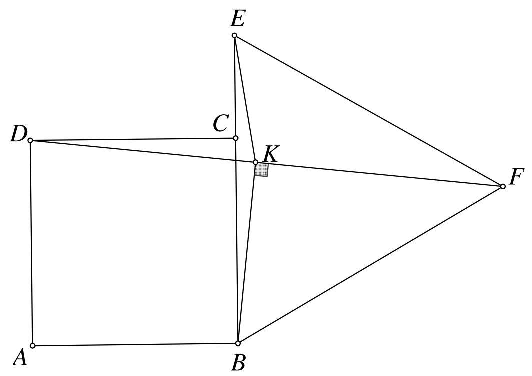
Problem (*H.İbrahim.Ayana*) :

$ABCD$ karesinde $[BC$ ışını üzerinden, $2|EC| = |BC|$ olacak şekilde bir E noktası alınıyor ve BEF eşkenar üçgeni oluşturuluyor. $BK \perp DF$ olmak üzere,

$i.\ m\left(\widehat{EKD}\right) = ?$ $\qquad$ $ii.\ \dfrac{|KB|}{|KE|} = ?$



Çözüm (*ERhan ERdoğan*) : $m\left(\widehat{BKD}\right) = 90^o$ olduğundan, K noktası $ABCD$ karesinin çevrel çemberi üzerindedir. Buna göre $m\left(\widehat{CKD}\right) = 45^o$ dir. KBF üçgeninin çevrel çemberini çizelim. Bu çemberin $[BE]$ nı kestiği nokta L olsun. $|EC|:|CL|:|LB| = 2:1:3$ orantısı oluşur. CK doğrusunun (KBF) çemberini ikinci kez kestiği nokta M olsun. $[KM$ açıortay olduğundan $|MB| = |MF|$ olup $ABMF$ deltoid ve $[EM]$ de açıortaydır. C noktasının (KBF) çemberine göre kuvvetinden, $|CL|\cdot|CB| = |CK|\cdot|CM|$ ...(1) ve yukarıda bulduğumuz orantıdan dolayı da $|EC|^2 = |CL|\cdot|CB|$ ...(2) olacaktır. (1) ve (2) den $|EC|^2 = |CK|\cdot|CM|$ olup, $m\left(\widehat{CEK}\right) = m\left(\widehat{CME}\right)$ dir. Buradan $m\left(\widehat{CKE}\right) = 30^o$ olur. O halde $m\left(\widehat{DKE}\right) = 75^o$ dir. Problemin ikinci kısmı için sinüslü alan özelliğinden,

$$\frac{A\left(\overset{\triangle}{ECK}\right)}{A\left(\overset{\triangle}{BCK}\right)} = \frac{|KE|\cdot|KC|\cdot\sin 30}{|KB|\cdot|KC|\cdot\sin 135} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{|KB|}{|KE|} = \sqrt{2} \quad \text{bulunur.}$$