

Takım Seçme Deneme Sınavı

1. Gün

1.

$$\frac{1}{10^n} = \frac{1}{n_1!} + \frac{1}{n_2!} + \cdots + \frac{1}{n_k!}$$

eşitliği sağlanacak şekilde birbirinden farklı $n_1, n_2, n_3, \dots, n_k$ pozitif tamsayılarının bulunup bulunamayacağını belirleyiniz.

2. Tüm x, y gerçel sayıları için;

$$f(x^2 + f(x + y)) = f(x)^2 + x + f(y)$$

olmasını sağlayan tüm $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ fonksiyonlarını belirleyiniz.

3. ABC üçgeninin I merkezli içteğet çemberi BC, CA, AB kenarlarına sırasıyla D, E, F noktalarında teğettir. I dan geçen ve IA ya dik olan doğru CA, AB yi A_1, A_2 noktalarına kesiyor. C, B nin sırasıyla A_1, A_2 ye göre simetrikleri A_c, A_b olsun. A_b, A_c den geçen ω çemberi I merkezli çembere A_3 noktasında teğettir. Benzer biçimde B_3 ve C_3 noktalarını tanımlayalım. Buna göre;

(a.) AA_3, BB_3 ve CC_3 doğrularının bir P noktasında kesiştiğini gösteriniz.

(b.) AA_3 doğrusu I merkezli çemberi A_4 de kessin. Benzer biçimde B_4 ve C_4 noktalarını tanımlayalım. DA_4, EB_4, FC_4 doğrularının bir Q noktasında kesiştiğini gösteriniz.

———— Sınav süresi 4,5 saattir. Her soru 7 puan değerindedir. ————

Takım Seçme Deneme Sınavı

2. Gün

4. n kentten oluşan bir ülkede hava yolları şirketi bazı kent ikilileri arasında her kentten her kente direkt veya aktarmalı ulaşım olacak biçimde tek yönlü uçuşlar düzenliyor. Bu tür her uçuş düzenlemesinde her kente en az bir kez uğrayan ve en az uçuş içeren kapalı güzergah en fazla 2016 uçuş içeriyorsa, n en fazla kaç olur?

5. $|AC| = |BC|$ olan ikizkenar bir ABC üçgeninde AB üzerinde bir D noktası A noktası B ile D arasında olacak şekilde alınıyor. DAC üçgeninin çevrel çemberi Ω_1 olmak üzere $\Omega_1 \cap BC = E$ olsun. F noktası $[BC]$ nin orta noktası ve FD doğrusu Ω_1 çemberine teğettir. DBF üçgeninin çevrel çemberi Ω_2 olsun. Ω_1, Ω_2 çemberleri G, D noktalarında kesişiyor. BEG üçgeninin çevrel çemberi O merkezli Ω_3 olsun. Buna göre;

$DG \perp FO \Leftrightarrow FG$ doğrusu Ω_3 çemberine teğettir.

olduğunu gösteriniz.

6.

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} = 5$$

eşitliğini sağlayan tüm a, b, c pozitif gerçel sayı üçlüleri için;

$$a^2 + b^2 + c^2 \leq 2(ab + bc + ca)$$

olduğunu gösteriniz.

———— Sınav süresi 4,5 saattir. Her soru 7 puan değerindedir. ————

Takım Seçme Deneme Sınavı

3. Gün

7. P noktası ABC üçgeninin $[BC]$ kenarı üzerinde AP doğrusu $\angle BAC$ açısının açıortayı olacak şekilde alınmış bir noktadır. $[AP]$ nin orta noktası M olsun. A dan $[BC]$ ye inilen dikin ayağı Q noktasıdır. PMQ üçgeninin çevrel çemberi CM doğrusunu Z noktasında kesiyor. Buna göre A, Z, Q, B noktalarının çembersel olduğunu kanıtlayınız.

8. $a_1 = 1, a_2 = 7$ olan bir $\{a_n\}$ dizisi $a_{n+2} = 6a_{n+1} - a_n$ olarak tanımlanıyor. $a_n = 2m^2 - 1$ olacak şekilde bir m tamsayısı bulunmasını sağlayan tüm n pozitif tamsayılarını belirleyiniz.

9. Düzlemde $n \geq 2$ tane nokta alalım. Eğer \mathcal{S} kümesi bu n noktanın simetri eksenlerinin kümesi ise $|\mathcal{S}| \leq n$ olduğunu gösteriniz.

——— Sınav süresi 4,5 saattir. Her soru 7 puan değerindedir. ———