

Geomania Deneme Sınavı 11

21.02.2016

1. Her $k = 1, 2, \dots, n$ için $k \mid 2(a_1 + a_2 + \dots + a_k)$ olacak şekilde kaç tane $\{1, 2, \dots, n\}$ kümesinin bir permütasyonu olan (a_1, a_2, \dots, a_n) sayı grubu vardır?

2. $(k!)^{k^2+2015} \mid (k^3)!$ olmayacak şekilde sonlu sayıda k pozitif tamsayısı bulunduğunu gösteriniz.

3. P noktası ABC üçgeninin $[BC]$ kenarı üzerinde AP doğrusu $\angle BAC$ açısının açıortayı olacak şekilde alınmış bir noktadır. $[AP]$ nin orta noktası M olsun. A dan $[BC]$ ye inilen dikin ayağı Q noktasıdır. PMQ üçgeninin çevrel çemberi CM doğrusunu Z noktasında kesiyor. Buna göre A, Z, Q, B noktalarının çembersel olduğunu kanıtlayınız.

4. a, b, c pozitif gerçel sayıları $a^2 + b^2 + c^2 + 2abc \leq 1$ koşulunu sağlıyorsa;

$$K \left(\frac{3}{4abc} - \frac{a}{b} - \frac{b}{c} - \frac{c}{a} \right) \geq (a+b+c) \left(\frac{1}{2a+1} + \frac{1}{2b+1} + \frac{1}{2c+1} + 2(ab+bc+ca) \right)$$

olmasını sağlayan en küçük K gerçel sabitini belirleyiniz.