

**2013 KAMU PERSONEL SEÇME SINAVI
ÖABT MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ
(LİSE) TESTİ
DEĞERLENDİRME RAPORU,
SORULARI VE ÇÖZÜMLERİ**

Temmuz, 2013

LİSE MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ

Analizden 12 soru sorulmuştur. İlk 8 soru lise düzeyindedir. 9. soru Taylor serisi, 10. soru genelleştirilmiş integral, 11 soru kısmî türev ve 12. soru iki katlı integrallerle ilgilidir. Soyut matematikten 1 soru sorulmuştur. 13. soru kümelerle yapılan temel işlemlerle ilgilidir. Soyut cebirle ilgili 4 soru vardır. Bu sorular konuları genel olarak tarayıcı niteliktedir. Lineer cebirle ilgili 4 soru sorulmuştur. 16. soruda rank ve determinant kavramları sorulmuştur. 17. soruda homojen denklem sistemi, 18. soruda lineer dönüşüme karşılıklı gelen matris ve 19. soruda simetrik ve ters simetrik matris kavramları sorulmuştur. Uygulamalı matematik ve diferansiyel denklemlerle ilgili 7 soru sorulmuştur. 28. soruda başlangıç şartı hatalı verilmiştir. İstatistik ve olasılıkla ilgili 4 soru sorulmuştur. Sorular istatistik ve olasılık dersini tarayıcı biçimdedir. ÖSYM'nin yaptığı açıklamada bulunmamasına rağmen uygulamalı matematik sorularına 4 tane istatistik ve olasılık sorusu eklenmesi sürpriz olmuştur. Analitik geometriden 8 soru sorulmuştur. Soruların hepsi lisans düzeyinde olup bazılarının çözümleri (33, 37, 39) test için uzun çözümlü sorulardır.

Sınavda alan eğitimine yönelik toplam 10 soru bulunmaktadır. Soruların yaklaşık yarısı hata / kavram yanlışlarına ilişkin örnek durumlardan oluşmaktadır. Farklı konulara ilişkin öğrenme hatalarının / kavram yanlışlarının tespit edilmesine yönelik 4 soru mevcuttur. Temel matematiksel becerilerden ilişkilendirmeye yönelik 1 sorunun yer aldığı sınavda çocukta geometrik düşünmenin gelişimi (Van Hiele Geometrik Düşünme Düzeyleri) ile ilgili 1 soru ve uygulanmakta olan Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programında yer alan kazanımlara yönelik 1 soru bulunmaktadır. Bunun yanında sınavda tarihçe açısından geometri öğretimi, ispat yöntemleri açısından mantık öğretimi ve eş olasılıklı olaylar açısından da olasılık öğretimi ile ilgili 1'er soru mevcuttur.

Soru No:		Soru No:	
1.	Limitte Belirsizlik	26.	İkinci Mertebeden Diferansiyel Denklem ve Başlangıç Değer Problemi
2.	Fonksiyonun Sürekliliği	27.	Sabit Katsayılı Lineer Diferansiyel Denklem
3.	Türevin Geometrik Anlamı (Teğet Denklemi)	28.	Değişkenlerine Ayrılabilen Diferansiyel Denklem ve Başlangıç Değer Problemi
4.	Fonksiyonun Artan ve Azalanlığı	29.	Olasılık Hesabı
5.	Fonksiyonun Türevinin Grafiği	30.	Beklenen Değer Hesabı
6.	Belirli İntegral	31.	Ortalama ve Medyan Hesabı
7.	İntegralde Alan ve Hacim Hesabı	32.	Normal Dağılım ve Test İstatistiği
8.	Leibnitz Kuralı (İntegral İşareti Altında Türev Hesabı)	33.	İzdüşüm Vektörü Hesabı
9.	Fonksiyonun Geriye Açılması	34.	Doğru Denklemi
10.	Genelleştirilmiş İntegral	35.	Doğru Denklemi
11.	Kısmî Türev	36.	Uzayda Simetri Kavramı
12.	İki Katlı İntegral	37.	Düzlem Denklemi
13.	Küme İşlemleri	38.	Çember Denklemi
14.	Euler Fonksiyonu	39.	Silindir Denklemi
15.	Modüler Aritmetik	40.	Öteleme ve Dönme Dönüşümü
16.	Matrisin Determinantı ve Rankı	41.	Matematiksel Beceriler
17.	Homojen Denklem Sistemi	42.	Geometri Öğretimi (Tarihçe)
18.	Lineer Dönüşümün Matris Gösterimi	43.	Matematik Dersi Öğretim Programı
19.	Simetrik Matris ve Ters Simetrik Matris	44.	Geometrik Düşünmenin Gelişimi (Van Hiele düzeyleri)
20.	Gruplar	45.	Mantık Öğretimi (İspat Yöntemleri)
21.	Cisimler	46.	Hata ve Kavram yanlışları (Köklü Sayılar)
22.	Türevin Uygulamaları	47.	Hata ve Kavram yanlışları (Fonksiyon)
23.	Maksimum - Minimum Hesabı	48.	Hata ve Kavram yanlışları (Denklem Sistemi)
24.	Diferansiyel Denklemnin Mertebesi ve Lineerliği	49.	Olasılık Öğretimi
25.	Sabit Katsayılı Lineer Diferansiyel Denklem	50.	Hata ve Kavram yanlışları (Türev)

1. Bu testte 50 soru vardır.

1.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 - \cos x}{\tan x}$$

limitinin değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

Çözüm:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 - \cos x}{\tan x}; \left(\frac{0}{0}\right) \text{ belirsizliği}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin x}{1 + \tan^2 x}$$

$$= 0$$

Cevap C

2.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos x}{x^2}, & x \neq 0 \\ a, & x = 0 \end{cases}$$

biçiminde tanımlanan f fonksiyonu x = 0 noktasında sürekli olduğuna göre, a reel sayısı kaçtır?

- A) -3 B) 0 C) 1 D)
- $\frac{1}{2}$
- E)
- $\frac{1}{3}$

Çözüm:

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0) \text{ olmalıdır.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} \left(\frac{0}{0}\right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{2x}$$

$$= \frac{1}{2}$$

Diğer taraftan f(0) = a olduğundan a = $\frac{1}{2}$ olmalıdır.**Cevap D**3. $y = x^5 + ax - 3$ eğrisinin x = 1 noktasındaki teğeti $y = x - b$ olduğuna göre, b reel sayısı kaçtır?

- A) -3 B) -5 C) 0 D) 5 E) 7

Çözüm: $y = x - b$ doğrusunun eğimi 1 olduğundan f(x) = $x^5 + ax - 3$ olmak üzere f'(1) = 1 olmalıdır.

$$f'(x) = 5x^4 + a \Rightarrow 1 = 5 + a \Rightarrow a = -4$$

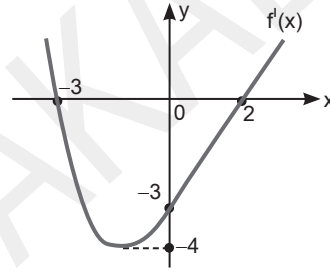
$$f(x) = x^5 - 4x - 3 \Rightarrow f(1) = -6$$

olup bu teğet A(1, -6) noktasından geçmektedir. A noktasını $y = x - b$ denkleminde yazarsak;

$$-6 = 1 - b \Rightarrow b = 7 \text{ bulunur.}$$

Cevap E

4. Aşağıda, bir f fonksiyonunun türevinin grafiği verilmiştir.



Buna göre, f fonksiyonu için aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $x = -3$ kritik noktadır.
 B) $x = 2$ noktasında lokal (yerel) minimumu vardır.
 C) f fonksiyonu $(-3, 2)$ aralığında azalır.
 D) f fonksiyonunun $(2, \infty)$ aralığındaki teğetleri eğrinin altındadır.
 E) $x = -3$ bir dönüm (büküm) noktasıdır.

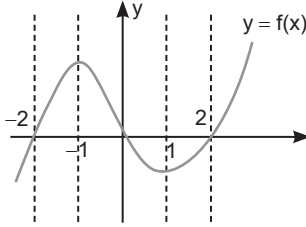
Çözüm: Bir fonksiyonun türevinin tek katlı (x-eksenini kesen fakat teğet olmayan) kökleri fonksiyonun yerel minimum ve yerel maksimum noktalarıdır.

- A) $x = -3$ kritik nokta olur.
 B) f fonksiyonu $(-3, 2)$ aralığında azalan, $(2, \infty)$ aralığında artan olduğundan $x = 2$ yerel minimum noktasıdır.
 C) Türevin işareti (-) olduğundan f $(-3, 2)$ aralığında azalandır.
 D) f, $(2, \infty)$ aralığında artan olduğundan teğetleri eğrinin altındadır.
 E) $x = -3$ noktası yerel maksimum noktasıdır.

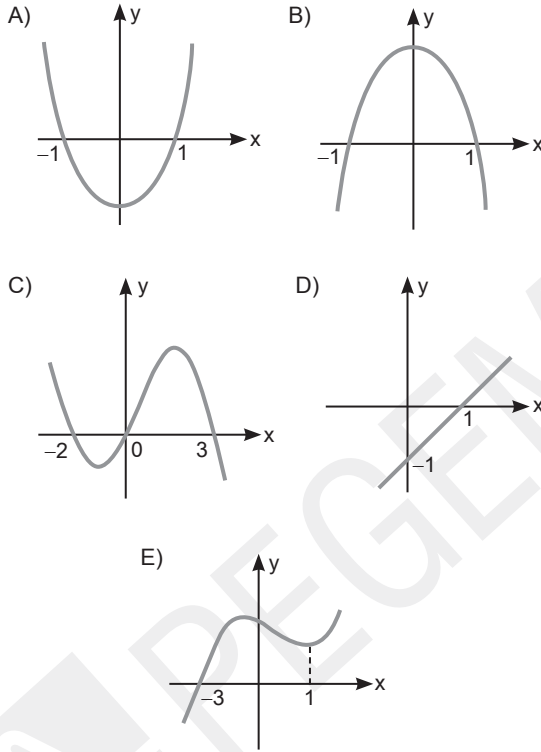
Dolayısıyla cevap E'dir.

Cevap E

5. Her noktada türevi alınabilen ve sadece $x = 0$ noktasında dönüm (büküm) noktasına sahip olan bir f fonksiyonunun grafiği aşağıda verilmiştir.



Buna göre, aşağıdaki grafiklerden hangisi f fonksiyonunun türevinin grafiği olabilir?



Çözüm: f fonksiyonu $(-\infty, -1)$ aralığında artan, $(-1, 1)$ aralığında azalan ve $(1, \infty)$ aralığında artan olduğundan türevinin grafiği (A) seçeneğidir.

Cevap A

- 6.

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} |\sin t| dt$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 4 E) 5

Çözüm:

$$\begin{aligned} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} |\sin t| dt &= 2 \cdot \int_0^{\frac{\pi}{2}} |\sin t| dt \\ &= 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin t dt \\ &= -2(\cos t) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} \\ &= -2\left(\cos \frac{\pi}{2} - \cos 0\right) \\ &= 2 \end{aligned}$$

Cevap C

7. Her $x \in [a, b]$ için $f(x) > 0$ olmak üzere,

- $y = f(x)$ fonksiyonu, x eksenini, $x = a$ ve $x = b$ doğruları arasında kalan bölgenin alanı 2 birim-karedir.
- Bu bölgenin x eksenini etrafında döndürülmesi sonucu oluşan cismin hacmi ise 6 birimküpür.

Buna göre,

$$-2\pi \int_a^b f^2(x) dx + 5 \int_a^b f(x) dx$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) -10 B) -5 C) -2 D) 0 E) 2

Çözüm:

$$\text{Bölgenin alanı: } \int_a^b f(x) dx = 2$$

$$\text{Hacim: } \pi \int_a^b f^2(x) dx = 6$$

olduğundan istenilen;

$$-2\pi \int_a^b f^2(x) dx + 5 \int_a^b f(x) dx$$

$$= -12 + 10$$

$$= -2 \text{ bulunur.}$$

Cevap C

8.

$$F(x) = \int_0^x e^{t^2} dt$$

olduğuna göre, $\frac{F''(x)}{F'(x)}$ ifadesi aşağıdakilerden

hangisine eşittir?

- A) x B) 2x C) 3x D) 4x E) 5x

Çözüm:

$$F(x) = \int_0^x e^{t^2} dt \Rightarrow F'(x) = e^{x^2}$$

$$\Rightarrow F''(x) = 2xe^{x^2}$$

olduğundan;

$$\frac{F''(x)}{F'(x)} = \frac{2xe^{x^2}}{e^{x^2}}$$

$$= 2x \text{ bulunur.}$$

Cevap B

9.

$$f(x) = \frac{1}{1-x}$$

fonksiyonunun $x = 0$ noktasındaki Taylor seri açılımı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\sum_{n=0}^{\infty} x^n$ B) $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n x^n$

C) $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^{n+1} x^n$ D) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2} x^n$

E) $\sum_{n=0}^{\infty} 2x^{n+1}$

Çözüm:

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(0)}{n!} x^n \text{ dir.}$$

$$f(0) = 1 = 0!$$

$$f(x) = (1-x)^{-1} \Rightarrow f'(0) = 1!$$

$$f''(x) = 2(1-x)^{-2} \Rightarrow f''(0) = 2!$$

$$f'''(x) = 6(1-x)^{-3} \Rightarrow f'''(0) = 3!$$

⋮

$$f^{(n)}(x) = n! \cdot (1-x)^{-n} \Rightarrow f^{(n)}(0) = n!$$

O halde;

$$\frac{1}{1-x} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n!}{n!} \cdot x^n$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} x^n$$

Cevap A

10. $a \in \mathbb{R}$ için $[a, +\infty)$ aralığı üzerinde tanımlı f ve g sürekli fonksiyonları

$$0 \leq f(x) \leq g(x)$$

eşitsizliğini sağladığına göre, aşağıdakilerden hangisi her zaman doğrudur?

A) $\int_a^{\infty} f(x) dx$ yakınsak ise $\int_a^{\infty} g(x) dx$ yakınsaktır.

B) $\int_a^{\infty} g(x) dx$ ıraksak ise $\int_a^{\infty} f(x) dx$ ıraksaktır.

C) $\int_a^{\infty} g(x) dx$ yakınsak ise $\int_a^{\infty} f(x) dx$ yakınsaktır.

D) $\int_a^{\infty} f(x) dx$ ıraksak ise $\int_a^{\infty} g(x) dx$ yakınsaktır.

E) $\int_a^{\infty} g(x) dx$ ıraksak ise $\int_a^{\infty} f(x) dx$ yakınsaktır.

Çözüm:

$$0 \leq f(x) \leq g(x) \text{ olmak üzere;}$$

$$\int_a^{\infty} f(x) dx \text{ ıraksak ise } \int_a^{\infty} g(x) dx \text{ ıraksaktır ve}$$

$$\int_a^{\infty} g(x) dx \text{ yakınsak ise } \int_a^{\infty} f(x) dx \text{ yakınsaktır.}$$

Buna göre doğru cevap C seçeneğidir.

Cevap C

11. $f(x, y) = x^2 \cdot e^{xy}$

fonksiyonu için $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(1, 1) + \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(0, 1)$ değeri kaçtır?

- A) $3e$ B) $5e$ C) $7e$
D) $3e + 2$ E) $7e + 6$

Çözüm:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 2xe^{xy} + x^2ye^{xy} = e^{xy}(2x + x^2y)$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = ye^{xy}(2x + x^2y) + e^{xy}(2x + 2xy)$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(1, 1) = 7e$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} = xe^{xy}(2x + x^2y) + x^2 \cdot xe^{xy}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(0, 1) = 0$$

O halde;

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} = 7e + 0$$

$$= 7e \text{ bulunur.}$$

Cevap C12. $f(x, y)$ sürekli olmak üzere,

$$\int_0^1 \left(\int_x^1 f(x, y) dy \right) dx$$

integraline denk olan integral aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\int_0^1 \left(\int_0^y f(x, y) dx \right) dy$

B) $\int_0^1 \left(\int_1^y f(x, y) dx \right) dy$

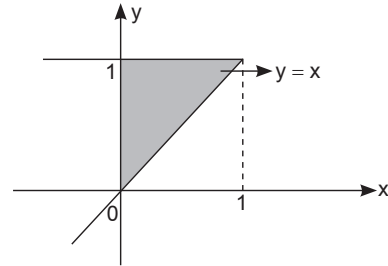
C) $\int_0^1 \left(\int_{y/2}^y f(x, y) dx \right) dy$

D) $\int_0^1 \left(\int_y^0 f(x, y) dx \right) dy$

E) $\int_x^1 \left(\int_0^1 f(x, y) dx \right) dy$

Çözüm:

$0 \leq x \leq 1$ bölgesi çizilirse;
 $x \leq y \leq 1$



Sınır değiştirilirse;

$0 \leq y \leq 1$ olur. O halde;
 $0 \leq x \leq y$

$$\int_0^1 \int_x^1 f(x, y) dy dx = \int_0^1 \int_0^y f(x, y) dx dy \text{ olur.}$$

Cevap A

13. Z tam sayılar kümesi olmak üzere,

$$A = \{n^3 \mid n \in \mathbb{Z}, -4 \leq n \leq -1\}$$

$$B = \{(-3)^n \mid n \in \mathbb{Z}, 1 \leq n \leq 4\}$$

kümeleri veriliyor.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $A \times B$ 'nin eleman sayısı 16'dır.
 B) $A \cap B$ 'nin eleman sayısı 2'dir.
 C) $A \cup B$ 'nin eleman sayısı 8'dir.
 D) $A \setminus B$ 'nin eleman sayısı 2'dir.
 E) $B \setminus A$ 'nin eleman sayısı 2'dir.

Çözüm:

$$A = \{-64, -27, -4, -1\} \text{ ve}$$

$$B = \{-3, 9, -27, 81\}'dir.$$

$$s(A \times B) = s(A) \cdot s(B) = 16$$

$$s(A \cap B) = 1$$

$$s(A \cup B) = 7$$

$$s(A \setminus B) = s(B \setminus A) = 3 \text{ bulunur.}$$

Cevap A

14. $n \in \mathbb{Z}^+$ için $1 \leq a \leq n$ ve $(a, n) = 1$ olan a tamsayılarının sayısı $\Phi(n)$ ile gösterilir ve Euler fonksiyonu olarak adlandırılır.

Buna göre, $\Phi(144)$ 'ün değeri kaçtır?

- A) 24 B) 36 C) 48 D) 60 E) 72

Çözüm: $n > 1$ doğal sayısı asal çarpanlarına

$$n = p_1^{a_1} p_2^{a_2} \dots p_k^{a_k} \text{ olarak ayrılıyorsa,}$$

$$\Phi(n) = n \left(1 - \frac{1}{p_1}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{p_2}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{p_k}\right) \text{ olur.}$$

$$144 = 2^4 \cdot 3^2 \text{ olduğundan}$$

$$\begin{aligned} \Phi(144) &= 144 \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{3}\right) \\ &= 144 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = 48 \text{ olur.} \end{aligned}$$

Cevap C

15. $2^{36} \equiv x \pmod{17}$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

Çözüm: 17 asal sayı ve 17 ile 2 aralarında asal olduklarından Fermat Teoreminden

$$2^{16} \equiv 1 \pmod{17} \Rightarrow 2^{32} = (2^{16})^2 \equiv 1 \pmod{17}$$

$$\Rightarrow 2^{36} = 2^4 \cdot 2^{32} \equiv 16 \pmod{17}$$

$$\Rightarrow 2^{36} \equiv -1 \pmod{17} \text{ bulunur.}$$

Cevap B

16. A matrisi reel sayılar kümesi üzerinde tanımlı 3×3 biçiminde bir matristir.

A matrisinin tersi alınabildiğine göre, aşağıdakilerden hangisi her zaman doğrudur?

- A) $\det A = 1$ B) $\text{rank } A = 1$ C) $\det A = 3$
 D) $\text{rank } A = 3$ E) $\det A = \text{rank } A$

Çözüm: Ters alınabilen bir matrisin rankını o matrisin biçimi belirler. 3×3 biçiminde bir matris olduğundan $\text{rank } A = 3$ olur.

Cevap D

17. $x + y + z = 0$

$$x + 2y + z = 0$$

$$y + az = 0$$

homojen denklem sisteminin sıfırdan farklı çözümleri vardır.

Buna göre, a kaçtır?

- A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

Çözüm: Homojen denklem sisteminin sıfırdan farklı çözümlerinin var olması için katsayılar matrisinin determinantı sıfır olmalıdır.

Buna göre;

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & a \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & a \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & a \end{vmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow a = 0$$

Cevap E

18. R reel sayılar olmak üzere,

$$T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$$

$$T(x, y) = (2x + y, 3x - 2y)$$

lineer dönüşümünün \mathbb{R}^2 için standart bazdaki matris gösterimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$
 D) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$

Çözüm: T dönüşümünün standart bazdaki matris gösterimi her bir terimdeki bilinmeyenler için katsayıların sırasıyla sütunlara yazılmasıyla elde edilir. x'in katsayıları 2 ve 3'tür. y'nin katsayıları 1 ve -2'dir. 1. sütuna x'in katsayıları, 2. sütuna y'nin katsayıları yazılırsa $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$ elde edilir.

Cevap B

19. A ve B kare matrislerinden A matrisi simetrik ve B matrisi ters simetriktir.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi simetrik matristir?

- A) $A + A^T + B$ B) $A + B + B^T$ C) $A^T + B$
 D) AB E) $-AB$

Çözüm:

A matrisi simetrik ise $A = A^T$ 'dir.

B matrisi simetrik ise $B = -B^T$ 'dir.

B seçeneğinde $A + B + B^T = A - B^T + B^T = A$ olduğundan A simetrik matristir.

Cevap B

20. Q rasyonel ve Z tam sayılar kümesi olmak üzere, aşağıdakilerden hangisi verilen işleme göre grup değildir?

- A) $(Q, +)$, +: toplama
 B) $(Z, +)$, +: toplama
 C) $(2Z, +)$, +: toplama
 D) (Z, \bullet) , \bullet : çarpma
 E) (Q^*, \bullet) , \bullet : çarpma, $Q^* = Q \setminus \{0\}$

Çözüm: Z üzerinde çarpma işleminin etkisiz eleman özelliği yoktur. Z'nin çarpma işlemine göre etkisiz elemanı olsaydı bu sayı 1 olurdu. Ancak $1 \cdot 0 = 0 \neq 1$ olduğundan bu mümkün değildir.

Cevap D

21. Cisimler ile ilgili olarak verilen

- I. Bir cismin sıfır ve kendisinden başka ideali yoktur.
 II. Her cisim kendi üzerinde bir vektör uzayıdır.
 III. Her tamlık bölgesi bir cisimdir.
 IV. Her mertebeden cisim vardır.

İfadelerden hangileri doğrudur?

- A) I ve II B) II ve III C) III ve IV
 D) Yalnız III E) Yalnız IV

Çözüm: Sonlu temlik bölgeleri cisim olduğundan III yanlıştır.

Bir cismin karakteristiği ya 0 ya da asal sayı olduğundan her mertebeden cisim yoktur. Dolayısıyla IV. madde yanlıştır.

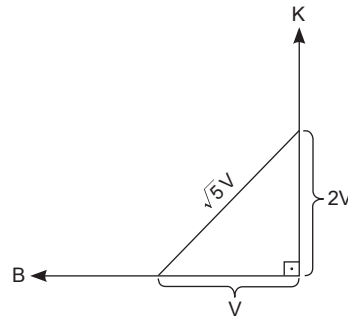
Cevap A

22. Aynı noktadan kalkan iki gemiden birisi kuzey, diğeri batı istikametine doğru sabit hızlarla ilerlemektedir. Kuzeye giden geminin hızı dakikada 2V metre olup batıya giden geminin hızının 2 katıdır.

Buna göre, 1 dakika sonra bu iki gemi arasındaki mesafenin artış hızı kaçtır?

- A) V B) 2V C) $\sqrt{5}V$
 D) $2\sqrt{5}V$ E) $\frac{\sqrt{5}}{2}V$

Çözüm:



1 dakika sonra kuzeye giden gemi 2V m, batıya giden gemi V m yol alır. Pisagor bağıntısından;

Aradaki mesafe: $\sqrt{(2V)^2 + V^2} = \sqrt{5}V$ olur.

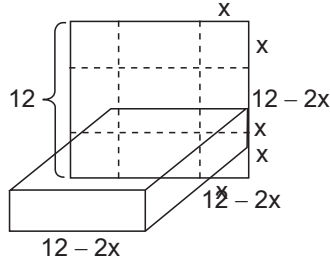
Cevap C

23. Alanı 144 cm^2 olan kare biçimindeki bir kartonun köşerlerinden eşit alanlı birer kare kesilerek geriye kalan parçalardan üstü açık bir prizma yapılıyor.

Bu prizmanın hacmi en fazla kaç cm^3 olur?

- A) 100 B) 120 C) 124 D) 128 E) 130

Çözüm: Alanı 144 cm^2 olan karenin bir kenarı 12 cm 'dir.



Hacim: $V = (12 - 2x)^2 \cdot x$

$$V' = 2(12 - 2x)(-2x) + (12 - 2x)^2$$

$$= (12 - 2x)(12 - 6x)$$

$$V' = 0 \Rightarrow \underline{x = 6} \text{ veya } \underline{x = 2}$$

olamaz maksimum nokta

$$x = 2 \Rightarrow V(2) = 128 \text{ cm}^2 \text{ olur.}$$

Cevap D

24. Aşağıdakilerden hangisi üçüncü mertebeden (basamaktan) bir lineer diferansiyel denklemdir?

- A) $3y'' + y' = e^x \cos x$
 B) $y''' - 2x^3 y'' + y' = 0$
 C) $y''' - 2(y')^3 + y = 0$
 D) $x^3 y'' - xy' - y' = \ln(x^3)$
 E) $y^3 y''' + xy''' - y' = 0$

Çözüm: A seçeneğindeki lineerdir, ancak ikinci mertebededir.

C seçeneğindeki lineer değildir.

D seçeneğindeki lineerdir, ancak ikinci mertebededir.

E seçeneğindeki lineer değildir.

Cevap B

25. $y'' + y' - 6y = 0$

diferansiyel denkleminin bir çözümü aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $e^{\sqrt{3}x}$ B) $e^{\sqrt{2}x}$ C) e^{4x}
 D) e^{3x} E) e^{2x}

Çözüm: Sabit katsayılı lineer diferansiyel denklemlerde genel çözüm $y = e^{rx}$ eşitliğinde gerekir türevler alınıp, denklemde yerine yazılmasıyla bulunur. e^{rx} ortak çarpan olup sıfır olamayacağından geriye kalan ifadeye r değerleri belirlenir. Soruda verilen denklemin karakteristik denklemi

$r^2 + r - 6 = 0$ 'dir. Buradan $r_1 = 3$, $r_2 = -2$ bulunur. O halde e^{2x} bir çözümdür.

Cevap E

- 26.

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = x^2 + e^x$$

diferansiyel denkleminin $y(0) = 1$ ve $y'(0) = 0$ koşullarını sağlayan çözümü aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $y = x^3 + e^x - 1$
 B) $y = \frac{2}{3}x^3 - x + e^x$
 C) $y = \frac{x^4}{5} - x^2 + e^x$
 D) $y = \frac{x^4}{12} - x + e^x$
 E) $y = \frac{x^5}{6} - x^2 + e^x$

Çözüm:

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{dy}{dx} \right) = x^2 + e^x$$

$$\Rightarrow y' \frac{dy}{dx} = \int \left(\frac{x^3}{3} + e^x + c_1 \right) dx = \frac{x^4}{12} + e^x + c_1 x + c_2$$

$$y(0) = 1 \Rightarrow 0 + 1 + c_2 = 1 \Rightarrow c_2 = 0$$

$$y'(0) = 0 \Rightarrow 0 + 1 + c_1 = 0 \Rightarrow c_1 = -1$$

$$\text{O halde } y = \frac{x^4}{12} + e^x - x$$

Cevap D

27. $y'' - ky' - 2y = 0$ diferansiyel denkleminin bir çözümü $y = e^x$ olduğuna göre, k sabiti kaçtır?
A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

Çözüm: Diferansiyel denklemin karakteristik denklemi $r^2 - kr - 2 = 0$ 'dır. Diferansiyel denklemin çözümlerinden biri e^x olduğuna göre; karakteristik denklemin çözümlerinden biri, x 'in önündeki katsayı olan 1 'dir. O halde $1^2 - k \cdot 1 - 2 = 0 \Rightarrow k = -1$ bulunur.

Cevap B

28. $y' + y^2 = 9$

diferansiyel denkleminin $y(0) = 0$ koşulunu sağlayan çözümünü $y(t)$ 'dir.

Buna göre, $\frac{3+y}{3-y}$ ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) e^{-9t} B) e^{-t} C) 1 D) e^{3t} E) e^{6t}

Çözüm:

$$\frac{dy}{dt} + y^2 = 9$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dt} = 9 - y^2$$

$$\Rightarrow \int \frac{dy}{9 - y^2} = \int dt$$

$$\Rightarrow \frac{1}{6} \int \left(\frac{1}{3-y} + \frac{1}{3+y} \right) dy = \int dt$$

$$\Rightarrow \frac{1}{6} \int \left(\frac{1}{3+y} - \frac{1}{y-3} \right) dy = \int dt$$

$$\Rightarrow \ln(3+y) - \ln(y-3) = 6t + c$$

$$\Rightarrow \ln \frac{3+y}{y-3} = 6t + c$$

$$\Rightarrow \frac{3+y}{y-3} = e^{6t} \cdot e^c$$

$$y(0) = 0 \Rightarrow -1 = e^{60} \cdot e^c \Rightarrow e^c = -1$$

Aslında $e^c = -1$ olamaz. Ancak çözüme yaklaşmak için bu eşitliği kullanırsak,

$$\frac{3+y}{y-3} = -e^{6t} \Rightarrow \frac{3+y}{3-y} = e^{6t}$$

Cevap E

29. Dart oynayan bir genç 5 atış yapıyor.

Atışlarda isabet etme olasılığı $\frac{3}{5}$ olduğuna göre, oyuncunun 4 defa isabet ettirme olasılığı kaçtır?

- A) $2 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^4$ B) $\left(\frac{3}{5}\right)^4$ C) $2 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^4$
D) $\left(\frac{3}{5}\right)^5$ E) $\left(\frac{1}{5}\right)^3$

Çözüm:

$$\text{İsabet etme olasılığı: } \frac{3}{5}$$

$$\text{İsabet etmeme olasılığı: } \frac{2}{5}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{5}{4}\right) \left(\frac{3}{5}\right)^4 \cdot \frac{2}{5} &= 5 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^4 \cdot \frac{2}{5} \\ &= 2 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^4 \end{aligned}$$

Cevap A

30. X rastgele değişkeni

$$f(x) = \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^x}{x!} \quad (x = 0, 1, 2, \dots), (\lambda > 0)$$

olasılık fonksiyonuna sahipse beklenen değeri nedir?

- A) $\frac{1}{\lambda}$ B) λ C) $1 + \lambda$
D) λ^2 E) $\lambda + \lambda^2$

Çözüm: f 'nin moment çıkaran fonksiyonu;

$$\begin{aligned} m_x(t) &= \sum_{x=0}^{\infty} e^{tx} \cdot f(x) \\ &= e^{\lambda} (e^t - 1) \text{ olur.} \end{aligned}$$

Beklenen değer;

$$\begin{aligned} E(x) &= \frac{d}{dt} m_x(t) \Big|_{t=0} \\ &= \lambda e^t \cdot e^{\lambda} (e^t - 1) \Big|_{t=0} \\ &= \lambda \end{aligned}$$

Cevap B

31. Bir sınıftan rastgele seçilen 5 öğrencinin notları 65, 54, 50, 82, 74 olarak veriliyor.

Buna göre, örneklem ortalaması ve medyanı sırasıyla kaçtır?

- A) (65, 65) B) (82, 65) C) (65, 82)
D) (50, 82) E) (32, 65)

Çözüm:

$$\text{Ortalama} = \frac{65 + 54 + 50 + 82 + 74}{5} = 65$$

Notlar küçükten büyüğe sıralanırsa;

50, 54, 65, 74, 82 olup (ortanca) medyan 65 olur.

O halde cevap (65, 65) olup (A) seçeneğidir.

Cevap A

32. Bir sınıftaki öğrencilerin girdiği bir sınavdan aldığı notların beklenen değeri μ , varyansı $\sigma^2 = 100$ olan normal dağılıma sahiptir. Rastgele seçilen 5 öğrencinin notları sırasıyla 65, 50, 54, 76, 80'dir.

Buna göre, $H_0: \mu = 65$ yokluk hipotezinin $H_A: \mu < 65$ alternatif hipotezine karşı testi için test istatistiğinin değeri kaçtır?

- A) 0 B) $\sqrt{5}$ C) $\frac{\sqrt{5}}{10}$ D) $\frac{\sqrt{5}}{5}$ E) $\frac{1}{5}$

Çözüm:

$$\sigma^2 = 100$$

$$\text{Örnek sayısı} = n = 5$$

$$\text{Notların ortalaması} = \bar{x}$$

$$\bar{x} = \frac{65 + 50 + 54 + 76 + 80}{5} = 65$$

$$\text{Test istatistiği: } Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{5}}} = 0$$

Cevap A

33. Uzayda, $\vec{a} = (4, 0, 1)$ vektörünün $\vec{b} = (1, -3, -k)$ vektörü üzerindeki dik izdüşüm vektörünün uzunluğunun 1 olması için k reel sayısı kaç olmalıdır?

- A) 0 B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{3}{4}$ E) 1

Çözüm: İzdüşüm vektörü \vec{u} olsun.

$$\vec{u} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|} \cdot \vec{b}$$

$$\Rightarrow |\vec{u}| = \frac{|\vec{a} \cdot \vec{b}|}{|\vec{b}|} \text{ olur.}$$

$$\Rightarrow 1 = \frac{|4 \cdot k|}{\sqrt{10 + k^2}} \Rightarrow \sqrt{10 + k^2} = 4 - k$$

$$\Rightarrow 10 + k^2 = 16 - 8k + k^2$$

$$\Rightarrow 8k = 6$$

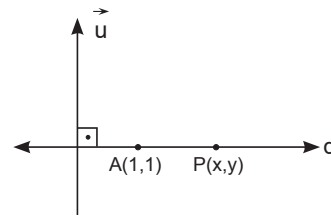
$$\Rightarrow k = \frac{3}{4} \text{ bulunur.}$$

Cevap D

34. Düzlemde $A(1, 1)$ noktasından geçen ve $\vec{u} = (1, 2)$ vektörüne dik olan doğrunun denklemi aşağıdaki-lerden hangisidir?

- A) $x + 2y + 2 = 0$
B) $x + 2y - 3 = 0$
C) $-x + 2y - 1 = 0$
D) $x - 2y - 2 = 0$
E) $x - 2y + 2 = 0$

Çözüm:



$$\vec{AP} = (x - 1, y - 1)$$

$$\vec{u} = (1, 2) \text{ ve } \vec{AP} \perp \vec{u} \text{ olup}$$

$$\vec{AP} \perp \vec{u} = 0 \Rightarrow x - 1 + 2(y - 1) = 0$$

$$x + 2y - 3 = 0$$

Cevap B

35. Düzlemde denklemleri ve $x+y-1=0$ ve $-x+y-1=0$ ile verilen doğruların ortak noktasından geçen ve doğrultmanı $(1,1)$ olan doğrunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x-y+1=0$
 B) $-x+y+1=0$
 C) $x+y-1=0$
 D) $x+y+2=0$
 E) $-x-y+2=0$

Çözüm: Önce doğruların ortak noktalarını bulalım.

$$\begin{cases} x+y-1=0 \\ -x+y-1=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=1 \\ x=0 \end{cases}$$

A(0,1) noktasından geçen ve doğrultmanı $(1,1)$ olan doğrunun denklemi;

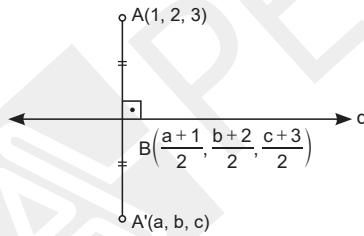
$$\frac{x-0}{1} = \frac{y-1}{1} \Rightarrow x-y+1=0$$

Cevap A

36. Uzayda A(1, 2, 3) noktasının, $x=y=z$ doğrusuna göre simetrisi olan noktanın koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (3, 2, 1) B) (1, 2, 4) C) (3, 5, 2)
 D) (2, 4, 3) E) (5, 4, 3)

Çözüm:



B noktası d doğrusunun denklemini sağlar.

$$a+1 = b+2 = c+2 = t$$

$$\begin{cases} a = t-1 \\ b = t-2 \\ c = t-3 \end{cases} \text{ olsun (*)}$$

d doğrusunun doğrultmanı $\vec{V} = (1, 1, 1)$

ve $\vec{AA'} \perp \vec{V}$ olduğundan,

$$\vec{AA'} \cdot \vec{V} = 0 \Rightarrow a-1 + b-2 + c-3 = 0 \\ \Rightarrow a+b+c = 6$$

(*) değerleri denklemde yazılırsa; $t = 4$ olup $a = 3$, $b = 2$, $c = 1$ bulunur.

Cevap A

37. Uzayda A(1, 2, -3) noktası, $\vec{u} = (1, -2, 2)$ ve $\vec{v} = (3, -1, -1)$ vektörleri veriliyor.

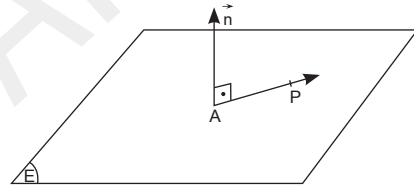
A noktasından geçen, \vec{u} ve \vec{v} vektörlerine paralel olan düzlemin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x+y+z=0$
 B) $-2x+4y+2z=0$
 C) $x-2y+2z+9=0$
 D) $3x-y-z-4=0$
 E) $4x+7y+5z-3=0$

Çözüm: Yazılacak düzlemin normali

$$\vec{n} = \vec{u} \times \vec{v} \text{ dir.}$$

$$\vec{n} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -2 & 2 \\ 3 & -1 & -1 \end{vmatrix} \\ = 4\vec{i} + 7\vec{j} + 5\vec{k} \\ = (4, 7, 5) \text{ olur.}$$



P(x, y, z) E düzleminde keyfi bir nokta olmak üzere;

$$\vec{AP} \perp \vec{n} \text{ yani } \vec{AP} \cdot \vec{n} = 0 \text{ dir.}$$

$$4(x-1) + z(y-2) + 5(z+3) = 0 \text{ dir.}$$

$$4x + 7y + 5z - 3 = 0$$

Cevap E

38. a ve b reel sayılar olmak üzere,
 $2bx^2 + (a^2 - 1)xy + 2y^2 + 4x + 8a = 0$
 denklemi bir çember belirtmektedir.

Buna göre, çemberin merkezinin koordinatları ve yarıçap uzunluğu aşağıdaki seçeneklerden hangisinde doğru olarak verilmiştir?

- A) $M = (1, 0)$, $r = \sqrt{5} br$
 B) $M = (-1, 0)$, $r = 5 br$
 C) $M = (0, 0)$, $r = 5 br$
 D) $M = (0, 1)$, $r = \sqrt{5} br$
 E) $M = (-1, 0)$, $r = \sqrt{5} br$

Çözüm: Çember belirtmesi için;

$$a^2 - 1 = 0 \Rightarrow a = -1 \text{ veya } a = 1$$

$$2b = 2 \Rightarrow b = 1 \text{ olmalıdır.}$$

$a = -1$ için;

$$2x^2 + 2y^2 + 4x - 8 = 0$$

$$x^2 + y^2 + 2x - 4 = 0$$

$$(x + 1)^2 + y^2 = 5$$

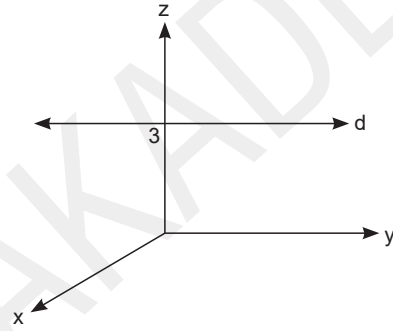
$m(-1, 0)$, $r = \sqrt{5}$ olan çemberdir.

Cevap E

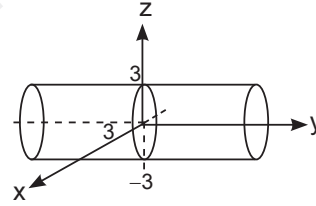
39. yz düzleminde bulunan ve denklemi $\{x = 0, z = 3, y = t; t \in \mathbb{R}\}$ olan doğrunun y eksenini etrafında döndürülmesiyle oluşan dönel yüzeyin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^2 + y^2 + z^2 = 9$
 B) $x^2 - y^2 + z^2 = 9$
 C) $x^2 - z^2 = 9$
 D) $x^2 + z^2 = 9$
 E) $x^2 + y^2 = 9$

Çözüm: Doğrunun grafiği şekildedir.



Bu doğruyu y -eksenini etrafında döndürürsek;



$x^2 + z^2 = 9$ silindiri elde edilir.

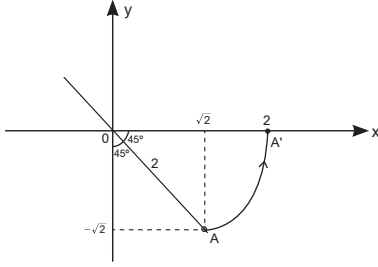
Cevap D

40. Düzlemde $T(x, y) = (x + 3, y - 2)$ öteleme fonksiyonu ve O noktası etrafında saat yönünün tersi yönde 45° 'lik $C(x, y)$ döndürme fonksiyonu veriliyor.

Buna göre $A(\sqrt{2}, -\sqrt{2})$ noktasının $F = T \circ C$ bileşke dönüşümü altındaki görüntüsü hangi noktadadır?

- A) (5, -2) B) (-5, 2) C) (-5, -2)
D) (5, 2) E) (5, 0)

Çözüm:



C dönüşümü ile $A'(2, 0)$ noktası elde edilir.

$$\begin{aligned} T(2, 0) &= (2 + 3, 0 - 2) \\ &= (5, -2) \text{ olur.} \end{aligned}$$

Cevap A

41. Uygulanmakta olan Ortaöğretim Matematik (9, 10, 11 ve 12. sınıflar) Dersi Öğretim Programı'nda

- Kavramları açıklayabilmek için diğer kavramlardan yararlanır.
- Aynı matematiksel kavramın farklı temsillerini tanır.

kazanımları aşağıdaki temel becerilerden hangisi kapsamında ele alınmıştır?

- A) Yaratıcı düşünme
B) Akıl yürütme
C) İletişim
D) İlişkilendirme
E) Eleştirel düşünme

Çözüm: Uygulanmakta olan Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı'nda yer alan kavramları açıklarken diğer kavramlardan yararlanma ve bir kavramın farklı temsillerini tanıma kazanımları temel matematiksel becerilerden **ilişkilendirme** ile ilgilidir.

Cevap D

42. Euclid Geometrisi'nin beş postulatından birine yönelik şüpheler ve bunun üzerine yapılan çalışmalar Euclid dışı geometrilerin ortaya çıkmasına zemin hazırlamıştır.

Buna göre, bu postulat aşağıdakilerden hangisidir?

- A) Merkezi ile yarıçapı verilen bir çember çizilebilir.
B) Bir doğru parçası sınırsız bir şekilde uzatılabilir.
C) İki noktadan bir ve yalnız bir doğru geçer.
D) Bütün dik açılar eşittir.
E) Bir doğruya dışındaki bir noktadan yalnız bir tek paralel doğru çizilir.

Çözüm: Euclid dışı geometrilerin ortaya çıkmasına zemin hazırlayan ve matematikçilerin uzun yıllar ispatlamaya çalıştıkları "5. Postulat" olarak da bilinen postulat "**Bir doğruya dışındaki bir noktadan yalnız bir tek paralel doğru çizilir.**" şeklindedir.

Cevap E

- 43.

- I. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = -x^2 + 4x + 1$ fonksiyonunun alacağı en büyük değeri bulunuz.
II. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + 1$ fonksiyonu birebir ve örten midir?
III. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$, $f(x) = 3x$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

Yukarıdaki soruları çözmek için gerekli kazanımlar uygulanmakta olan Ortaöğretim Matematik Dersi (9, 10, 11 ve 12. Sınıflar) Öğretim Programı'nda ilk kez kaçınıcı sınıf düzeyinde ele alınmaktadır?

	I.	II.	III.
A)	12.	10.	12.
B)	10.	9.	12.
C)	10.	9.	11.
D)	12.	9.	11.
E)	10.	10.	12.

Çözüm: I. soru **10. Sınıf Programı**'nda yer alan "*İkinci dereceden fonksiyonu açıkla ve en küçük ya da en büyük değerini hesapla.*" kazanımı, II. soru **9. Sınıf Programı**'nda yer alan "*Bire bir fonksiyonu, örten fonksiyonu, içine fonksiyonu, özdeşlik (birim) fonksiyonunu, sabit fonksiyonu ve doğrusal fonksiyonu açıkla.*" kazanımı ve III. soru **11. Sınıf Programı**'nda yer alan "*Üstel fonksiyonu açıkla ve $a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$ olmak üzere $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$, $f(x) = a^x$ üstel fonksiyonun bire bir ve örten olduğunu göstererek grafiğini çiz.*" kazanımı çerçevesinde ele alınabilir. Buna göre sıralama **10-9-11** şeklinde olmalıdır.

Cevap C

44. Van Hiele, geometrik düşünmenin gelişiminin aşamalı olarak aşağıda verilen beş düzeyde gerçekleştiğini belirtmektedir.

1. Düzey: Öğrenci, şekilleri genel görsel özelliklerine göre tanımlar ve adlandırır.
2. Düzey: Öğrenci, şekillerin özelliklerini belirtir.
3. Düzey: Öğrenci, geometrik şekiller arasında ilişkiler kurar.
4. Düzey: Öğrenci, bir aksiyomatik yapıyı kullanabilir ve bu yapı içinde ispatlar yapar.
5. Düzey: Öğrenci, farklı aksiyomatik sistemler arasındaki benzerlik ve farklılıkları anlar.

Buna göre,

- I. Çemberde kiriş ve kesenler ile ilgili özelliklerin doğruluğunu gösterir.
- II. Verilen farklı geometrik şekiller arasından çemberi seçer.
- III. Çemberde kirişin orta dikmesinin merkezden geçtiğini ifade eder.

kazanımları Van Hiele'e göre hangi düzeyde yer almaktadır?

	<u>I.</u>	<u>II.</u>	<u>III.</u>
A) 5.	1.	2.	3.
B) 3.	1.	3.	2.
C) 4.	2.	2.	3.
D) 4.	1.	2.	3.
E) 3.	2.	3.	1.

Çözüm: I. Çemberde kiriş ve kesenler ile ilgili özelliklerin doğruluğunu göstermek ispat yapmayı gerektirdiğinden **4. Düzey**, II. Verilen farklı geometrik şekiller arasından çemberi seçmek şekli genel görsel özelliklerine göre tanımlamayı gerektirdiğinden **1. Düzey** ve III. Çemberde kirişin orta dikmesinin merkezden geçtiğini ifade etmek şeklin özelliklerini bilmeyi gerektirdiğinden **2. Düzey** kazanımlardır.

Cevap D

45. Bir matematik öğretmeni, öğrencilerinden iki tek sayının toplamının çift sayı olduğunu ispatlamalarını istemiştir. Üç öğrencinin yapmış olduğu ispat aşağıda verilmiştir.

Ali

$\forall n \in \mathbb{Z}$ olmak üzere,
 $n + 1$ tek sayıdır.
 $n + 3$ tek sayıdır.
 $n + 1 + n + 3 = 2n + 4$
 $2(n + 2)$ çift sayıdır.

Burcu

Herhangi iki tek sayı alalım ve toplamlarını inceleyelim.
 $1 + 3 = 4$ çift sayıdır.
 $3 + 5 = 8$ çift sayıdır.
 $5 + 7 = 12$ çift sayıdır.
 Buna göre, iki tek sayının toplamı çifttir.

Ceyda

$\forall k, n \in \mathbb{Z}$ olmak üzere
 $2k + 1$ tek sayıdır.
 $2n + 1$ tek sayıdır.
 $2k + 1 + 2n + 1 = 2(k + n + 1)$
 $2(k + n + 1)$ bir çift sayıdır.

Buna göre, ispatı doğru yapan öğrenci ve kullandığı yöntem aşağıdakilerin hangisinde birlikte verilmiştir?

<u>Öğrenci</u>	<u>İspat Yöntemi</u>
A) Ali	Tümevarım
B) Burcu	Olmayana ergi
C) Ceyda	Doğrudan ispat
D) Ali ve Burcu	Tümevarım
E) Ali ve Ceyda	Doğrudan ispat

Çözüm: Ali doğrudan ispat yöntemini tercih etmiş ancak sadece ardışık iki tek sayının toplamına odaklanarak hata yapmıştır. Burcu ise sınırlı sayıda örnek durumlar üzerinden ispata yönelerek hata yapmıştır. **Ceyda** ise **doğrudan ispat** yöntemini kullanarak ispatı doğru bir şekilde tamamlamıştır.

Cevap C

46. Bir öğrenci, köklü sayılarla ilgili özellikleri ve $i^2 = -1$ eşitliğini kullanarak

$$\begin{aligned} 1 &= \sqrt{1} \\ &= \sqrt{(-1) \cdot (-1)} \\ &= \sqrt{(-1)} \cdot \sqrt{(-1)} \\ &= \sqrt{i^2} \cdot \sqrt{i^2} \\ &= i \cdot i \\ &= i^2 \\ &= -1 \end{aligned}$$

işlemlerini yapmış ve $1 = -1$ sonucunu elde etmiştir.

Bu öğrenciye aşağıdaki geri bildirimlerden hangisini vermek uygundur?

- A) 1'in özel bir sayı olduğu ve bazı istisnalara sahip olduğu
 B) $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ eşitliğinin her a ve b reel sayısı için geçerli olmadığı
 C) Negatif bir reel sayının karekökünün pozitif bir değere sahip olduğu
 D) Kök içleri aynı olan terimlerle çarpma işlemi yapılamayacağı
 E) $i^2 = -1$ olmak üzere $\sqrt{i^2} = |i|$ olması gerektiği

Çözüm: Öğrencinin yapmış olduğu hata, karekök içinde negatif bir reel sayının bulunamayacağını gözden kaçırmıştı kaynaklanmıştır. Buna göre öğrenciye $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ eşitliğinin her a ve b reel sayısı için geçerli olmadığı geri bildirimini vermek uygun olur.

Cevap B

47. Aşağıdaki tabloda, bir öğrencinin reel sayılar kümesinde tanımlı f, g ve h bağıntılarının fonksiyon olup olmamasıyla ilgili verdiği cevaplar gösterilmektedir.

Bağıntı	Fonksiyondur.	Fonksiyon değildir.
$f(x) = 2$		+
$g(x) = x^2 - 1$	+	
$h(x) = \sqrt{2} - x^2$	+	

Buna göre, bu öğrenci aşağıdakilerden hangisini düşünüyor olamaz?

- A) Bir fonksiyonun gösteriminde x değişkeni olmayabilir.
 B) Bir bağıntıda tanım kümesindeki her eleman değer kümesindeki sabit bir sayı ile eşleşiyorsa bu bağıntı fonksiyon değildir.
 C) Bir fonksiyonun gösteriminde en az iki terim bulunmalıdır.
 D) Bir fonksiyonun tanım kümesindeki bütün elemanlar değer kümesinde yalnız bir elemanla eşleşebilir.
 E) Bir bağıntı ikinci dereceden ise bu bağıntı bir fonksiyon belirtir.

Çözüm: Öğrenci $f(x) = 2$ bağıntısının fonksiyon olmadığını belirttiğine göre "**Bir fonksiyonun tanım kümesindeki bütün elemanlar değer kümesinde yalnız bir elemanla eşleşebilir.**" şeklinde bir düşünceye sahip olamaz.

Cevap D

48. Ali Öğretmen, öğrencilerinden

$$x + 2y = 3$$

$$2x + 4y = 6$$

denkleminin çözüm kümesini bulmalarını istemiştir.

Aşağıda bir öğrencinin bu soruya verdiği cevap yer almaktadır.

$$\begin{array}{r} (-2) / x + 2y = 3 \\ \underline{2x + 4y = 6} \\ -2x - 4y = -6 \\ + \quad 2x + 4y = 6 \\ \hline 0 = 0 \end{array}$$

Dolayısıyla çözüm kümesi tüm reel sayılardır.

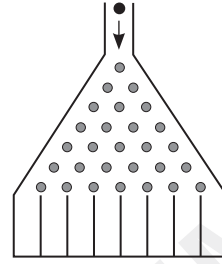
Buna göre, Ali Öğretmen'in, yaptığı hatayı fark ettirmek için öğrencisine aşağıdaki sorulardan hangisini sorması **daha uygundur**?

- A) Yok etme yöntemini doğru kullandın mı?
- B) Denklemleri taraf tarafa toplarken hata yapmadığından emin misin?
- C) Çözüm kümesi reel sayılar mı yoksa R^2 midir?
- D) $x = 0$ ve $y = 0$ için bu denklemler sağlanıyor mu?
- E) $0 = 0$ elde ettiğin için çözümün boş küme olması gerekmez mi?

Çözüm: Öğrencinin yapmış olduğu hatayı fark etmesini sağlamanın en uygun yolu, bulunduğu çözüm kümesindeki elemanların verilen denklemleri sağlayıp sağlamadığını sormaktır. Buna göre, " **$x = 0$ ve $y = 0$ için bu denklemler sağlanıyor mu?**" sorusu cevabını yeniden gözden geçirmesini sağlayacaktır.

Cevap D

49.



Şekildeki olasılık makinesinde üstten atılan bir topun engellere çarptıktan sonra engelin sağından gitme olasılığı ile solundan gitme olasılığı birbirine eşittir.

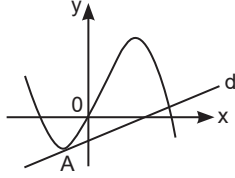
Bu makineyi matematik dersinde kullanmak isteyen bir öğretmenin amacı aşağıdakilerden hangisi olamaz?

- A) Topun verilen bir yolu takip etme olasılığının kaç olduğunu göstermek
- B) Eş olasılı örneklem uzayında gerçekleşen olayların olasılığını göstermek
- C) Deneysel olasılık ile teorik olasılık değeri arasındaki ilişkiyi fark ettirmek
- D) Olasılık değerleri ile Pascal üçgeni arasındaki ilişkiyi fark ettirmek
- E) Her bir çıktının eş olasılı olmadığı durumlarda öznel olasılığın kullanılacağını göstermek

Çözüm: Soruda verilen ve genellikle eş olasılı örneklem uzayında gerçekleşen olayların olasılığını modelleme amaçlı kullanılan olasılık ders materyalini kullanmak isteyen bir öğretmenin amacı "**Her bir çıktının eş olasılı olmadığı durumlarda öznel olasılığın kullanılacağını göstermek**" olamaz.

Cevap E

50. Türevin geometrik anlamını öğrencilerine bilgisayar destekli bir ortamda anlatan bir öğretmen, bilgisayarda aşağıdaki gibi bir eğri ve bu eğrinin A noktasındaki teğetini çizer.



Ancak öğrencilerden biri teğetin eğriyi sadece değme noktasında kesmesi gerektiğini belirterek d doğrusunun bir teğet doğrusu olmadığını iddia eder.

Buna göre, öğrencinin bu düşüncesinin nedeni aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) Bir eğrinin bir noktasındaki sağdan ve soldan teğetlerinin farklı olamayacağını düşünmektedir.
- B) Bir doğrunun bir çembere teğet olma durumunun diğer eğriler için de geçerli olduğunu düşünmektedir.
- C) Bazı eğrilerde bir noktada birden fazla teğet çizilemeyeceğini düşünmektedir.
- D) İkinci türevin geometrik anlamını yanlış yorumlamaktadır.
- E) Öğrenci doğru düşünmektedir, çünkü bilgisayar teğeti yanlış çizmiştir.

Çözüm: Teğetin eğriyi sadece değme noktasında kesmesi gerektiğini belirten öğrenci ya "eğri" kavramını sadece "çember" kavramı ile sınırlandırmış ya da çemberdeki bazı özellikleri tüm eğrilere genellemiştir. Buna göre öğrenci, **"Bir doğrunun bir çembere teğet olma durumunun diğer eğriler için de geçerli olduğunu düşünmektedir."**

Cevap B