayılarından kaç tanesine eşit olabilir?

- a) 1                      b) 2                      c) 3                      d) 4                      e) 5

21. Ortaokul Matematik Olimpiyatı Birinci Aşama Sınavı **A**

17. Kenar uzunluğu 1 olan bir  $ABCD$  karesinde  $AB$  ve  $AD$  kenarlarının orta noktaları sırasıyla  $E$  ve  $F$  dir.  $CE$  ve  $CF$  doğruları  $A$  merkezli ve  $B$  den geçen çemberi karenin iç bölgesinde sırasıyla  $K$  ve  $L$  noktalarında kesiyor. Buna göre  $|KL|$  uzunluğu nedir?

- a)  $\frac{1}{4}$       b)  $\frac{\sqrt{2}}{5}$       c)  $\frac{2\sqrt{2}}{9}$       d)  $\frac{\sqrt{2}}{4}$       e) Hiçbiri

18.  $n$  bir pozitif tam sayı olmak üzere herhangi ikisinin en büyük ortak bölenleri 2 ye eşit ve hepsinin en küçük ortak katları 2016 dan küçük olacak şekilde birbirinden farklı  $a_1, a_2, \dots, a_n$  pozitif tam sayıları bulunabiliyorsa  $n$  en çok kaç olabilir?

- a) 3      b) 4      c) 5      d) 6      e) Hiçbiri

19. Tüm  $a, b, c$  gerçel sayıları için  $a^2 + 2b^2 + 3c^2 \geq kc(a + b)$  eşitsizliğinin doğru olması sağlayan en büyük  $k$  gerçel sayısı kaçtır?

- a) 0      b) 1      c) 2      d) 3      e) Hiçbiri

20.  $1, 2, \dots, n$  sayıları farkları 8 veya 14 olan sayılar aynı renkte olacak biçimde en az üç farklı renge boyanmışsa,  $n$  en fazla kaç olabilir?

- a) 17      b) 19      c) 22      d) 25      e) Hiçbiri

21. Ortaokul Matematik Olimpiyatı Birinci Aşama Sınavı **A**

**21.**  $|AB| = 2$  ve  $|AD| = 2\sqrt{2}$  koşullarını sağlayan bir  $ABCD$  dikdörtgeninde  $AD$  kenarının orta noktası  $M$  olmak üzere  $BM$  ile  $AC$  doğruları  $K$  de kesişiyor. Buna göre  $A, B, K$  noktalarından geçen çemberin yarıçapı kaçtır?

- a)  $\sqrt{2}$                       b) 1                      c)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$                       d)  $\frac{1}{2}$                       e)  $\frac{1}{3}$

**22.**  $2016^2$  sayısını bölüp 2016 yı bölmeyen 2016 dan küçük kaç pozitif tam sayı vardır?

- a) 35                      b) 47                      c) 63                      d) 82                      e) Hiçbiri

**23.**  $x$  ve  $y$  gerçel sayılar olmak üzere  $2x^2 - 2xy + 5y^2 - 6y$  ifadesinin alabileceği en küçük değer kaçtır?

- a)  $-5$                       b)  $-4$                       c)  $-3$                       d)  $-2$                       e)  $-1$

**24.** Uzunlukları  $1, 2, \dots, 20$  olan 20 çubuk  $n$  torbaya, herhangi torbadaki çubuklardan üçgen yapılamayacak şekilde dağıtılabiliyorsa,  $n$  en az kaç olabilir?

- a) 4                      b) 5                      c) 6                      d) 7                      e) 8

21. Ortaokul Matematik Olimpiyatı Birinci Aşama Sınavı **A**

25. Bir  $ABCD$  karesinde  $AB$  kenarının orta noktası  $E$  ve  $A$  noktasından  $DE$  doğrusuna inilen dikmenin ayağı  $F$  olmak üzere  $|DF| = 4$  ise  $|CF|$  kaçtır?

- a)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$       b)  $\frac{\sqrt{5}}{3}$       c)  $\frac{2\sqrt{5}}{3}$       d)  $\sqrt{5}$       e)  $2\sqrt{5}$

26.  $1 \leq n \leq 100$  koşulunu sağlayan her  $n$  tam sayısı için tahtaya  $m^2+n$  ifadesinin 101 ile tam bölünmesini sağlayan en küçük  $m$  pozitif tam sayısı, böyle bir  $m$  yoksa  $-1$  yazılıyor. Buna göre tahtaya yazılan sayıların toplamı kaçtır?

- a) 1225      b) 2025      c) 2500      d) 5050      e) Hiçbiri

27.

$$a^2 + b^2 + a^2b^2 = 2$$

$$ab(a + b - 1) = 1$$

denklem sistemini sağlayan  $a, b$  gerçel sayıları için  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$  ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşit olabilir?

- a)  $\frac{1}{4}$       b)  $\frac{1}{3}$       c)  $\frac{1}{2}$       d)  $\frac{2}{3}$       e) 1

28. Bir çember etrafında her birinde birer bilye bulunan  $n$  tane kutu bulunuyor. Her hamlede bir tane boş olmayan kutu seçiliyor ve bu kutudan bir bilye alınıp bu kutunun bir sağındaki veya bir solundaki kutuya aktarılıyor. Kaç  $n \in \{6, 8, 14, 18, 21\}$  için çift sayıda hamle sonucunda tüm bilyeleri aynı kutuya toplayabiliriz?

- a) 1      b) 2      c) 3      d) 4      e) 5

21. Ortaokul Matematik Olimpiyatı Birinci Aşama Sınavı **A**

29. Kenarortaylarının kesişim noktası  $G$  olan ve  $|CA|^2 + |AB|^2 = 2|BC|^2$  koşulunu sağlayan bir  $ABC$  üçgeninde  $s(\widehat{CAG}) = 15^\circ$  ise  $s(\widehat{BCG})$  aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- a)  $15^\circ$                       b)  $30^\circ$                       c)  $45^\circ$                       d)  $60^\circ$                       e)  $75^\circ$

30.  $a$  ve  $b$  aralarında asal pozitif tam sayılar olmak üzere  $(a + b, a - b)$ ,  $(a + b, a^2 - ab + b^2)$ ,  $(a^2b + ab^2, a^3 + ab + b^3)$ ,  $(a + b, a^2 + 3ab + b^2)$ ,  $(a^2 + b^2, a^2 - b^2 + 7ab)$  ikililerinden kaç her zaman aralarında asaldır?

- a) 1                      b) 2                      c) 3                      d) 4                      e) 5

31.  $(x^2 + y^2 - 25)(x + y) + 10xy = 0$  eşitliğini sağlayan  $x, y$  gerçel sayıları için  $x + y$  ifadesinin alabileceği kaç farklı tam sayı değeri vardır?

- a) 2                      b) 4                      c) 6                      d) 10                      e) 12

32.  $1, 2, \dots, n$  sayıları işaretlenmiş olan bir sayı doğrusunda başlangıçta 1 sayısı üzerinde bir taş bulunuyor. Aslı ve Berk sırayla hamle yaparak bir oyun oynuyorlar. Sırası gelen oyuncu bir pozitif tam sayı seçiyor ve taşı seçtiği sayı kadar sağa veya sola kaydırarak bir başka işaretlenmiş noktanın üzerine yerleştiriyor. Her pozitif tam sayı en fazla bir kez seçilebiliyor ve hamle yapamayan oyuncu oyunu kaybediyor. Oyun  $n = 5, 500, 1000, 1024, 2016$  için birer kez oynanırsa, Aslı bu oyunların kaçını kazanmayı garantileyebilir?

- a) 1                      b) 2                      c) 3                      d) 4                      e) 5