22. $n^4+2n^3-20n^2+2n-21$ sayısı, $0 \leq n < 2013$ koşulunu sağlayan kaç n tam sayısı için, 2013 ile bölünür?

a) 6 b) 8 c) 12 d) 16 e) Hiçbiri

Çözüm: $n^4+2n^3-20n^2+2n-21=(n^2+1)(n^2+2n-21)$

2013=3.11.61 olduğundan ifade 2013'e bölünmesi için 3'e, 11'e ,61'e bölünmelidir. 3 için bakalım:

$(n^2+1)(n^2+2n-21)=0(mod\ 3)$ (n^2+1) ***3'e bölünmez.***
$(n^2+2n-21)=0\ (mod\ 3)$ ***olmalı.***

$(n+1)^2-22=(n+1)^2-1=0\ (mod\ 3)$

$n+1=1\ (mod\ 3), n+1=2\ (mod\ 3)$ $n=3k, 3k+1$ ***11 için:***

11=3 $(mod\ 4)$ ***olduğundan*** $(n^2+1)=0\ (mod\ 11)$ ***denkliğinin çözümü yoktur.***

$(n+1)^2-22=(n+1)^2=0\ (mod\ 11)$ $n=11t+10$ ***61 için:***

$n^2+1=0\ (mod\ 61)$ $n=11\ için\ 121+1=0\ (mod\ 61)$ ***o zaman***
$n=11\ ve\ n=50\ bir\ (mod\ 61)'de\ çözümdür.$

$(n+1)^2-22=0\ (mod\ 61)$ $(n+1)^2=22\ (mod\ 61)$

$n+1=12\ için\ (n+1)^2=144=22\ (mod\ 61)$ ***olduğundan***

$n+1=12\ ve\ n+1=49$ ***buradan da*** $n=11\ ve\ n=48\ bulunur.$

$n=61m+11, 61m+48, 61m+50$

Modülo 2013'te toplam 2.1.3= 6 tane çözüm vardır