



5.  $AB \parallel CD$  ve  $|AB| > |CD|$  olan bir  $ABCD$  yamuğunda  $AC$  ve  $BD$  köşegenlerinin kesişim noktası  $E$  dir.  $DEC$  üçgeninin çevrel çemberine  $E$  noktasında teğet olan doğru  $[AB$  ışını  $F$  noktasında kesiyor.  $|AF| = 9$ ,  $|AB| = 5$  ise  $|EF|$  kaçtır?

a) 9                      b) 8                      c) 7                      d) 6                      e) 5

6.  $n^2 + mn + 14 = 7n + 3m$  denklemini sağlayan kaç farklı  $(m, n)$  tam sayı ikilisi vardır?

a) 4                      b) 3                      c) 2                      d) 1                      e) Hiçbiri

7.  $abc = 2$  koşulunu sağlayan  $a, b, c$  pozitif gerçel sayıları için  $a^2 + 2b^2 + 4c^2 - 6b$  ifadesinin alabileceği en küçük değer nedir?

a) 4                      b) 2                      c) 1                      d) 0                      e) Hiçbiri

8.  $24 \times 24$  satranç tahtasının bazı birim karelerine birer taş nasıl yerleştirilirse yerleştirilsin, her taşı  $k$  renkten birine, aynı satır veya aynı sütun üzerinde olup aralarında başka taş bulunmayan herhangi iki taşın rengi farklı olacak şekilde boyayabiliyorsak,  $k$  nın alabileceği en küçük değer nedir?

a) 6                      b) 5                      c) 4                      d) 3                      e) 2

24. Ulusal Matematik Olimpiyatı Birinci Aşama Sınavı **B**

9. Bir  $ABC$  üçgeninin  $BC$  kenarına ait dış teğet çemberinin merkezi  $O$  olsun.  $O$  dan geçen bir doğru  $AB$  ve  $AC$  doğrularını sırasıyla  $D$  ve  $E$  de kesiyor.  $|AD| > |AB|$ ,  $|AE| > |AC|$ ,  $|AD| = |AE|$ ,  $|BD| = 9$ ,  $|OD| = 8$ ,  $|OC| = 4$  ise  $|OB|$  kaçtır?

- a) 6                      b)  $\frac{11}{2}$                       c) 5                      d)  $\frac{9}{2}$                       e) 4

10. 3, 5, 7, 11, 13 sayılarından kaç tanesi  $(n + 3)(n + 7)(n + 11)(n + 15) + 257$  ifadesini hiçbir  $n$  tam sayısı için tam bölemez?

- a) 5                      b) 4                      c) 3                      d) 2                      e) 1

11.  $1 \leq |a|, |b|, |c| \leq 10$ ,  $a \neq c$  ve  $b^2 \geq 4ac$  koşullarını sağlayan  $a, b, c$  tam sayıları için  $ax^2 + bx + c = 0$  denkleminin en küçük kökü ile  $cx^2 + bx + a = 0$  denkleminin en büyük kökü birbirine eşitse  $(a, b, c)$  üçlüsüne *karesel üçlü* diyelim. Kaç farklı karesel üçlü vardır?

- a) 80                      b) 60                      c) 50                      d) 40                      e) 20

12.  $1, 2, \dots, 2016$  sayılarının her biri  $k$  renkten birine,  $a \mid b$  ve  $b \mid c$  koşullarını sağlayan herhangi üç farklı  $a, b$  ve  $c$  sayıları aynı renkte olmayacak şekilde boyanabiliyorsa,  $k$  en az kaç olabilir?

- a) 8                      b) 7                      c) 6                      d) 5                      e) 4



17.  $|AB| = 13$ ,  $|BC| = 4$ ,  $|CA| = 15$  olan bir  $ABC$  üçgeninde iç teğet çemberin merkezi  $I$  ve  $BC$  kenarının orta noktası  $M$  dir.  $IM$  doğrusu  $BC$  kenarına ait yüksekliği  $K$  de kesiyor. Buna göre  $|AK|$  kaçtır?
- a)  $\frac{7}{2}$                       b) 3                      c)  $\frac{5}{2}$                       d) 2                      e)  $\frac{3}{2}$
18. Pozitif tam sayılardan oluşan bir  $(a_n)_{n=1}^{\infty}$  dizisinin terimleri her  $n \geq 1$  için  $a_{n+1} = a_n^3 + 1376$  eşitliğini sağlamaktadır. Buna göre bu dizinin terimleri arasında en fazla kaç tane tam kare olabilir?
- a) 3                      b) 2                      c) 1                      d) Sonsuz çoklukta                      e) Hiçbiri
19. Tüm terimleri birbirinden ve sıfırdan farklı bir  $(a_n)_{n=0}^{\infty}$  gerçel sayı dizisi  $a_0 = \sqrt{2}$  ve her  $n \geq 1$  için  $a_n a_{n+1} + \frac{4}{a_n a_{n-1}} = 2 \left( 1 + \frac{a_{n+1}}{a_{n-1}} \right)$  koşulunu sağlıyor. Buna göre  $a_1 \cdot a_2 \cdots a_{2016}$  çarpımının alabileceği kaç farklı değer vardır?
- a) 4                      b) 2                      c) 1                      d) Sonsuz çoklukta                      e) Hiçbiri
20. Elimizde 12 kırmızı ve 12 beyaz top bulunuyor. Bir doğru üzerindeki 6 boş kutunun her birine bu toplardan 2 tanesi, herhangi iki komşu kutuda aynı renkli top bulunması koşuluyla kaç farklı biçimde dağıtılabilir?
- a) 251                      b) 239                      c) 228                      d) 216                      e) 204

24. Ulusal Matematik Olimpiyatı Birinci Aşama Sınavı **B**

21. Dar açılı bir  $ABC$  üçgeninin  $AD$  kenarortayı,  $BE$  yüksekliği ve  $CF$  iç açıortayı noktadaştır.  $|BC| = 10$ ,  $|CA| = 6$  ise  $|AB|$  kaçtır?

- a)  $\sqrt{91}$                       b)  $3\sqrt{10}$                       c)  $\sqrt{85}$                       d) 9                      e)  $4\sqrt{5}$

22.  $n$  bir pozitif tam sayı,  $p$  bir asal sayı,  $d_1$  ve  $d_2$  ise  $n$  sayısının birbirinden farklı iki pozitif tam böleni olmak üzere  $n = p(d_1 + d_2)$  biçiminde yazılabiliyorsa  $n$  sayısına *dengeli sayı* diyelim. 100 den küçük kaç dengeli sayı vardır?

- a) 30                      b) 24                      c) 17                      d) 11                      e) Hiçbiri

23. Gerçel katsayılı bir  $P$  polinomu  $P(1) = 1$  ve her  $x, y$  gerçel sayıları için  $P(x) + P(y) = P(x + y) - 2xy + 1$  koşullarını sağlıyor. Buna göre  $P(x)$  in alabileceği en küçük değer nedir?

- a)  $\frac{3}{4}$                       b)  $\frac{2}{3}$                       c)  $\frac{1}{2}$                       d)  $\frac{1}{3}$                       e)  $\frac{1}{4}$

24. Kaç  $n \in \{12, 18, 42, 60, 72\}$  değeri için  $1, 2, \dots, n$  sayıları herhangi iki komşu sayının toplamı asal sayı olacak şekilde sıraya dizilebilir?

- a) 5                      b) 4                      c) 3                      d) 2                      e) 1

24. Ulusal Matematik Olimpiyatı Birinci Aşama Sınavı **B**

25.  $m(\widehat{ABD}) = 45^\circ$  koşulunu sağlayan bir  $ABCD$  kirisler dörtgeninde  $CD$  doğrusu  $[BA$  ışını  $E$  de kesiyor.  $|AB| + |BD| = |AE|$  ve  $|ED| = 2|AC|$  ise  $m(\widehat{DEB})$  nedir?

- a)  $45^\circ$                       b)  $37.5^\circ$                       c)  $30^\circ$                       d)  $22.5^\circ$                       e)  $15^\circ$

26. 23, 29, 31, 37, 41 sayılarından kaç tanesi en az bir  $(m, n)$  pozitif tam sayı ikilisi için  $m^7 - n^7 - 3$  sayısını tam böler?

- a) 5                      b) 4                      c) 3                      d) 2                      e) 1

27.  $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = 1$  koşulunu sağlayan  $a, b, c$  pozitif gerçel sayıları için  $(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2$  ifadesi  $2016^{-2}, 2016^{-1}, 1, 2016$  sayılarından kaç tanesine eşit olabilir?

- a) 4                      b) 3                      c) 2                      d) 1                      e) 0

28. Aslı ve Berk başlangıçta birkaç sayı yazılmış tahtada sırayla hamle yaparak bir oyun oynuyorlar. Sırası gelen oyuncu tahtadaki bir sayıyı siliyor veya tahtadaki bir sayıyı silip yerine o sayının bir fazlasını, tahtadaki tüm sayıların birbirinden farklı olması ve hiçbirinin 24 ü aşmaması koşuluyla yazıyor. Oyunu son hamleyi yapan oyuncu kazanıyor. Oyuna her seferinde Aslı başlamak üzere, oyun tahtadaki sayılar  $\{2, 3, 22, 23\}, \{1, 2, 3, 21, 22, 23\}, \{1, 7, 12, 13, 19, 24\}, \{5, 6, 11, 17, 18\}$  ve  $\{10, 11, 12, 13, 14\}$  olarak birer kez oynanırsa, Aslı bu oyunların kaçını kazanmayı garantileyebilir?

- a) 5                      b) 4                      c) 3                      d) 2                      e) 1

**29.** Dar açılı bir  $ABC$  üçgeninde  $BC$  kenarına ait yükseklik  $C$  den geçen ve  $AB$  doğrusuna  $A$  da teğet olan çemberi ikinci kez  $K$  de kesiyor. Benzer şekilde  $AC$  kenarına ait yükseklik  $C$  den geçen ve  $AB$  doğrusuna  $B$  de teğet olan çemberi ikinci kez  $L$  de kesiyor.  $|CK| = 12$ ,  $|KL| = 9$  ise  $|CL|$  uzunluğunun alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

- a) 24                      b) 21                      c) 18                      d) 15                      e) 12

**30.**  $\binom{3n}{n}$  ifadesinin 2016 ile tam bölünmesini sağlayan en küçük  $n$  pozitif tam sayısı kaçtır?

- a) 43                      b) 31                      c) 23                      d) 11                      e) Hiçbiri

**31.**  $P(x) = (x^3 + x + 1)(x^3 - 3x^2 + 4x - 3)$  polinomunun gerçel köklerinin toplamı kaçtır?

- a) 3                      b) 2                      c) 1                      d) 0                      e) -1

**32.** Bir torbada başlangıçta 2016 adet eşit uzunluklu çubuk bulunuyor. Her işlemde bir çubuk seçilip iki eşit parçaya bölünüyor. İşlemler nasıl yapılırsa yapılsın torbada her zaman en az  $n$  tane eşit uzunluklu çubuk bulunuyorsa,  $n$  nin alabileceği en büyük değer nedir?

- a) 1511                      b) 1009                      c) 756                      d) 505                      e) 2