

32. Yalnızca 1, 2, 3 rakamları kullanılarak, ilk ve son basamaklarında aynı rakam yer alan ve herhangi ardışık iki basamağında aynı rakam yer almayan kaç farklı 10 basamaklı pozitif tam sayı yazılabilir?

- a) 768 b) 642 c) 564 d) 510 e) 456

Çözüm: Toplamda üç durum vardır. Sayı 1 ile başlar 1'le biter 2 ile başlar 2'le biter 3 ile başlar 3'le biter. Üç durumun sayısı aynıdır. Ondan biz sadece 1 ile başlayıp 1 ile biten 10 basamaklı sayıların sayısını bulalım sonra 3 ile çarpalım.

İlk önce n basamaklı 1 ile başlayıp 1 ile biten ardışık basamakları aynı olmayan sayıların sayısını A_n

2 ile başlayıp 1 ile biten ardışık eleman içermeyen sayıların sayısını B_n

3 ile başlayıp 1 ile biten ardışık eleman içermeyen sayıların sayısını C_n ile gösterelim.

Sayı 1 ile başlarsa ikinci basamağı 2 ya da 3'tür. Yani

$$A_n = B_{n-1} + C_{n-1} \text{ olur. Aynı şekilde}$$

$$B_n = A_{n-1} + C_{n-1}$$

$$C_n = A_{n-1} + B_{n-1} \text{ olur}$$

$$A_1 = 1 \quad A_2 = 0 \quad A_3 = 2 \quad A_4 = 2 \quad A_5 = 6 \quad A_6 = 10 \quad A_7 = 22 \quad A_8 = 42$$

$$B_1 = 0 \quad B_2 = 1 \quad B_3 = 1 \quad B_4 = 3 \quad B_5 = 5 \quad B_6 = 11 \quad B_7 = 21 \quad B_8 = 43$$

$$C_1 = 0 \quad C_2 = 1 \quad C_3 = 1 \quad C_4 = 3 \quad C_5 = 5 \quad C_6 = 11 \quad C_7 = 21 \quad C_8 = 43$$

$$B_9 = C_9 = 85 \quad A_{10} = 170 \text{ bulunur. Cevap } 170 \cdot 3 = 510$$
