

## Genç Balkan Takım Seçme Deneme Sınavı

### 1. Gün

---

1. Küpü  $n$  den büyük olmayan her pozitif tam sayı ile bölünen en büyük  $n$  pozitif tam sayısını bulunuz.

2. Konveks bir  $ABCD$  dörtgeninde köşegenler  $E$  noktasında kesişiyor.  $BE = ED\sqrt{2}$  ve  $\angle BEC = 45^\circ$  dir.  $A$  dan  $BC$  ye inilen dikmenin ayağı  $F$  olsun.  $P$  noktası da  $BFD$  üçgeninin çevrel çemberi ile  $DC$  doğrusunun ikinci kesişim noktası olsun. Buna göre  $\angle APD$  yi bulunuz.

3. Bir  $t$  gerçel sayısı için  $at^2 + bt + c = 0$  olacak şekilde  $1 \leq |a|, |b|, |c| \leq 10$  koşulunu sağlayan  $a, b, c$  tam sayıları bulunabiliyorsa  $t$  sayısına *10-karesel sayı* diyelim. Buna göre,

$$\left(n - \frac{1}{3}, n\right) \text{ ve } \left(n, n + \frac{1}{3}\right)$$

aralıklarının en az birinde *10-karesel sayı* bulunmamasını sağlayan en küçük  $n$  pozitif tam sayısını bulunuz.

4. Bir ülkenin bazı kentleri arasında karşılıklı seferler düzenleyen Çizge Hava Yolları'nın (ÇHY) seferlerini kullanarak herhangi iki kentin arasında ulaşım mümkündür. ÇHY'nin daha önce aralarında sefer olmayan iki kentin arasına yeni sefer koymasının ardından, herhangi iki kent arasında en çok 17 sefer kullanarak ulaşım mümkün oluyor. Bu seferin konulmasından önce her herhangi iki kent arasında ulaşım için gereken sefer sayısının en çok kaç olabileceğini belirleyiniz.

———— Sınav süresi 4,5 saattir. Her soru 7 puan değerindedir. ————