

Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu
Bilim İnsanları Destekleme Daire Başkanlığı

İlköğretim Matematik Olimpiyatı Kış Kampı Smavı
16 Şubat 2013, Antalya

1. Verilen bir p asal sayısı için, $x(x + p)$ ifadesini tam kare yapan tüm x pozitif tam sayılarını bulunuz.

2. Bir ABC üçgeninde C köşesinden geçen iç açıortayı $[AB]$ kenarıyla L noktasında kesişiyor. A ve B noktalarının CL açıortayına göre simetrisi sırasıyla A_1 ve B_1 ; L noktasına göre simetrisi ise sırasıyla A_2 ve B_2 olsun. O_1 ve O_2 noktaları sırasıyla AB_1B_2 ve BA_1A_2 üçgenlerinin çevrel çemberlerinin merkezleri olmak üzere, $\angle O_1CA = \angle O_2CB$ olduğunu gösteriniz.

3. Başlangıçta Ali 222 taş iki kutuya dağıtıyor ve Aslı bu dağılımı inceleyerek 222 yi aşmayan bir N pozitif tam sayısı söylüyor. Ali, bir veya birden fazla kutuda toplam N taş olacak şekilde taşların bir kısmını üçüncü kutuya aktarıyor. Aslı, aktarılan taş sayısının en az K olmasını garantileyebiliyorsa, K en fazla kaç olabilir?

4. Boş olmayan ve reel sayılardan oluşan sonlu S kümesinde her farklı $x, y \in S$ için $|x - y| \in S$ koşulu sağlanıyorsa, S kümesinin elemanlarının bir aritmetik dizi oluşturduğunu gösteriniz.

5. Her $n \geq 1$ tam sayısı için, n nin en büyük tek bölenini a_n olarak tanımlayalım. $b_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$ olmak üzere $b_n \geq \frac{n^2 + 2}{3}$ olduğunu gösteriniz ve eşitliği sağlayan tüm n değerlerini bulunuz.

Her soru 7 puan değerindedir.
Süre 3 1/2 saattir.