

31. Gerçel sayılardan oluşan $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ dizisi her $n \geq 3$ için,

$$a_n = (n - 1) a_1 + (n - 2) a_2 + \cdots + 2 a_{n-2} + a_{n-1}$$

eşitliğini sağlamaktadır. $a_{2011} = 2011$ ve $a_{2012} = 2012$ ise, a_{2013} nedir?

- a) 6025 b) 5555 c) 4025 d) 3456 e) 2013

Çözüm: n yerine $n+1$ yazarsak

$$a_{n+1} = n a_1 + (n - 1) a_2 + \dots + a_n$$

$$a_n = (n - 1) a_1 + (n - 2) a_2 + \dots + a_{n-1} \quad \text{iki ifadeyi çıkarırsak}$$

$$a_{n+1} - a_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n \quad (1) \quad \text{bu ifadede } n+1 \text{ yazarsak}$$

$$a_{n+2} - a_{n+1} = a_1 + a_2 + \cdots + a_{n+1} \quad \text{bu ifadeden (1)i çıkarırsak}$$

$$a_{n+2} - 2a_{n+1} + a_n = a_{n+1}$$

$$a_{n+2} = 3a_{n+1} - a_n$$

$$a_{2013} = 3 \cdot a_{2012} - a_{2011} = 6036 - 2011 = 4025$$
