

Geomania Deneme Sınavı 16

1 Nisan 2016

1. Tüm n pozitif tamsayıları için $a^n + b^n + 1$ sayısı bir $d \geq 2$ ile bölünecek şekilde bir d tamsayısı bulunması sağlayan tüm a, b tamsayı sabitlerini bulunuz.

2. m, n pozitif tamsayılar olmak üzere herhangi ardışık m basamağı içinde en az bir tane 0 veya 1 bulunan; 0, 1, 2 den oluşan n elemanlı dizilerin sayısı $S(n, m)$ olsun. Buna göre;

$$S(m + 2016, m) + S(n + 2016, n) \geq S(m + 2016, n) + S(n + 2016, m)$$

olduğunu gösteriniz.

3. $a + b + c + d = 6$ ve $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 12$ eşitliğini sağlayan a, b, c, d gerçel sayıları için $abcd \leq 3$ olduğunu gösteriniz.

———— Sınav süresi 4,5 saattir. Her soru 7 puan değerindedir. ————

4. $2^x + y^2 = z!$ eşitliğini sağlayan (x, y, z) doğal sayı üçlülerini belirleyiniz.

5. Bir ABC üçgeninde içteğet çemberi BC, CA, AB kenarlarına sırasıyla D, E, F noktalarında teğettir. E den AB ye çizilen paralelle DF doğrusu P noktasında kesişiyor. D den AB ye çizilen paralel EF doğrusunu Q noktasında kesiyor. CF, DE, PQ doğrularının noktadaş olduğunu kanıtlayınız.

6. Bir sınıftaki 30 öğrenciden her öğrencinin en çok 5 arkadaşı olmak üzere her 5 öğrenci içinde arkadaş olmayan bir çift bulunmaktadır. Arkadaşlık durumu nasıl olursa olsun hepsi birbiriyle arkadaş olmayan k öğrenci mutlaka bulunuyorsa bunu sağlayan en büyük k yı belirleyiniz.

———— Sınav süresi 4,5 saattir. Her soru 7 puan değerindedir. ————