

Eşitsizlikler

1. Tüm a, b, c negatif olmayan gerçel sayıları için;

$$\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} + \frac{8}{a+b+c} \geq \frac{6}{\sqrt{ab+bc+ca}}$$

eşitsizliğinin sağlandığını gösteriniz.

2. a, b, c pozitif gerçel sayıları;

$$(a+b+c) \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) = 13$$

eşitliğini sağlasın. Buna göre;

$$(a^2 + b^2 + c^2) \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \right)$$

ifadesinin alabileceği en küçük değeri belirleyiniz.

3. a, b, c negatif olmayan gerçel sayıları $a+b+c = 3$ eşitliğini sağlıyorsa tüm negatif olmayan k gerçel sayıları için;

$$a^2(kb - c) + b^2(kc - a) + c^2(ka - b)$$

alabileceği en büyük değeri belirleyiniz.

4. $n \geq 3$ olmak üzere a_1, a_2, \dots, a_n negatif olmayan gerçel sayılar olmak üzere;

$$\frac{n-1}{2} \sum_{i=1}^n a_i^3 + \frac{3}{n-2} \sum_{cyc} a_1 a_2 a_3 \geq \sum_{cyc} a_1 a_2 (a_1 + a_2)$$

olduğunu gösteriniz.

Süreniz 4 saattir.

Her soru 7 puan değerindedir.