

# Geomania Deneme Sınavı 13

4 Mart 2016

1. Tüm  $x, y$  gerçel sayıları için;

$$f(x^2 + y) + f(f(x) - y) = 2f(f(x)) + 2y^2$$

eşitliğini sağlayan bütün  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  fonksiyonlarını belirleyiniz.

2. Bir  $ABCD$  dışbükey dörtgeninin köşegenleri birbirine dik olarak  $E$  noktasında kesişiyor.  $[AD]$  kenarı üstünde yer alan  $A$  dan farklı bir  $P$  noktası  $|PE| = |EC|$  koşulunu sağlıyor.  $BCD$  üçgeninin çevrel çemberi de  $[AD]$  yi yine  $A$  dan farklı bir  $Q$  noktasında kesiyor.  $A$  dan geçen ve  $EP$  doğrusuna  $P$  noktasında teğet olan çember ise,  $[AC]$  doğru parçasını  $R$  noktasında kesiyor.  $B, R, Q$  noktaları doğrudur ise,  $s(\widehat{BCD}) = 90^\circ$  olduğunu gösteriniz.

3. Uzayda herhangi üçü doğrudur olmayan  $k$  nokta var, her nokta ikilisi bir doğru parçasıyla birleştirilmiştir ve her doğru parçası mavi veya kırmızı renklerden birine boyanmıştır. Eğer tam olarak bir kenarı mavi olan bir üçgen ve herhangi ikisi aynı renkli doğru parçasıyla birleştirilmiş 13 nokta bulunmuyorsa  $k$  en çok kaç olabilir?

4. Tüm  $a, b, c$  pozitif gerçel sayıları için;

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} \geq 3 + \frac{(c-a)^2}{ab+bc+ca}$$

olduğunu gösteriniz.

5.  $BC$  çaplı  $O$  merkezli bir  $S$  çemberi verilsin. Çember üzerinde alınan bir  $A$  noktası için  $\angle AOB < 120^\circ$  dir.  $C$  yi içermeyen  $AB$  yayının orta noktası  $D$  olmak üzere  $O$  dan geçen  $DA$  ya paralel doğru  $AC$  yi  $I$  da kessin.  $OA$  nın orta dikme doğrusu  $S$  çemberini  $E$  ve  $F$  de kestiğine göre  $I$  nın  $CEF$  üçgeninin iç teğet çemberinin merkezi olduğunu gösteriniz.

6.  $n$  bir pozitif tamsayı ve  $p$  bir asal sayı olmak üzere  $a, b, c$  tamsayıları;

$$a^n + pbc = b^n + pac = c^n + pab$$

eşitliğini sağlıyorsa  $a = b = c$  olduğunu gösteriniz.