

Ulusal Matematik Olimpiyatı Deneme Sınavı

18.02.2016

1. $x_1 = 1, x_2 = 2011$ olan bir $\{x_n\}$ dizisi $x_{n+2} = 4022x_{n+1} - x_n$ şartını tüm n pozitif tamsayıları için sağlıyorsa $\frac{x_{2012}+1}{2012}$ ifadesinin bir tamkare olduğunu gösteriniz.

2. Düzgün bir 45-genin 15 köşesi mavi, 15 köşesi kırmızı, 15 köşesi ise beyaz renge boyanmıştır. Tüm köşeleri mavi, tüm köşeleri kırmızı ve tüm köşeleri beyaz olan üç eş üçgenin bulunduğunu gösteriniz.

3. a_1, a_2, \dots, a_n pozitif gerçel sayıları $a_1.a_2.\dots.a_n = 1$ eşitliğini sağlıyorsa;

$$\sqrt{1+a_1^2} + \sqrt{1+a_2^2} + \dots + \sqrt{1+a_n^2} \leq \sqrt{2}(a_1 + a_2 + \dots + a_n)$$

olduğunu gösteriniz.

4. ABC üçgeninin düzleminde bir P noktası ve AP ye dik olan bir ℓ doğrusu alınıyor. P den geçen ve AC ye dik olan doğru, AC ve ℓ yi sırasıyla B_1 ve B_2 de kesiyor. P den geçen ve AB ye dik olan doğru, AB ve ℓ yi sırasıyla C_1 ve C_2 de kesiyor. B_2 den AB ye çizilen dikmenin ayağı B_3 , C_2 den AC ye çizilen dikmenin ayağı C_3 olsun. PB_3 ile AC doğrusu B_4 te, PC_3 ile AB doğrusu C_4 te kesişsin. B_3, B_4, C_3, C_4 noktalarının çembersel olduğunu gösteriniz.

Sınav süresi 4 saattir. Başarılar dileriz.

February 19, 2016