



Ulusal Ortaokul Matematik Olimpiyatı
Genç Balkan Takım Seçme Deneme Sınavı

13 Ocak 2016

Soru 1. n bir pozitif tamsayı olmak üzere çarpımları 1'e eşit olan tüm a, b, c pozitif gerçel sayıları için;

$$(a^n + b^n + c^n)^2 \geq (a+b)(b+c)(3-b) + K$$

olmasını sağlayan en büyük K gerçel sabitini belirleyiniz.

Soru 2. Büyük bir tartışmanın yaşandığı 400 üyeden oluşan bir mecliste her üye diğer üyelere tam olarak bir tanesi ile tartışmaktadır. Hiçbiri bir diğer komite üyesiyle tartışmamış olacak şekilde 134 üyeden oluşan bir komitenin kurulabileceğini gösteriniz.

Soru 3. Bir ABC üçgeninde D noktası $[BC]$ nin orta noktası olsun. Sırasıyla $[AB]$ ve $[AC]$ kenarları üzerinde $|AM|^2 + |AN|^2 = |BM|^2 + |CN|^2$ ve $m(MDN) = m(BAC)$ eşitliklerini sağlayan ve orta nokta olmayan M ve N noktaları alınıyor. Buna göre ABC üçgeninin bir dik üçgen olduğunu gösteriniz.

Soru 4. $m^2 + 2 \cdot 3^n = m(2^{n+1} - 1)$ eşitliğini sağlayan tüm (m, n) negatif olmayan tamsayı ikililerini belirleyiniz.

*Sınav süresi 4,5 saattir.
Her soru 7 puan değerindedir.*
