



XVIII. ULUSAL ANTALYA
MATEMATİK OLİMPİYATI
İKİNCİ AŞAMA SINAV SORULARI



LİSE 1

11 Mayıs 2013

LİSE 1

1. $k = 1, 2, 3, \dots, 99, 100$ için $a_k = \frac{1}{k} \cdot 100!$ olsun.

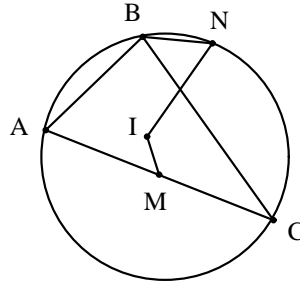
$$A = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{99} + a_{100}$$

sayısının 101'e tam bölündüğünü gösteriniz.

2. 17 tane rasyonel sayının herhangi 16 tanesini, herbiri 8 sayıdan oluşan ve toplamları eşit olan iki gruba ayırmak mümkünse, bu rasyonel sayıların hepsinin birbirine eşit olduğunu gösteriniz.

3. $x(1+x) + y(1+y) = xy + 2$ denkleminin tamsayılarda tüm çözümlerini bulunuz.

4. Bir ABC üçgeninde $|AB| < |BC|$ olsun. İç teğet çemberin merkezi I ile, AC kenarının orta noktası M ile ve çevrel çemberin ABC yayının orta noktası da N ile gösterilsin. $\widehat{IMA} = \widehat{INB}$ olduğunu kanıtlayınız.



5. x, y ve z reel sayıları, $x \leq y \leq z$ ve $xz + (x+z)y = 10$ bağıntılarını sağlasın. O halde,

a) $(x+z)y > 5$ eşitsizliğinin sağlandığını kanıtlayınız;

b) Yukarıdaki bağıntıları sağlayan x, y, z sayıları içinde, $(x+z)y < 5,001$ eşitsizliğini sağlayan sonsuz çoklukta sayı bulunduğunu gösteriniz.

NOT : i) Size asıl çözümlerin olacağı 5 kağıt ve karalamaları yapacağınız 5 kağıt verilmiştir. Karalamalar sizde kalacaktır. Lütfen, asıl çözümü yapacağınız kağıtların üzerine adınızı, soyadınızı ve sınıfınızı yazınız.

ii) Asıl çözümlerinizi anlaşılır ve açıklayıcı bir biçimde yazınız. Bir kağıtta, 1'den fazla çözüm yapmayınız. Ek kağıt isteyebilirsiniz.

iii) Sınav süresi 3.5 saattir.

BAŞARILAR