

Geomania Deneme Sınavı 14

14 Mart 2016

1. Tüm x, y gerçel sayıları için;

$$f(xf(x) + f(x)f(y) + y - 1) = f(xf(x) + xy) + y - 1$$

eşitliğini sağlayan bütün $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ fonksiyonlarını belirleyiniz.

2. ABC üçgeninin çevrel çemberinin merkezi O dur. Bu çembere A da çizilen teğetin BC yi kestiği nokta Q olsun. Üçgenin içinde alınan bir P noktası için $\angle PAB = \angle PBC$, $\angle PAC = \angle PCB$ ve $|QA| = |QP|$ ise $\angle AQP = 2\angle OQB$ olduğunu gösteriniz.

3. Bir pozitif tam sayı iki farklı şekilde iki tam kare toplamı şeklinde yazılabiliyorsa bu tam sayının bileşik sayı olduğunu ispatlayınız.

4. Başlangıçta 2014×2014 satranç tahtasının birim kareleri siyah veya beyaz renge boyanmıştır. Bu tahtanın tüm sütun permütasyonlarıyla elde edilen $2014!$ satranç tahtasının en fazla kaç farklı boyanmış köşegeni (en sol ve en üst birim karede başlayan) olabilir?

5. ABC üçgeninde AD, BE, CF yükseklikler olup çevrel çemberin merkezi O ve diklik merkezi H dır. ED ile AB nin kesişimi M ve FD ile AC nin kesişimi N olmak üzere; OH nin MN yi dik kestiğini gösteriniz.

6. Tüm x, y, z pozitif gerçel sayıları için;

$$x+y+z \geq 4xyz \left(\frac{(2-x)(y-2)+K}{(2x+2y+1)^2} + \frac{(2-y)(z-2)+K}{(2y+2z+1)^2} + \frac{(2-z)(x-2)+K}{(2z+2x+1)^2} \right)$$

olmasını sağlayan en büyük K gerçel sabitini bulunuz ve bu K gerçel sabiti için eşitlik durumunu bulunuz.