

Genç Balkan Takım Seçme Deneme Sınavı

2. Gün

5. 18 oyuncunun katıldığı bir turnuvada her oyuncu her gün farklı bir oyuncuyla maç yapıyor. İlk 8 günün maçları tamamlandığında birbiriyle maç yapmamış 3 oyuncunun bulunmasının mümkün olup olmadığını belirleyiniz.

6. $p^4 + 2p + q^4 + q^2 = r^2 + 4q^3 + 1$ eşitliğini sağlayan tüm (p, q, r) asal sayı üçlülerini bulunuz.

7. A, B, C, D bir doğru üstünde belirtilen sırada dört farklı nokta olsun. AC ve BD çaplı çemberler X ve Y de kesişiyor. XY doğrusu BC yi Z de kesiyor. P , XY doğrusu üzerinde Z den farklı bir nokta olsun. CP doğrusu AC çaplı çemberi C ve M de, BP doğrusu BD çaplı çemberi B ve N de kesiyor. AM , DN , XY doğrularının noktadaş olduğunu kanıtlayınız.

8. $a + b + c \geq 3$ koşulunu sağlayan tüm a, b, c pozitif gerçel sayıları için;

$$abc + 2 \geq \frac{9}{a^3 + b^3 + c^3}$$

olduğunu kanıtlayınız.

———— Sınav süresi 4,5 saattir. Her soru 7 puan değerindedir. ————