

Geometri Çalışma Kağıdı 3 17.02.16

1. P noktası ABC üçgeninin $[BC]$ kenarı üzerinde AP doğrusu $\angle BAC$ açısının açıortayı olacak şekilde alınmış bir noktadır. $[AP]$ nin orta noktası M olsun. A dan $[BC]$ ye inilen dikin ayağı Q noktasıdır. PMQ üçgeninin çevrel çemberi CM doğrusunu Z noktasında kesiyor. Buna göre A, Z, Q, B noktalarının çembersel olduğunu kanıtlayınız.

2. I merkezli ω çemberi ABC üçgeninin içteğet çemberi olmak üzere ω_A çemberi ω çemberine dıştan teğet $[AB]$ ve $[AC]$ kenarlarına sırasıyla A_1 ve A_2 noktalarında teğet olan çemberdir. Benzer biçimde B_1, B_2, C_1, C_2 noktaları tanımlanıyor. A_1A_2, B_1B_2 ve C_1C_2 doğrularının belirlediği üçgen XYZ üçgeni ise XYZ üçgeninin içteğet çemberinin merkezinin, çevrel çemberinin merkezinin ve I noktasının doğrusal olduğunu gösteriniz.

3. ABC üçgeninde $[AH]$ bir yükseklik ve O çevrel çemberin merkezi olmak üzere H dan geçen ve OH doğrusuna dik olan doğru CA ve AB doğrularını sırasıyla E ve F noktalarında kesiyor. OFB, OHB, OEC, OHC üçgenlerinin diklik merkezleri sırasıyla M, N, P, Q noktalarıysa MN, PQ, EF doğrularının noktadaş olduğunu kanıtlayınız.

4. $|AC| = |BC|$ olan bir ABC üçgeninin içinde $\angle PAB = \angle PBC$ olacak şekilde bir P noktası alınıyor. M noktası $[AB]$ kenarının orta noktası ise $\angle APM + \angle BPC = 180$ olduğunu gösteriniz.

5. İkizkenar olmayan bir ABC üçgeninin çevrel çemberi Γ olsun. $\angle BAC$ açısının açıortayı $[AC]$ kenarını D noktasında ve Γ çemberini L noktasında kesiyor. D noktasının $[BC]$ kenarının orta noktasına göre yansıması E noktası ve $[PQ]$ doğru parçası da çemberin çapı olmak üzere BC doğrusuna sırasıyla D ve E noktalarında dik olan doğrular AP ve QL doğrularını X ve Y noktalarında kesiyor. Buna göre $BXYC$ dörtgeninin kirisler dörtgeni olduğunu gösteriniz.

6. Bir ABC üçgeninde E ve F noktaları $[AC]$ ve $[AB]$ kenarı üstünde noktalar olmak üzere $[BE]$ ve $[CF]$ açıortayları I noktasında kesişiyor. AI doğrusu ABC üçgeninin çevrel çemberini A dan farklı bir D noktasında kesiyor. EF doğrusu ise ABC üçgeninin çevrel çemberi ile sırasıyla M ve N noktalarında kesiyor. MI ve NI doğruları ABC üçgeninin çevrel çemberiyle P ve Q noktalarında kesişiyor. PQ doğrusu AB ve AC doğrularını sırasıyla K ve L noktalarında kesiyor. Buna göre ABC ve AKL üçgenlerinin çevrel çemberlerinin birbirine teğet olduğunu gösteriniz.

7. ABC üçgeninin $[BC]$ ye teğet olan dışteğet çemberin merkezi J olmak üzere A ve B noktalarından geçen bir çember J merkezli dış teğet çembere M noktasında teğet, A ve C noktalarından geçen bir çember ise J merkezli dış teğet çembere N noktasında teğettir. BM ve CN doğruları P noktasında kesişiyor. $[BC]$ kenarına ve ABC nin çevrel çemberine teğet olan çember Ω ise AP doğrusunun Ω çemberine teğet olduğunu gösteriniz.

8. Düzlemde $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$ noktaları her $i, j \in [1, n]$ için $|P_i P_j| = |i - j|$ olacak biçimde alınmıştır. Düzlemde alınan bir başka Q noktası için $|QP_2|^2 - |QP_1|^2 = 4$ ise $|QP_n|^2 - |QP_{n-1}|^2$ in kaç olduğunu belirleyiniz.

9. Bir ABC üçgeninde $[AH]$ yüksekliği üzerinde bir P noktası alınıyor. E ve F noktaları sırasıyla $[AC]$ ve $[AB]$ kenarının orta noktaları olacak şekilde alınıyor. E noktasından CP ye inilen dik ve F noktasından BP ye inilen dik bir K noktasında kesişiyorsa $|KB| = |KC|$ olduğunu gösteriniz.