1. $\dfrac{50!+70!}{12m} \in \mathbb{Z} \Rightarrow 3^m \mid (50!+70!)$ ve $2^{2m} \mid (50!+70!)$ olmalıdır.

$50!+70! = 50!(1+51\cdot 52\cdot \ldots \cdot 70)$ olduğundan $3^m \mid 50!$ ve $2^{2m} \mid 50!$ olmalıdır.

$$\begin{array}{l|l} 50 & 3 \\ \hline & 16 \;|\; 3 \\ & \quad 5 \;|\; 3 \\ & \qquad 1 \end{array} \Rightarrow 3^{22} \mid 50! \text{ ve } 3^{23} \nmid 50!$$

$$\begin{array}{l|l} 50 & 2 \\ \hline & 25 \;|\; 2 \\ & \quad 12 \;|\; 2 \\ & \qquad 6 \;|\; 2 \\ & \qquad\quad 3 \;|\; 2 \\ & \qquad\qquad 1 \end{array} \Rightarrow 2^{2\cdot 23} \mid 50! \text{ ve } 2^{2\cdot 24} \nmid 50!$$

$\max(m) = \min(22,23) \Rightarrow \max(m) = 22$ olur. ♦

Cevap B

2. Önermelerden bir tanesi yanlışsa B nin veya D nin önermesi yanlıştır. O halde E nin önermesi doğrudur. Yani B nin önermesi doğrudur. O halde bankayı E soydu. ♦

Cevap E

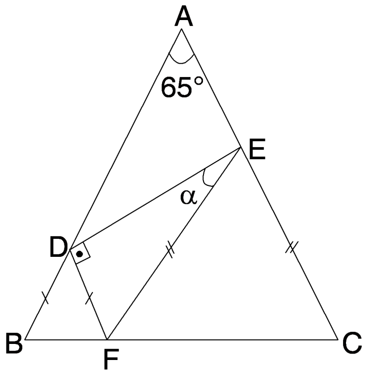
3. İfadenin tanımsız olması için;

$x = 0,\ 1 - \dfrac{1}{x} = 0$ ve $2 - \dfrac{3}{1-\dfrac{1}{x}} = 0$ olma durumları vardır.

Bu eşitliklerden gelen x değerleri 0, 1, -2 dir.
O halde toplam -1 dir. ♦

Cevap A

4.



$m(\widehat{ABC}) = B$ ve $m(\widehat{ACB}) = C$ olsun.

$m(\widehat{DFB}) = B$ ve $m(\widehat{EFC}) = C$ olur.

B, F, C noktaları doğrusal olduğundan

$m(\widehat{DFE}) = 180 - (B + C)$ olur.

$m(\widehat{A}) = 65$ olduğundan $m(\widehat{DFE}) = 65$ olur.

O halde $\alpha = 180 - (90 + 65) = 25$ tir. ♦

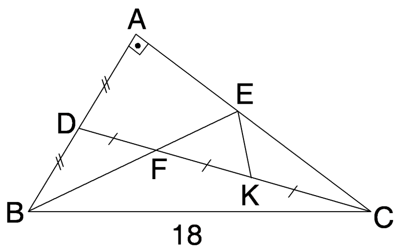
Cevap B

5. $44 < \sqrt{1983} < 45$ tir. Buradan $44 < \sqrt{1983 + \sqrt{1983}}$ bulunur.

$(45,25)^2 \cong 2047 > 1983 + 45$ olduğundan $\sqrt{1983 + \sqrt{1983}}$ sayısı 45 e daha yakındır. ♦

Cevap D

6.



[CD] kenarotay ve $\dfrac{|DF|}{|FC|} = \dfrac{1}{2}$ olduğundan F noktası ağırlık merkezidir.

A noktasından kenarortay çizersek F noktasından geçer.

$m(\widehat{A}) = 90°$ olduğundan bu kenarortayın uzunluğu 9 br olur. (Çünkü muhteşem üçlü oluşur.)

F ağırlık merkezi olduğundan $|AF| = 6$ br olur.

[BE] F noktasından geçtiği için E noktası orta noktadır. O halde [AF] // [EK] olur.

Benzerlik oranı $\dfrac{1}{2}$ olduğundan $|EK| = 3$ br olur. ♦

Cevap A

7. Saatte 1 dk geri kalan saatimiz 60 saatte 1 saat geri kalmış olur.
12.60 saatte ise doğruyu gösterir.

Saatte 1,5 dk geri kalan saatimiz 40 saatte 1 saat geri kalmış olur.
12.40 saatte ise doğruyu gösterir.

12.60 saat = 30 gün
12.40 saat = 20 gün

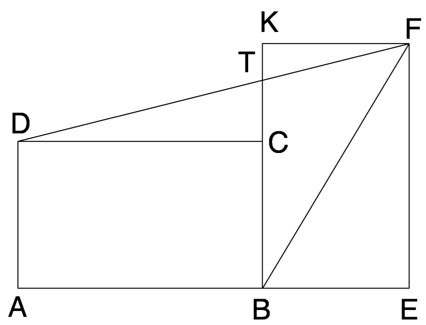
okek (30, 20) = 60 olduğundan ilk defa aynı anda 60 gün sonra doğruyu gösterirler. ♦

Cevap D

8. 10 tane farklı kitabı 10! şekilde bir sıraya dizebiliriz.
Bu dizilimlerin herbirinde son 5 kitabı alt rafa, ilk 5 kitabı üst rafa koyarsak soruda istenen tüm dizilimleri saymış oluruz. Yani cevabımız 10! olur. ♦

Cevap B

9.



BD köşegeni çizersek,

dikdörtgenler eş olduğu için $\widehat{DBF}$ ikizkenar olmuş olur.

(|DB| = |BF|)

Aynı zamanda $\widehat{BAD}$ ile $\widehat{BEF}$ eş üçgenler olacağından

$m(\widehat{DBF}) = 90°$ olur.

O halde $m(\widehat{DFB}) = m(\widehat{BDF}) = 45$ olur.

$m(\widehat{BFE}) = 12°$ ise $m(\widehat{FBT}) = 12$ olur.

$m(\widehat{TBF}) + m(\widehat{BFT}) = m(\widehat{DTC})$ olacağından $m(\widehat{DTC}) = 45° + 12° = 57°$ olur. ♦

Cevap D

10. $\frac{1}{k}+\frac{2}{k}+...+\frac{k-1}{k}=\frac{1}{k}\cdot\left(\frac{(k-1)\cdot k}{2}\right)=\frac{k-1}{2}$ olduğundan sorudaki ifade

$\frac{1}{2}+\frac{2}{2}+\frac{3}{2}+...+\frac{99}{2}$ ye döner.

Bu toplam da $\frac{99\cdot 100}{4}=2475$ olur ♦

Cevap A

11. A bitkisinin başlangıçtaki alanı a ise 3. günün sonunda 27a olur.

B ise $64\cdot b$ olur.

O halde $27a + 64b = 219a$ olur.

Buradan $\frac{b}{a}=3$ bulunur. ♦

Cevap C

12. İlk 3 denemede hiçbir anahtarın hiçbir kasayı açmama ihtimali vardır. Çünkü 3 denemede bir anahtar en fazla 3 kasaya girebilir.

Fatih ilk 3 denemede herbir anahtarı farklı 3 kasaya denerse 4. denemede; açmış olan varsa o kasaya, açmamış olanları ise denemediği 4. kasaya sokarsa tüm kasalar kesinlikle açılmış olur. ♦

Cevap B

13. $\sqrt{x+4-6\sqrt{x-5}}+\sqrt{x+20-10\sqrt{x-5}}=2$ ise

$\sqrt{x+4-2\sqrt{9\cdot(x-5)}}+\sqrt{x+20-2\sqrt{25\cdot(x-5)}}$ ise

$\left|3-\sqrt{x-5}\right|+\left|5-\sqrt{x-5}\right|=2$ olur.

$x<14$ ise $8-2\sqrt{x-5}=2$ ise $9=x-5$ ise $x=14$ olur. Çelişki.

$x>30$ ise $2\sqrt{x-5}-8=2$ ise $x-5=25$ ise $x=30$ olur. Çelişki.

$14\leq x\leq 30$ ise $\sqrt{x-5}-3+5-\sqrt{x-5}=2$ ise $2=2$ olur.

Yani bu aralıktaki tüm x tam sayıları sağlar. Bunların toplamı 374 tür. ♦

Cevap C

14. $a+2b+3c=70$ ise $2a+4b+6c=140$ olur.

$2a+3b+5c=x$ dersek $x-140=-b-c$ olur.

x in en büyük değerini alması $(b+c)$ nin en küçük değerini almasıyla olur.

Birbirinden farklı pozitif tam sayılar olduğundan $\min(b+c)=1+2=3$ olur.

Buradan $\max(x)=140-3=137$ olur. ♦

Cevap D

15. Sağdan 1. basamağı "0" olan 10^5-1 tane sayı vardır.

2. basamağı "0" olan sayıları sayarken ilk 4 basamağın tamamının "0" olmaması lazım.

O halde bunların sayısı $(10^4-1)\cdot 10$ dur.

3. basamağı "0" olan sayıları sayarken de ilk 3 basamağın tamamının "0" olmaması lazım.

O halde bunların sayısı $(10^3-1)\cdot 10^2$ dir.

Aynı şekilde 4. basamağı "0" olanların sayısı $(10^2-1)\cdot 10^3$ dür.

5. basamak için $(10-1)\cdot 10^4$ ve 6. basamak için durum yoktur.

O halde $5\cdot 10^5-11111=488889$ olur. ♦

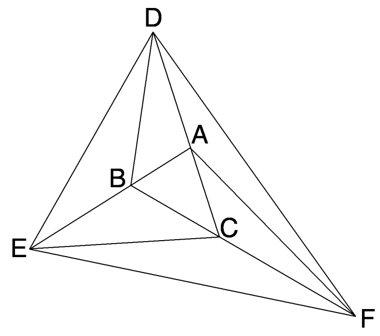
Cevap C

16. $|BC| = a$, $|AC| = b$, $|AB| = c$ olsun.

$|AD| = a$, $|BE| = b$, $|CF| = 2c$ olur.

$A(\overset{\triangle}{ABC}) = S$ olsun.

$A(\overset{\triangle}{BDE}) = 18$ ise $A(\overset{\triangle}{BDA}) = 18 \cdot \frac{c}{b}$



O halde $S=18 \cdot \frac{c}{b} \cdot \frac{b}{a} = 18 \cdot \frac{c}{a}$ olur.

Diğer taraftan da bakıldığında $S=16 \cdot \frac{b}{2c}$ ve $S=24 \cdot \frac{a}{2b}$ olur.

O halde O halde $S^3 = 18 \cdot 8 \cdot 12 \cdot \frac{c}{a} \cdot \frac{b}{c} \cdot \frac{a}{b} = 2^6 \cdot 3^2$ ise $S = 12$ olur. ♦

Cevap C

17. Ahmet'in şıklardaki sayılara ulaşması için kaç adım geriye gitmeli olduğunu bulmalıyız. Bunun için sayıların 7 modülündeki değerlerine bakmalıyız.

$1937 \equiv 5$, $1949 \equiv 3$, $1983 \equiv 2$, $1992 \equiv 4$, $1995 \equiv 0 \pmod 7$

O halde 1937 de bekleyebilmesi için $6 \cdot 5$ adım geriye gitmeli yani 1997 adım atmalı.

1949 için $5 \cdot 5$ adım geriye gitmeli yaeni 1999 adım atmalı

1983 için 5 adım geriye gitmeli yani 1993 adım atmalı

1992 için $2 \cdot 5$ adım geriye gitmeli yani 2012 adım atmalı

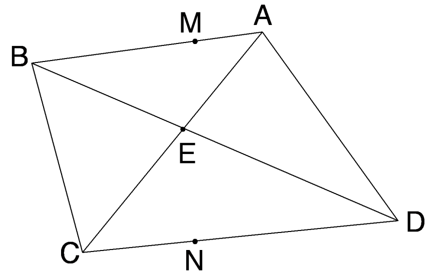
1995 için geriye gitmesine gerek yok.

1995 adım atmalı

O halde en az 1983. basamak için adım atacak. ♦

Cevap C

18.



M den [BD] ye paralel çekelim.

[AD] yi K noktasında kessin.

Benzerlikten dolayı |DK| = 2 |AK| olur.

K ile N yi birleştirirsek $\frac{|DN|}{|DC|} = \frac{|DK|}{|AD|} = \frac{2}{3}$ olduğundan

KN // AC olur.

Benzerlik oranlarını yazarsak |MK| = |KN| = 10 olur.

AC // KN ve BD // MK olduğundan $m(\widehat{MKN}) = m(\widehat{AED}) = 60$ olur.

M ve N noktalarını birleştirirsek eşkenar üçgen oluşur. |MN| = 10 olur.♦

Cevap D

19. $x = (...21)_3$ ise $x \equiv 7 \pmod 9$

$x = (...32)_4$ ise $x \equiv 14 \pmod{16}$

$x = (...5)_7$ ise $x \equiv 5 \pmod 7$ olur.

O halde $7 \cdot 9 \cdot 16 \mid (x + 2)$ olmalı.

En küçük x i bulmak için $x + 2 = 1008$ olmalıdır.

$x = 1006$ ise cevabımız 7 dir. ♦

Cevap A

20. 100 hamle sonunda:

<u>2009 pay kısmında ise;</u>

i) Pozitif ise $2009 \cdot (3^{100}, 3^{98}, \ldots, 3^{-98})$ durumları gelir.

ii) Negatif ise $2009 \cdot (3^{99}, 3^{97}, \ldots, 3^{-97})$ durumları gelir.

<u>2009 paydada ise</u> ;

i) Pozitif ise $\frac{1}{2009} \cdot (3^{99}, 3^{97}, \ldots, 3^{-99})$ durumları gelir.

i) Negatif ise $-\frac{1}{2009} \cdot (3^{98}, 3^{96}, \ldots, 3^{-98})$ durumları gelir.

Toplamda 100 +99 + 100 + 99 = 398 durum gelir.♦

Cevap B

21. $2a^2 - ab + 3a = c$ ise $a(2a - b + 3) = c$ olur.

c sayısı asal ve $a > 1$ olduğu için $c = a$ ve $2a - b + 3 = 1$ olur.

$2a + 2 = b$ ve $c = a$ olduğundan min (b) değeri için a = en küçük tek asal olarak seçilmeli.

O halde $\min(b) = 8$ olur. ♦

Cevap E

22. Paydaları eşitlersek

$$\frac{2\sqrt{7-\sqrt{x}} + 2\sqrt{7+\sqrt{x}}}{\sqrt{49 - x}} = 3\sqrt{2} \quad \text{olur.}$$

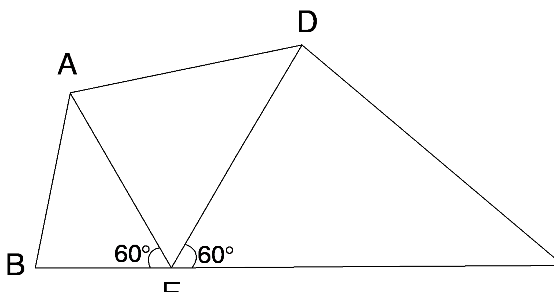
Her iki tarafın karesini alalım.

$\dfrac{56 + 8\sqrt{49-x}}{49-x} = 18$ olur. $\sqrt{49-x} = a$ dersek $9a^2 - 4a - 28 = 0$ ise $(9a + 14)(a - 2) = 0$ olur.

a sayısı negatif olamaycağından $a=2$ yani $x = 45$ olur ♦

Cevap D

23.



Köşegenler T noktasında kesişsin.

$m(\widehat{AEB}) = m(\widehat{DEC}) = 60$ ise

$m(\widehat{AED}) = 60$ olur.

$\dfrac{|BE|}{|AE|} = \dfrac{|ED|}{|EC|} = \dfrac{2}{3}$ ve

$m(\widehat{BED}) = m(\widehat{AEC}) = 120$ olduğundan

(KAK benzereliğinden)

BED ve AEC üçgenleri benzerdir ve benzerlik oranı $\dfrac{2}{3}$ tür.

O halde $|AC| = |BD| \cdot \dfrac{2}{3}$ ise $|AC| = 18$ bulunur.

Benzerlikten dolayı $m(\widehat{DBE}) = m(\widehat{EAC})$ olduğundan BETC dörtgeni kirişler dörtgenidir.

$m(\widehat{BEA}) = 60^\circ$ ise $m(\widehat{ATB}) = 60^\circ$ dir, çünkü aynı yayı görüyorlar.

O halde dörtgenin alanı $\dfrac{12 \cdot 18 \cdot \sin 60}{2} = 54\sqrt{3}$ tür. ♦

Cevap E

24. 9 modülünde ilk basamak a, ikinci basamaka b ise basamaklar 9 modülünde şöyledir:

(a) (b) (b - a) (-a) (-b) (a - b)(a)

i) $a, b \neq 0$ ve $a \neq b$ ise a için 8, b için 7 durum vardır. Diğerleri tek türlü bellidir. 56 durum.

İi) $a, b \neq 0$ ve $a = b$ ise a için 8, (b - a) için 2, (a - b) için 2 durum vardır. Diğer tek türlü bellidir. 32 durum.

iii) $a \neq 0$ ve $b = 0$ ise a için 8, b için 2, (-b) için 2 durum vardır. Diğerleri tek türlü bellidir. 32 durum.

İV) $a = 0$ ve $b \neq 0$ ise birinci a için 1, b için 8, (-a) ve ikinci (a) için 2 şer durum vardır. Diğerleri tek türlü bellidir. 32 durum

V) $a = b = 0$ ise birinci a için 1, diğerleri için 2 şer durum vardır. 64 durum.

Toplam durum sayısı $56 + 32 \cdot 3 + 64 = 216$ dır. ♦

Cevap D

25. Genelliği bozmadan $a \geq b \geq c \geq d \geq e$ olsun.

$5a \geq a \cdot b \cdot c \cdot d \cdot e$ olur. Buradan $5 \geq b \cdot c \cdot d \cdot e$ olur.

	b	**c**	**d**	**e**	
i)	5	1	1	1	ise $5a = a + 8$ ise $a = 2 < b$ çelişki
İi)	4	1	1	1	ise $4a = a + 7$ ise $a \notin Z$ çelişki
iii)	3	1	1	1	ise $3a = a + 6$ ise $a = 3$ (3, 3, 1, 1, 1)
İV)	2	1	1	1	ise $2a = a + 5$ ise $a = 5$ (5, 2, 1, 1, 1)
V)	1	1	1	1	ise $a = a + 4$ ise $0 = 4$ çelişki
VI)	2	2	1	1	ise $4a = a + 6$ ise $a = 2$ (2, 2, 2, 1, 1)

Bulunan durumların tüm permütasyonları da sağlar

Yani $\dfrac{5!}{3! \cdot 2!} + \dfrac{5!}{3!} + \dfrac{5!}{3! \cdot 2!} = 40$ tane sıralı beşli vardır.. ♦

Cevap C

26. Adamın hızı V, akıntının hızı V_a olsun.

Adamın 2 km yol aldıktan sonra M ye ulaşma süresi ile şapkanın düştükten sonra M ye ulaşma süresi aynıdır.

Adamın 10 dakikada aldığı mesafe $10.(V - V_a)$ dır.

O halde $\frac{2+10(v - v_a)}{v+v_a} = \frac{2}{v_a}$ denklemini kurabiliriz.

$\frac{10v + 10v_a + 2 + 10v - 10v_a}{v + v_a} = \frac{2}{v_a}$ ise $20V.V_a + 2V_a = 2V + 2V_a$ ise $V_a = \frac{1}{10}$ km/dk bulunur.

O halde 6 km/sa olur. ♦

Cevap A

27. Genel strateji şudur: $\frac{N}{18}$ ile $\frac{N}{9}$ arasına sokan oyuncu kazanır.

Buradan $\frac{N}{18^2}$ ile $\frac{N}{9 \cdot 18}$ arasına sokan kazanır .....

O halde N = 1000 için [56, 111] aralığına sokan kazanır.

Yani [4, 6] aralığına sokan kazanır. Yani Yunus kazanır.

N = 2000 için [112, 222] aralığına sokan kazanır. Yani [6, 12] aralığına sokan kazanır. Yani Yunus Kazanır.

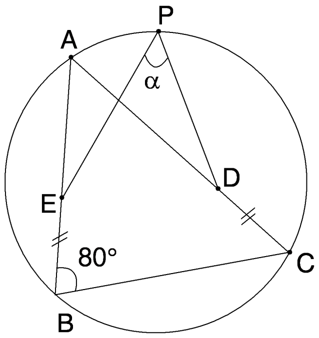
N = 3000 için [167, 333] aralığına sokan kazanır. Yani [10, 18] aralığına sokan kazanır. Yani Hasan kazanır.

N = 4000 için [223, 444] aralığına sokan kazanır. Yani [13, 24] aralığına sokan kazanır. Yani Hasan kazanır.

N = 5000 için [278, 555] aralığına sokan kazanır. Yani [16, 30] aralığına sokan kazanır. Yani Hasan kazanır. ♦

Cevap B

28.



P noktası ile B ve C noktalarını birleştirirsek P orta nokta olduğundan |PB| = |PC| olur.

$m(\widehat{PBE}) = m(\widehat{PCD})$ olur.

Çünkü ikisi de AP yayını görüyorlar.

O halde $\widehat{EBP} \sim \widehat{DCP}$ olur. (KAK benzerliği)

O halde $m(\widehat{EBP}) + m(\widehat{EPB}) = m(\widehat{PCD}) + m(\widehat{DPC})$ olduğundan $m(\widehat{AEP}) = m(\widehat{ADP})$ olur.

O halde A, P, D, E noktaları çemberseldir.

O halde $\widehat{EAD}$ ve $\widehat{EPD}$ aynı yayı gördüklerinden ölçüleri birbirine eşittir.

O halde $m(\widehat{EPD}) = 50°$ dir. ♦

Cevap A

29. $a^2 > 1$ ise

$(2a^2 - 2)^2 = 4a^4 - 8a^2 + 4$ ve $(2a^4 - 1)^2 = 4a^4 - 4a^2 + 1$ olduğundan

$(2a^2 - 2)^2 < n^2 < (2a^2 - 1)^2$ olur.

İki tamkarenin arasında tamkare olamayacağından çözüm gelmez.

$a^2 = 1$ ise $(1, 1), (1, -1), (-1, 1), (-1, -1)$ çözümleri gelir. Yani 4 tanedir. ♦

Cevap E

30. $2a^2 + 2c^2 + 5b^2 + 2a + 2b + 2c = 2bc - 4ab - 2ac$ ise

$(a + c)^2 + (a + 2b + 1)^2 + (c - b + 1)^2 = 0$ olur.

O halde $a + c = a + 2b + 1 = c - b + 1 = 0$ olmalıdır.

Buradan $a = 3$, $b = -2$, $c = -3$ bulunur.

$a + b + c = -2$ olur. ♦

Cevap E

İKİNCİ BÖLÜMÜNÜN ÇÖZÜMLERİ

1. Herhangi bir adımda tahtadaki sayıların toplamı k ise ve t tane sayı varsa yeni eklenen sayı $\frac{k}{t}$ olacaktır.

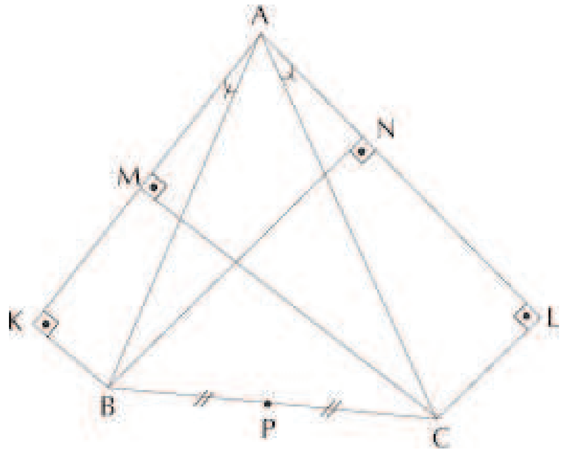
Yeni sayı eklendikten sonra tahtadaki sayıların toplamı $k+\frac{k}{t}=\frac{k(k+1)}{t}$ olur.

$t+1$ sayı olduğundan $\frac{k\cdot(k+1)}{t\cdot(k+1)}=\frac{k}{t}$ aritmetik ortalamanın değişmediği görülür.

1983 hamle sonunda tahtada $2\cdot 1983$ tane sayı yazılı olacaktır.

Başlangıçta aritmetik ortalama $\frac{2009}{1983}$ olduğundan son durumda tahtadaki sayıların toplamı $\frac{2009}{1983}\cdot 2\cdot 1983=4018$ olacaktır. ♦

2.



$m(\widehat{KAB}) = m(\widehat{CAL}) = \alpha$ olsun.

C noktasından [AK] ya B noktasından [AL] ye dikler indirelim. Sırasıyla ayakları M ve N olsun. ilk olarak M, K, L, N noktalarının çembersel olduklarını gösterelim.

K ve N noktalarını birleştirirsek K, A, N, B çembersel olduğundan $m(\widehat{KNB}) = \alpha$ olur.

Aynı şekilde, M ve L noktalarını birleştirirsek M, C, L, A noktaları çembersel olduğundan $m(\widehat{CML}) = \alpha$ olur.

O halde $m(\widehat{KML}) = 90 + \alpha$ ve $m(\widehat{KNL}) = 90 + \alpha$ olduğu görülür.

İki açı da [KL] iy gördüğü için K, M, N, L noktaları çemberseldir.

P noktasından [KM] ve [NL] na dikler indirirsek P noktası orta nokta olduğundan dikmelerin ayakları sırasıyla [KM] ve [NL] nı iki eşit parçaya ayırır.

[KM] ve [NL] KMNL kirişler dörtgeninde birer kiriş oldukları için orta dikmelerinin kesişim noktası merkezdir.

O halde P noktası KMLN kirişler dörtgeninin çevrel çemberinin merkezidir.

K ve L noktaları çember üzerinde olduğundan $|PK| = |PL|$ olur. ♦

3. $\sqrt{a^2+ab+b^2} \geq \frac{\sqrt{3}}{2}(a+b)$ olduğunu gösterelim.

Her iki tarafın karesini alırsak

$a^2+ab+b^2 \overset{?}{\geq} \frac{3}{4}(a^2+2ab+b^2)$ ise $4a^2+4ab+4b^2 \overset{?}{\geq} 3a^2+6ab+3b^2$

ise $a^2-2ab+b^2 \overset{?}{\geq} 0$ ise $(a-b)^2 \overset{?}{\geq} 0$ bu da doğrudur

sırasıyla $b=1$ ve $a=1$ koyarsak

$\sqrt{a^2+a+1} \geq \frac{\sqrt{3}}{2}(a+1)$ ve $\sqrt{b^2+b+1} \geq \frac{\sqrt{3}}{2}(b+1)$ elde ederiz.

Üç eşitsizliği taraf tarafa toplarsak:

$\sqrt{a^2+a+1}+\sqrt{b^2+b+1}+\sqrt{a^2+ab+b^2} \geq \sqrt{3}\,(a+b+1)$ elde ederiz. ♦