

1993 UMO

1.

Köşegenleri dik kesişen bir dörtgende köşegenlerin uzunlukları toplamı 12 ise bu dörtgenin alanı en çok kaç olabilir?

- A) 18 B) 32 C) 16 D) 24 E) 36

2.

Bir ABC üçgeninde AB kenarı üstünde alınan (A ve B den farklı) n değişik nokta ile C yi, BC kenarı üstünde alınan (B ve C den farklı) k değişik nokta ile de A yi birleştiren doğru parçaları ABC üçgenini toplam kaç bölgeye ayırır?

- A) nk B) n+1+kn C) (n+1)(k+1)  
D) (n+1)k E) (k+1)n

3.

$13! + 1 < p \leq 13! + 13$  koşulunu sağlayan kaç p asal sayısı vardır?

- A) 5 B) 0 C) 3 D) 1 E) 2

4.

n tamsayısının aşağıdaki değerlerinden hangisi için  $2^{10} + 2^{13} + 2^n$  bir tam kareye eşit olur?

- A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

5.

Eğer nüfus t=0 dan t=1 e kadar % i, t=1 den t=2 ye kadar % j oranında artmışsa t=0 dan t=2 ye kadarki nüfus artış oranı kaçtır?

- A) i+j B) ij C)  $i+j + \frac{ij}{100}$   
D) i+i.j E)  $i+j + \frac{i+j}{100}$

6.

Aşağıdaki "ispat"ta hangi adım hatalıdır?

TEOREM:  $1/2$  sayısının karakökü yoktur.

İSPAT:  $x = \sqrt{1/2}$  olduğunu varsayalım. O zaman

$$\begin{aligned} 2x^2 &= 1 && \text{i} \\ \Rightarrow 2x^2 + 1 &= 4 - 4x^2 && \text{ii} \\ \Rightarrow x^4 + 2x^2 + 1 &= x^4 + 4 - 4x^2 && \text{iii} \\ \Rightarrow (x^2 + 1)^2 &= (x^2 - 2)^2 && \text{iv} \\ \Rightarrow x^2 + 1 &= x^2 - 2 && \text{v} \\ \Rightarrow 1 &= -2 \text{ (çelişki)} && \text{vi} \end{aligned}$$

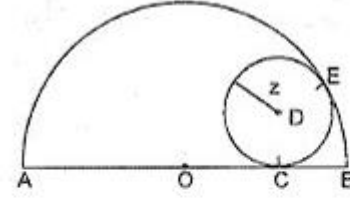
- A) i  $\Rightarrow$  ii B) ii  $\Rightarrow$  iii C) iii  $\Rightarrow$  iv  
D) iv  $\Rightarrow$  v E) v  $\Rightarrow$  vi

7.

1, 2, 3, 4 rakamlarının permütasyonu ile elde edilen 4 rakamlı sayıların tümünün toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 66660 B) 66000 C) 66600  
D) 60000 E) 66666

8.



Şekilde D merkezli, z yarıçaplı çember AB doğrusuna ve O merkezli [AB] çaplı çembere teğettir.  $|AC|=x$ ,  $|CB|=y$  ise,

x, y, z arasında hangi bağıntı vardır?

- A)  $2z^2=xy$  B)  $zx+zy=xy$  C)  $2z^2=x^2+y^2$   
D)  $zx+xy=zy$  E)  $x^2=y^2+z^2$

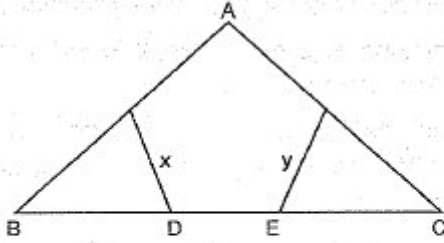
9.

$$\begin{aligned} xz - yt &= 1 \\ xt + 4yz &= 3 \end{aligned}$$

denklem çiftinin x, y, z, t negatif olmayan tamsayılar olmak üzere kaç tane (x, y, z, t) çözümü vardır?

- A) 4 B) 2 C) 1 D) 0 E) 3

10.



Şekilde ABC ikizkenar üçgen olup  $m(\hat{A}) = 120^\circ$  dir.  $x, y$  doğruları sırasıyla  $[AB]$  ve  $[AC]$  nin orta dikmeleri,  $x \cap [BC] = \{D\}$ ,  $y \cap [BC] = \{E\}$  ve  $|BC|=24$  olduğuna göre,  $|DE|$  kaçtır?

- A) 14    B) 6    C) 10    D) 12    E) 8

11.

$x^2 + (x+1)^2 + (x+2)^2 = y^2$  denkleminin  $x, y$  tamsayı olacak şekilde kaç tane  $(x, y)$  çözüm takımı vardır?

- A) Sonsuz    B) 12    C) 2    D) 0    E) 3

12.

7 yolcu 3 vagondan oluşan boş bir trene rasgele birer vagon seçerek binerler. Birinci vagon da tam olarak iki yolcu bulunması olasılığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\frac{224}{729}$     B)  $\frac{448}{729}$     C)  $\frac{560}{2187}$   
D)  $\frac{452}{2187}$     E)  $\frac{512}{2187}$

13.

$k > 1$  bir tamsayı ve  $k \not\equiv 9 \pmod{17}$  ise,  $2k-1$  ve  $9k+4$  tamsayılarının en büyük ortak böleni aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 7    B) 17    C)  $2k-1$   
D) 1    E) Hiçbiri

14.

$$xy + x + y = 5$$

$$x^2y + xy^2 = 6$$

denklemleri veriliyor.  $y > 1$  ise,  $x^2 + 2y^2$  aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 3    B) 6    C) 9    D) 8    E) 5

15.

Bir ABC üçgeninde A ve B köşelerinden çizilen kenarortaylar dik olarak kesişmektedir.  $|BC|=7$ ,  $|AC|=9$  olduğuna göre,  $|AB|$  aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $\sqrt{28}$     B)  $\sqrt{24}$     C)  $\sqrt{27}$   
D)  $\sqrt{25}$     E)  $\sqrt{26}$

16.

Verilen altı değişik rengi kullanarak bir kübün her yüzünü farklı bir renge boyuyoruz. Kübün istenildiği kadar ve istenen istikametlerde döndürülmesiyle biri diğerinden elde edilen iki boyamayı aynı kabul edersek, bu boyama işlemi kaç değişik biçimde yapılabilir?

- A) 6    B) 12    C) 30    D) 90    E) 180

17.

$$T_n = 1^3 + 2^3 + \dots + n^3 \text{ ve}$$

$$P_n = \frac{4T_2}{2(T_2 - T_1)} \cdot \frac{4T_3}{3(T_3 - T_2)} \cdots \frac{4T_n}{n(T_n - T_{n-1})}$$

olmak üzere,  $P_{25}$  aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 317    B) 169    C) 1993    D) 3991    E) 7

18.

101, 10101, 1010101, ...,  $\underbrace{10101\dots 01}_{100 \text{ tane } 1}$  dizisinde

kaç tane asal sayı vardır?

- A) 0    B) 49    C) 1    D) 12    E) 33

19.

İçlerinde a, b ve c nin bulunduğu 10 değişik harfin permütasyonlarından kaç tanesinde a, b ve c harflerinden ikisi yan yana gelmez?

- A)  $89 \times 8!$     B)  $4 \times 9!$     C)  $8 \times 9!$   
D)  $42 \times 8!$     E)  $84 \times 8!$

20.

$$\frac{1}{x} + \frac{2}{2x-1} \geq 1 \text{ eşitsizliğinin reel sayılarda çözüm}$$

kümesi ayrık aralıkların birleşimi olarak yazıldığında, bu aralıkların uzunlukları toplamı ne olur?

- A) Sonsuz B)  $\frac{\sqrt{17}}{4}$  C)  $\frac{\sqrt{17}}{2}$   
D)  $\frac{9}{2}$  E) 2

21.

$$x + y = t$$

$$x^2 + y^2 = 2t$$

denklemin tüm reel değerli (x, y, t) çözümleri içinde t nin alabileceği en büyük değer ne olur?

- A) 2 B) 4 C)  $1 + \sqrt{2}$   
D)  $4 + \sqrt{2}$  E) Hiçbiri

22.

Çarpanlarının sırasını da hesaba katarsak 1.000.000 sayısı üç pozitif tamsayısının çarpımı olarak kaç değişik biçimde gösterilir?

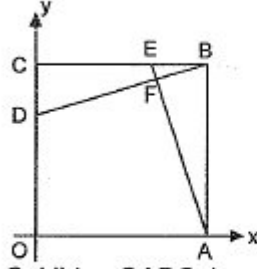
- A) 1024 B) 784 C) 756 D) 354 E) 134

23.

m ve n tamsayı olmak üzere  $m^2 + n^2 < 10001$  ise,  $3m + 4n$  nin alabileceği en büyük değer ne olur?

- A) 403 B) 480 C) 490 D) 500 E) Hiçbiri

24.

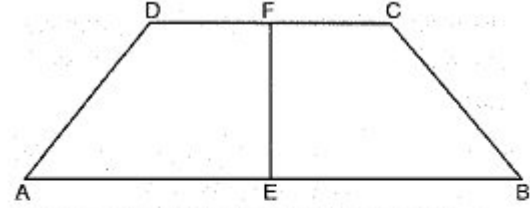


Şekilde, OABC kenar uzunluğu 2a olan kare  $D \in [OC]$ ,  $E \in [BC]$ ,  $|OD| = |EC|$ ,  $[AE] \cap [BD] = \{F\}$  dir.

Buna göre, F noktasının x, y koordinatları arasında hangi bağıntı vardır?

- A)  $(x-2a)^2 + (y-a)^2 = a^2$   
B)  $(x-a)^2 + (y-2a)^2 = 4a^2$   
C)  $(x-a)^2 + (y-a)^2 = a^2$   
D)  $x^2 + y^2 = 2a^2$   
E)  $x^2 + (y-a)^2 = 4a^2$

25.



Şekilde, ABCD ( $AB \parallel CD$ ) bir yamuk,

$$m(\hat{B}) = 48^\circ, m(\hat{D}) = 138^\circ$$

$$|AB| = 2|DC| = 4a,$$

$$|AE| = |EB|,$$

$$|DF| = |FC| \text{ olduğuna göre,}$$

$|EF|$  aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 2a B)  $\frac{3a}{2}$  C)  $\frac{2a}{3}$  D)  $\frac{a}{2}$  E) a

26.

$$x + 3y = tx$$

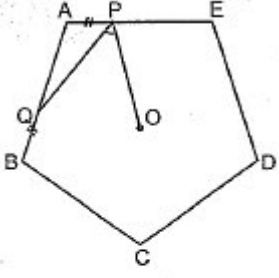
$$x - y = ty$$

$$x^2 + y^2 = t^2$$

denklemin kaç tane reel değerli (x, y, t) çözüm takımı vardır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 9

27.



Şekilde ABCDE düzgün beşgen, O noktası, bu beşgenin merkezi ve  $|PA| = |QB| = \frac{1}{3}|AE|$  dir.

Buna göre, OPQ açısı kaç derecedir?

- A) 54 B) 36 C) 72 D) 50 E) 60

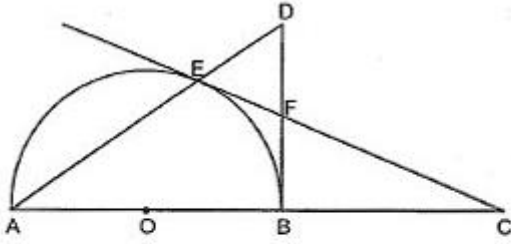
28.

$p, q$  pozitif tamsayılar ve  $p=q+2$  ise,

$p^2+q^2 \equiv x \pmod{72}$  denklemini sağlayan en küçük pozitif  $x$  tamsayısı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 2 B) 34 C) 70 D) 1 E) 4

29.



Şekilde, BD ve CE doğruları, O merkezli çemberin teğetleri,  $C \in AB$  ve  $|OA|=|BC|$  dir.  $|AB|=12$  olduğuna göre, EDF üçgeninin alanı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 12 B) 8 C)  $4\sqrt{3}$   
D) 6 E)  $3\sqrt{3}$

30.

$x^2+ax+2a=0$  denkleminin bütün kökleri tamsayı olacak şekilde seçilebilecek  $a$  reel sayılarının sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 4 B) 6 C) 0 D) 3 E) Sonsuz

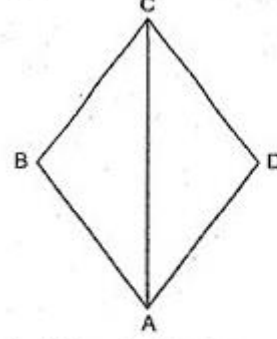
31.

$A=\{1,2,3,4\}$  kümesinin her  $a$  elemanı için,

$(f \circ f)(a)=a$  koşulunu sağlayan kaç tane  $f: A \rightarrow A$  fonksiyonu vardır?

- A) 24 B) 1 C) 9 D) 6 E) 10

32.



Şekilde çizgilerin üzerinden gitmek koşuluyla A dan başlayıp 5 noktadan geçtikten sonra C ye varan (örneğin ABCBADC) gibi kaç tane farklı yol vardır?

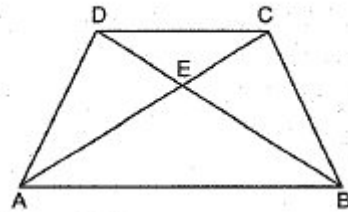
- A) 24 B) 32 C) 33 D) 81 E) 90

33.

ABC ( $m(\hat{B})=90^\circ$ ) üçgeninde [AC] kenarının orta noktası D dir. ABD ve DBC üçgenlerinin çevrel çemberlerinin yarıçapları sıra ile  $x, y$  ve ABC üçgeninin kenar uzunlukları  $a, b, c$  ise  $\frac{x}{y}$  aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $\frac{a}{b}$  B)  $\frac{\sqrt{b^2-a^2}}{a}$  C)  $\frac{c}{b}$   
D)  $\frac{\sqrt{b}}{a}$  E)  $\frac{\sqrt{b^2-a^2}}{c}$

34.



Şekilde, ABCD ( $AB \parallel CD$ ) bir yamuk, köşegenlerinin kesiştiği nokta E dir.

$\text{Alan}(ABCD)=25, \text{Alan}(AEB) - \text{Alan}(DEC)=5$

olduğuna göre,  $\text{Alan}(BEC)$  aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 7 B) 5 C) 8 D) 6 E) 4

35.

Verilen bir  $(a_n)$  dizisinden her  $n$  için  $b_n = a_{n+1} - a_n$  şeklinde bir  $(b_n)$  dizisi tanımlanıyor.

$a_8 = a_{40} = 0$  ve her  $n$  için  $b_{n+1} - b_n = 2$  ise  $a_1$  aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 273 B) 301 C) 186 D) 403 E) 281

36.

Negatif olmayan  $x, y$  tamsayıları için tanımlanan  $F(x, y)$  fonksiyonunda;

I. her  $x, y$  için,

$$F(x+1, y) + F(x, y+1) = F(x, y) + F(x+1, y+1)$$

II. her  $x$  için  $F(x, 0) = x$

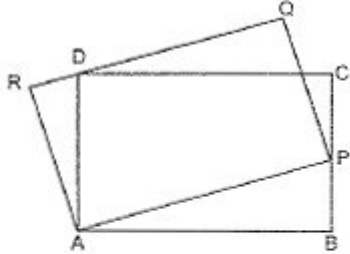
III. her  $y > 0$  için  $F(0, y) = 1$

ise,  $F(1000, 993)$  aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 1993 B) 1001 C) 999 D) 994 E) 7

## 1994 UMO

1.



Şekildeki ABCD ve APQR dörtgenlerinin alanları sırası ile  $a$  ve  $b$  dir.

Aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A)  $a < b$  B)  $4a = 3b$  C)  $a = b$   
D)  $3a = 2b$  E)  $a > b$

2.

Bir torbada her birinin üzerinde 1 den 20 ye kadar olan tamsayılardan biri yazılı 20 top bulunmaktadır. Üstünde aynı sayı yazılı olan herhangi iki top yoktur. Bu torbadan bir top çekilir ve üstündeki sayı kaydedildikten sonra top torbaya geri konur.

Bu işlem 10 defa tekrar edilirse, çıkan 10 sayının hepsinin birbirinden farklı olması olasılığı nedir?

- A)  $\frac{\binom{20}{10}}{20^{10}}$  B)  $\frac{\binom{20}{10} 10!}{20^{10}}$  C)  $\frac{10^{20}}{20^{10}}$   
D)  $\frac{10^{10}}{20^{20}}$  E)  $\frac{\binom{29}{10}}{20^{10}}$

3.

Aşağıdakilerden hangisi 1994.1996.1998.2000 sayısından daha büyüktür?

- A)  $1993^2 \cdot 2001^2$   
B)  $1993 \cdot 1997^2 \cdot 1999$   
C)  $1993 \cdot 1995 \cdot 1997 \cdot 2001$   
D)  $1993 \cdot 1997^2 \cdot 2001$   
E)  $1995^2 \cdot 1999^2$

4.

13 kişilik bir topluluk, her birinde en az bir kişi bulunan iki alt topluluğa kaç farklı şekilde ayrılabilir?

- A) 63 B) 168 C) 169 D) 4095 E) 8191

5.

$x + y + z = 1$  olmak üzere, tüm  $x, y, z$  pozitif reel sayıları için,  $(1 + \frac{1}{x})(1 + \frac{1}{y})(1 + \frac{1}{z})$  çarpımının alabileceği en küçük değer aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 64/27 B) 8 C) 27 D) 64 E) 84

6.

ABCD dışbukey (konveks) dörtgeninde,

$|AB|=12$ ,  $|BC|=4$ ,  $|CD|=3$ ,  $|DA|=13$  ve

$m(\hat{BCD}) = 90^\circ$  olduğuna göre, bu dörtgenin alanı aşağıdakilerden hangisidir?

A) 24 B) 32 C) 36 D) 48 E) 84

7.

$\lfloor x^2+8x \rfloor \leq A$  denkleminin, tamsayılar kümesi içinde tam olarak 13 tane çözümü olması için A'nın alabileceği en küçük değer nedir?

A) 8 B) 9 C) 19 D) 20 E) 30

8.

Her  $n \in \mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$  için  $a_n = 2^n$  olsun.  $(b_n)$  ile  $(a_1, a_1, a_1, a_2, a_2, a_2, \dots, a_n, a_n, a_n, \dots)$  dizisinin genel terimini gösterelim. Her  $n \in \mathbb{N}$  için,  $k \leq \frac{b_n}{C^n} \leq K$  olacak şekilde  $n$  ye bağlı olmayan pozitif  $k, K, C$  sayıları varsa,  $C$  ne olmalıdır?

A)  $2^{1/3}$  B)  $3^{1/3}$  C)  $2^{1/2}$  D)  $3^{1/2}$  E)  $2^{\frac{n}{3n-1}}$

9.

Her  $x$  reel sayısı için  $\frac{x^2+ax+1}{x^2+4x+8} < 8$  eşitsizliğini sağlıyorsa, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A)  $a^2 > 8$  B)  $0 \leq a \leq 75$  C)  $|a| < 10$   
D)  $a = 0$  E)  $a < 74$

10.

$n$  pozitif bir tamsayı olmak üzere,  $S_n$  ile  $\{1, 2, \dots, n\}$  kümesini gösterelim.  $S_n$  kümesinin içerdikleri elemanların toplamları birbirine eşit olan iki ayrık alt kümeye ayrılabilirliğini kabul edelim. Bu durumda aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A)  $n, 4k + 1$  biçiminde olmak zorundadır.  
B)  $n, 4k + 2$  biçiminde olabilir.  
C)  $n, 4k$  biçiminde olmak zorundadır.  
D)  $n, 4k$  ya da  $4k + 3$  biçiminde olmak zorundadır.  
E) İstenen koşulu sağlayan hiçbir  $n$  sayısı yoktur.

11.

Rasyonel sayılardan rasyonel sayılara tanımlı bir  $f$  fonksiyonu tüm  $a, b$  rasyonel sayıları için  $f(a+b) = f(a) + f(b)$  denklemini sağlasın ve  $f(2) = 3$  olsun.  $f(5/2)$  değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $5/2$  B) 3 C)  $15/4$  D)  $11/2$  E)  $15/2$

12.

Pozitif tamsayı çiftlerinin kümesinde  $n$  pozitif tamsayılar kümesine giden bir  $f$  fonksiyonu, tüm  $x, y$  pozitif tamsayıları için;  
 $f(x, x) = x$ ,  $f(x, y) = f(y, x)$  ve  
 $f(x, y) = f(x, x+y)$   
koşullarını sağlıyorsa  $f(91, 143)$  nedir?

A) 1 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

13.

Çakışık olmayan  $OA$  ve  $OB$  doğruları veriliyor.  $OA$  üzerinde seçilen bir noktadan  $OB$  ye bir dik iniliyor ve dikmenin  $OB$  üzerindeki ayağından  $OA$ 'ya ikinci bir dik iniyor. Son dikmenin  $OA$  üzerindeki ayağından tekrar,  $OB$ 'ye bir dikme iniliyor. Ve bu işlem sonsuz devam ediyor. İlk iki dikmenin uzunlukları sırası ile  $a$  ve  $b$  olsun.  $a > b$  ise çizilen sonsuz sayıdaki dikmenin uzunlukları toplamı nedir?

A)  $a^2/(a-b)$  B)  $(a-b)/a^2$  C)  $(a^2-b^2)/a$   
D)  $(a^2-b^2)/b$  E)  $a/(a^2-b^2)$

14.

Belli bir birime göre tüm kenar uzunlukları tamsayılar ve bir kenarının uzunluğu da 6 olan kaç tane dik üçgen vardır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 6 E) Sonsuz sayıda

15.

Rasgele seçilen altı basamaklı bir doğal sayının tam olarak iki basamağında 1 bulunması olasılığı nedir?

- A) 63/755      B) 81/800      C) 7/45  
D) 1/3      E) 51/101

16.

$20^{15}-1$  sayısı aşağıdakilerden hangisi ile bölünmez?

- A) 11      B) 19      C) 31      D) 41      E) 61

17.

Bir torbada 10 kırmızı, 4 beyaz top vardır. Toplar, seçilen toplar torbaya geri konulmaksızın, birer birer torbadan çekilmektedir. Sekizinci top da çekildikten sonra, beyaz topların tümünün çekilmiş olması olasılığı nedir?

- A) 10/143      B) 8/51      C) 2/7  
D) 15/64      E) 2/5

18.

Rakamlarının sayı değerleri çarpımı 90 olan kaç tane beş basamaklı pozitif tamsayı vardır?

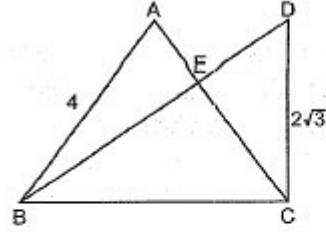
- A) 105      B) 135      C) 155      D) 180      E) 215

19.

Doğal sayılardan tam karelerin atılması ile elde edilen 2, 3, 5, 6, 7, 8, 10, 11, . . . dizisinin 1994'üncü terimi nedir?

- A) 2036      B) 2037      C) 2038  
D) 2039      E) 2040

20.



ABC eşkenar üçgen  $m(\hat{BCD}) = 90^\circ$   $|AB| = 4$  ve  $|CD| = 2\sqrt{3}$  ise  $|AE|$  aşağıdakilerden hangisidir?

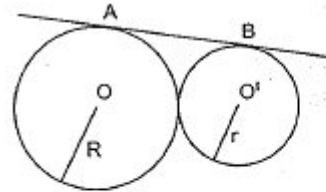
- A)  $\frac{8}{3}$       B)  $\frac{4}{3}$       C) 3      D)  $2\sqrt{2}$       E)  $\sqrt{3}$

21.

Bir çiftlikteki tavşanların sayısı Mart ayında bir tam karedir. Tavşanların sayısı Nisan ayında 100 adet artarak bir tam kareden bir fazla hale gelir. Mayıs ayında, tavşan sayısı, yine 100 adetlik bir artıştan sonra yeniden tam kare olur. Tavşanların Mart ayındaki sayısı nedir?

- A)  $47^2$       B)  $48^2$       C)  $49^2$       D)  $50^2$       E)  $51^2$

22.



Şekilde, O ve O' merkezli birbirine teğet çemberlerin yarıçapları, sırası ile R ve r dir. Ortak teğet uzunluğu  $|AB| = 2\sqrt{3}$  ve dairesel bölgelerin alanları toplamı  $10\pi$  ise,  $R+r$  kaçtır?

- A)  $1+\sqrt{3}$       B) 5/2      C) 3  
D)  $2+\sqrt{6}$       E) 4

23.

Bir tür loto oyunu, biletin üstündeki 1, 2, . . . , 49 sayıları arasından 6 tanesini seçip işaretlemek suretiyle oynanır. Yapılan çekilişte bu 49 sayıdan 6 tanesi belirlenir. Lotoyu oynayan kişi, oynadığı bir biletin üstünde işaretlediği 6 sayı ile çekilişte çıkan 6 sayı aynıysa, büyük ikramiyeyi kazanır. Çekilişte çıkan 6 sayıdan hiçbirini tutturamayanlara teselli mükâfatı verilirse, teselli mükâfatı kazanmayı garantilemek için, en az kaç bilet oynamak gerekir?

A) 7

B) 12

C) 43

D)  $\binom{49}{6} - \binom{43}{6}$

E)  $\binom{49}{6} - 6\binom{48}{5} + 15\binom{47}{4} - 20\binom{46}{3} + 15\binom{45}{2} - 6\binom{44}{1} + 1$

24.

Taban yarıçapları 2 ve 6 olan dik kesik koninin içine yerleştirilen küre, yanal yüzeye ve tabanlara teğet olduğuna göre, bu kesik koninin hacmi aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $\frac{148\sqrt{3}}{3}\pi$       B)  $\frac{164\sqrt{3}}{3}\pi$       C)  $\frac{208\sqrt{3}}{3}\pi$   
D)  $\frac{248\sqrt{3}}{3}\pi$       E)  $\frac{324\sqrt{3}}{3}\pi$

25.

$2|x - 1| - |x + 2| = 6$  denkleminin çözümü olan reel sayıların toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

A) 0      B) 2      C) 8      D) 10      E) 12

26.

Boy ortalaması 1,68 m olan bir toplulukta kadınların boy ortalaması 1,66 m; erkeklerin ise 1,74 m dir. Bu toplulukta erkek sayısının kadın sayısına oranı nedir?

A) 1/3      B) 2/5      C) 3/5      D) 3      E) 4

27.

2, a, b, c, n pozitif tamsayılardan oluşan artan bir sonlu dizidir. a, b, c sayı üçlüsünün tam 33 farklı seçimi, bu dizinin ilk üç teriminin geometrik, son üç teriminin de aritmetik bir dizi oluşturmasını sağlamaktadır. n sayısının alabileceği en küçük değer kaçtır?

A) 3      B) 1024      C) 1089      D) 2180      E) 2314

28.

İç teğet çemberinin merkezi I, ağırlık merkezi G noktası olan ABC üçgeninin kenar uzunlukları 15, 21 ve 9 olduğuna göre, |GI| kaçtır?

A) 1/2      B)  $\sqrt{2}$       C) 3/2      D) 2      E)  $2\sqrt{2/3}$

29.

b, pozitif bir tamsayı ve ( )<sub>b</sub> sayıların b tabanına göre gösterimi olmak üzere,

$(12)_b \cdot (15)_b \cdot (16)_b = (3146)_b$  ise  $(12)_b + (15)_b + (16)_b$  sayısının 10 tabanındaki karşılığı nedir?

A) 37      B) 40      C) 43      D) 48      E) 54

30.

ABC üçgeninde;

$|AB|=|AC|$ ,  $D \in [BC]$ ,  $m(\hat{CDA}) = 2\alpha$ ,  $m(\hat{ACB}) = \alpha$ ,  $|CD|=x$ ,  $|DB|=2$ ,  $|CA|=y$  ise, x ile y arasında hangi bağıntı vardır?

A)  $y^2 - 2x = 4$       B)  $y - x = 2$       C)  $x^2 = 2y + 2$   
D)  $x^2 + y^2 = 4$       E)  $y^2 - 4x^2 = 1$

31.

Bir kübün köşesinde bulunan bir örümcek sadece kübün kenarları boyunca hareket edebilmektedir. Her noktadan en fazla bir defa geçmek koşuluyla, bu örümcek bulunduğu köşeden en uzaktaki köşeye kaç farklı yoldan gidebilir?

A) 6      B) 9      C) 12      D) 18      E) 671

32.

Bir dolapta bulunan on değişik çift ayakkabı arasından karanlıkta sekiz tane tek ayakkabı rasgele alınır. Bu sekiz ayakkabı içinde on çiftten hiçbirinin hem sağ hem sol tekinin bulunmaması olasılığı nedir?

A)  $\frac{\binom{10}{8} 2! \cdot 2^8}{\binom{20}{8}}$       B)  $\frac{2^8}{\binom{20}{8}}$       C)  $\frac{\binom{10}{8} 2^8}{\binom{20}{8}}$

D)  $\frac{\binom{10}{1} \binom{9}{6} 2^6}{\binom{20}{8}}$       E)  $\frac{\binom{10}{8}}{\binom{20}{8}}$

33.

Aşağıdaki sayılardan hangisi,  $4n^2+1$  sayısını  $n$ 'nin sonsuz sayıda tamsayı değeri için böler?

A) 3    B) 7    C) 11    D) 13    E) Hiçbiri

34.

$m, n$  pozitif tamsayılar ve  $p > 2$  asal sayı olsun.  $m \not\equiv 0 \pmod{p}$  olmak üzere,  $m^n + n^m \equiv 0 \pmod{p}$  denkleğini sağlayan  $(m, n)$  sıralı ikililerinin oluşturduğu kümede kaç eleman vardır?

A) 0                      B) 1                      C)  $p$   
D) Sonsuz sayıda      E) Hiçbiri

35.

$\sum_{n=1}^{100} \left\lfloor \frac{2n}{3} \right\rfloor$  toplamı kaçtır?

A) 3000                  B) 3267                  C) 3300  
D) 3330                  E) 3333

36.

A, B, C, D ve E düzlem üstünde beş değişik nokta olsun. Bu noktaları birleştiren doğrulardan hiçbirini bir başkasına dik ya da paralel olmasın. Bu beş noktanın her birinden, geri kalan dört noktayı birleştiren doğrulara dikler çizelim. Bu dikler birbirleriyle A, B, C, D, E noktaları dışında toplam olarak en fazla kaç değişik noktada kesişebilirler?

A) 300    B) 310    C) 320    D) 330    E) 360

37.

$\lfloor x^2+4x \rfloor = \lfloor x \rfloor^2 + 4 \lfloor x \rfloor$  denkleminin reel sayılardaki çözüm kümesinde  $x=0$  sayısını içine alan en geniş aralık aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $-1 \leq x \leq 1$                       B)  $0 \leq x < \sqrt{5} - 2$   
C)  $-\frac{1}{2} \leq x \leq \sqrt{5} - 2$               D)  $x = 0$   
E)  $0 \leq x \leq \sqrt{5} - 2$

38.

Dışbükey (konveks) ABCD dörtgeninde;  $|DA|=|AB|=2$ ,  $m(\hat{A})=108^\circ$ ,  $m(\hat{C})=126^\circ$  ise,  $|AC|$  kaçtır?

A) 2                      B) 3                      C)  $\frac{3\sqrt{2}}{2}$   
D)  $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$                       E)  $\frac{3\sqrt{5}}{4}$

39.

$P_1, P_2, \dots, P_{12}$  farklı asal sayılar ve  $P_1 + P_2 + \dots + P_{12} \equiv x \pmod{12}$  olsun. Bu durumda  $x$  aşağıdakilerden hangisi olamaz?

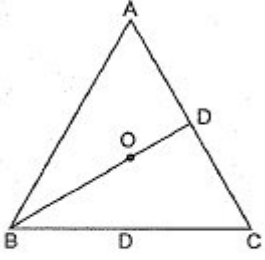
A) 0    B) 3    C) 7    D) 8    E) 11

40.

ABC üçgeninde  $[AH_1]$ ,  $[BH_2]$  yükseklikleri H noktasında kesişiyor.  $H_1, H, H_2$  noktalarından geçen çemberin  $H_1$ 'deki teğeti  $[AB]$ 'yi D'de kesiyor.  $|AC|=17$ ,  $|CH_1|=15$ ,  $|H_1B|=4$  olduğuna göre,  $|DH_1|$  kaçtır?

A)  $4\sqrt{5}$                       B)  $2\sqrt{5}$                       C) 4  
D)  $3\sqrt{5}$                       E) 3

1.



Şekilde  $m(\hat{A}) = 58^\circ$  ve O noktası ABC üçgeninin çevrel çemberinin merkezidir.

$\hat{D}BC$  kaç derecedir?

- A) 32 B) 30 C) 29 D) 28 E) 25

2.

Bir bakkalda 16, 18, 19, 20 ve 31 litrelik 5 tekneden dördünde çiçek yağı, birinde zeytinyağı vardır. Bakkal, bir müşteriye litrenin belli bir tam katı kadar çiçek yağı satar. Başka bir müşteriye de ilkinen sattığının iki katı kadar çiçek yağı sattıktan sonra, elinde hiç çiçek yağı kalmadığını görür. Zeytinyağı kaç litrelik tenekededir?

- A) 16 B) 18 C) 19 D) 20 E) 31

3.

$(x + \sqrt{x^2 + 1})(y + \sqrt{y^2 + 1}) = 1$  ise,  $x + y$  nedir?

- A)  $-2\sqrt{2}$  B)  $-\sqrt{2}$  C) -1 D) 0 E) 2

4.

Bir salona giren üç kişi eldivenlerini vestiyere bırakıyor. Eldivenleri geri alırken, her birine rasgele iki eldiven veriliyor. Her birinin kendisine ait olan eldiven çiftini almış olma olasılığı nedir?

- A)  $\frac{1}{3}$  B)  $\frac{1}{6}$  C)  $\frac{1}{15}$  D)  $\frac{1}{18}$  E)  $\frac{1}{90}$

5.

7 sayısı, 2, 22, 222, 2222, ... dizisinin kaç terimini böler?

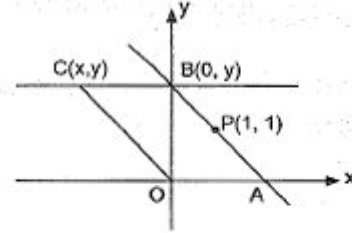
- A) 0 B) 1 C) 6 D) 7 E) Sonsuz sayıda

6.

Bir dik üçgenin dik kenarları  $x$  ve  $y$  birim uzunluktadır. Bu dik üçgenin hipotenüsü üzerine dışa doğru bir kare çiziliyor. Üçgenin dik köşesi ile karenin merkezi arasındaki uzaklık nedir?

- A)  $\frac{x+y}{2}$  B)  $\frac{x+y}{\sqrt{2}}$  C)  $\frac{\sqrt{x+y}}{2}$   
D)  $\frac{\sqrt{xy}}{2}$  E)  $\frac{xy}{\sqrt{2}}$

7.



Şekilde AB, P(1, 1) noktasından geçen bir doğru ve OABC bir paralelkenardır. C(x, y) noktasının x ve y koordinatları arasında hangi bağıntı vardır?

- A)  $y+yx=x$  B)  $2y+yx=x$  C)  $y+2yx=x$   
D)  $y = \frac{x+y}{x-y}$  E)  $y = \frac{x-y}{x+y}$

8.

$\frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \frac{3}{4!} + \dots + \frac{99}{100!}$  toplamı neye eşittir?

- A)  $1 + \frac{99}{100!}$  B)  $\frac{101}{100}$  C)  $1 - \frac{99}{100}$   
D) 1 E)  $1 - \frac{1}{100!}$

9.

Bir sayı dizisinin birinci terimi 20 dir. Bundan sonraki her terim kendisinden bir önceki terimin karesinin rakamları toplamına 1 eklenerek elde ediliyor. Bu dizinin yüzüncü terimi nedir?

- A) 5 B) 7 C) 8 D) 11 E) 14

10.

Aşağıdaki kümelerden hangisi;

$\{a \in \mathbb{Z} \mid a^7 \equiv a \pmod{63}\}$  kümesinin alt kümesi değildir?

- A)  $\{a \in \mathbb{Z} \mid a \equiv 0 \pmod{21}\}$   
B)  $\{a \in \mathbb{Z} \mid a \equiv 0 \pmod{9}\}$   
C)  $\{a \in \mathbb{Z} \mid a \equiv 2 \pmod{3}\}$   
D)  $\{a \in \mathbb{Z} \mid a \equiv 1 \pmod{3}\}$   
E) Hiçbiri

11.

a, b, c gerçel sayıları (0, 1) aralığında ise;

$\frac{\log_a b}{a-b+1} + \frac{\log_b c}{b-c+2} + \frac{\log_c a}{c-a+3}$  ifadesinin alabileceği en küçük değer kaçtır?

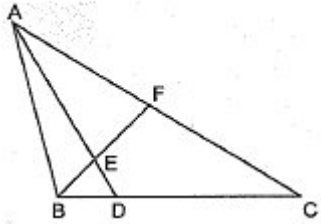
- A)  $\frac{1}{2}$     B) 1    C)  $\frac{3}{2}$     D) 3    E) 9

12.

Ondalık yazılımında 4 ve 7 rakamları bulunup, 0 ve 8 rakamları bulunmayan kaç tane 10 basamaklı sayı vardır?

- A)  $8^{10} - 2 \cdot 7^{10} + 6^{10}$   
B)  $8! - 2 \cdot 7! + 6!$   
C)  $10^8 - 2 \cdot 10^7 + 6^6$   
D)  $2 \binom{10}{2} 8^8$   
E)  $2 \binom{10}{2} 8^8 - 6 \binom{10}{2} 8^7$

13.



Şekilde F, [AC] nin orta noktası,

$D \in [BC]$  ve  $\{E\} = [BF] \cap [AD]$  dir.

$|DC| = 4|BD|$ , Alan(DCFE) = 42 ise, Alan(ABE) ne olur?

- A) 21    B) 20    C) 18    D) 15    E) 12

14.

$n^n + 1 = (n + 1)(2n + 1)$  eşitliğinin tamsayılar kümesinde kaç çözümü vardır?

- A) 0    B) 1    C) 2    D) 3    E) Sonsuz sayıda

15.

Herhangi bir  $r > 0$  sayısı için;

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$   $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  ve

$$|x-2| < r^2 \Rightarrow |f(x)-3| < r$$

$$|x-2| < \frac{r}{10} \Rightarrow |g(x)-4| < r$$

şartlarını sağlayan (f, g) fonksiyon çiftleri düşünülüyor.

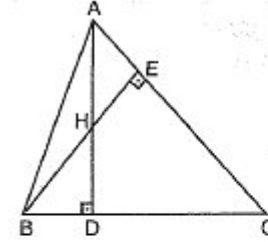
Aşağıdaki x değerlerinden hangileri;

$|f(x)+g(x)-7| < \frac{1}{2}$  eşitsizliğini bu tür (f, g) çiftlerinin tümü için sağlar?

- (I)  $x = 1,99$   
(II)  $x = 2,024$   
(III)  $x = 1,95$   
(IV)  $x = 1,9$

- A) Hiçbiri için  
B) Sadece (I) için  
C) Sadece (I) ve (II) için  
D) Sadece (I), (II), (III) için  
E) Hepsisi için

16.



Şekildeki  $\hat{A}BC$  üçgeninde,

$m(\hat{A}BC) = 45^\circ$ ,  $m(\hat{A}CB) = 75^\circ$  ve  $|BC| = 6$  dir.

Yüksekliklerin kesim noktası H ise,  $|AH|$  aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $2\sqrt{3}$     B)  $3\sqrt{3}$     C)  $3\sqrt{2}$   
D)  $2\sqrt{2}$     E)  $\sqrt{6}$

17.

2 mavi, 2 kırmızı ve 2 beyaz top bir çember etrafına rasgele dizildiğinde aynı renkli topların hep yan yana gelmesi olasılığı nedir?

- A)  $\frac{1}{20}$  B)  $\frac{1}{12}$  C)  $\frac{1}{9}$  D)  $\frac{1}{6}$  E)  $\frac{1}{4}$

18.

Aşağıdaki sayılardan hangisi  $b > 1$  doğal sayısı ne olursa olsun asal değildir?

- A)  $(11)_b$  B)  $(111)_b$  C)  $(1111)_b$   
D)  $(11111)_b$  E) Hiçbiri

19.

a, b, c gerçel sayıları için,

$$a + b + c = 2$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = 2$$

ise, c'nin alabileceği en büyük değer nedir?

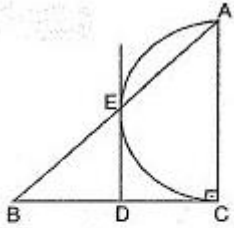
- A)  $\frac{2}{3}$  B) 1 C)  $\frac{5}{4}$  D)  $\frac{4}{3}$  E)  $\sqrt{2}$

20.

Bir sırada 9 koltuk bulunmaktadır. 6 kişi bu sıralarda rasgele oturduktan sonra yan yana iki boş koltuk kalması olasılığı nedir?

- A)  $\frac{1}{12}$  B)  $\frac{2}{12}$  C)  $\frac{4}{12}$  D)  $\frac{5}{12}$  E)  $\frac{7}{12}$

21.



Şekilde  $|BC|=2$ ,  $|AC|=1$  ve  $m(\hat{ACD}) = 90^\circ$  dir.  $[AC]$  çaplı çemberin  $[AB]$  kenarını kestiği E noktasından çembere çizilen teğet BC yi D de kestiğine göre,  $\tan(\hat{EDC})$  aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -2 B)  $-\frac{4}{3}$  C)  $\frac{1}{2}$  D)  $\frac{4}{3}$  E) 2

22.

Aşağıdaki sayılardan hangisi  $(a^3 - 1) \cdot a^3 \cdot (a^3 + 1)$  sayısını a'nın en az bir tamsayı değeri için bölmez?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) Hiçbiri

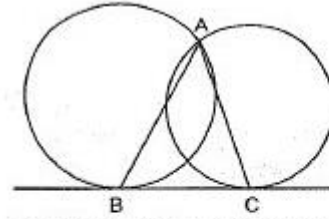
23.

n pozitif bir tamsayı olmak üzere,

$\{a \in \mathbb{N} : |\sqrt{a} - n| < \frac{1}{2}\}$  kümesinde kaç eleman vardır?

- A)  $n - 1$  B)  $n + 1$  C)  $2n - 1$   
D)  $2n$  E)  $n(n + 1)$

24.



Şekilde A noktasından geçen iki çemberden d doğrusuna B de teğet olanın yarıçapı 9, C'de teğet olanın yarıçapı 4'tür. ABC üçgeninin çevrel çemberinin yarıçapı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $\frac{5}{2}$  B) 5 C) 6 D)  $\sqrt{6}$  E)  $\sqrt{13}$

25.

Bir çember etrafına, her sayı bitişiğindeki iki sayının çarpımına eşit olacak şekilde en fazla kaç farklı sayı yazılabilir?

- A) 3 B) 6 C) 15  
D) 243 E) Sonsuz sayıda

26.

$(ABC)_7 = (CBA)_9$  ise, C aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

27.

a bir tamsayı olmak üzere,  $x^3 + x + a = 0$  denkleminin kökleri ile ilgili olarak aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) Yalnızca sonlu sayıda a için sadece bir kökü tamsayı olur.
- B) Yalnızca bir kökü tamsayı olacak şekilde sonsuz sayıda a vardır.
- C) Yalnızca sonlu sayıda a için bütün kökleri tamsayı olur.
- D) Sonsuz tane a için bütün kökleri tamsayı olur.
- E) Hiçbir a için tamsayı kökü olamaz.

28.

Bir ABCD karesinin [AD] ve [CD] kenarları üzerinde sırasıyla K ve L noktaları,

$m(\hat{D}AL) = 30^\circ$  ve  $m(\hat{D}CK) = 15^\circ$  olacak şekilde seçiliyor.  $[CK] \cap [AL] = \{P\}$  olmak üzere  $m(\hat{APB})$  kaç derecedir?

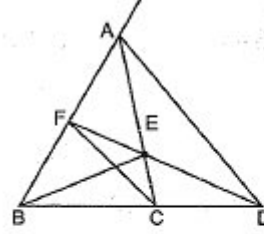
- A) 15
- B) 30
- C) 45
- D) 60
- E) 75

29.

$x > 0$  için  $f(x+1) = x \cdot f(x)$  ve  $f(1) = 1$  ise, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A)  $f(x)$ 'in en küçük değerini aldığı nokta (1, 2) aralığındadır.
- B)  $f(x)$ 'in en küçük değerini aldığı nokta (0, 1) aralığındadır.
- C)  $f(x)$ 'in en büyük değerini  $x = 1$  noktasında alır.
- D)  $f(x)$ 'in en büyük değerini aldığı nokta (1, 2) aralığındadır.
- E)  $f(x)$ 'in en büyük değerini aldığı nokta (2,  $\infty$ ) aralığındadır.

30.



Şekilde [BE, ABC üçgeninin bir iç açıortayı, [AD ise bir dış açıortayıdır. DE doğrusu AB doğrusunu F noktasından kesmektedir.

$m(\hat{ABC}) = 46^\circ$ ,  $m(\hat{ACB}) = 84^\circ$  ise,  $m(\hat{BFC})$  kaç derecedir?

- A) 94
- B) 92
- C) 90
- D) 88
- E) 84

31.

Bir n doğal sayısı 48 e bölündüğünde kalan 47 oluyor. Aynı sayı 49'a bölündüğünde kalan yine 47'dir. Bu n sayısı 42 ye bölününce kalan ne olur?

- A) 5
- B) 7
- C) 13
- D) 24
- E) 41

32.

{1, 2, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 11} kümesinin, elemanları arasında iki ardışık sayı bulunmayan 4 elemanlı alt kümelerinin sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 26
- B) 29
- C) 42
- D) 78
- E) 126

33.

a, b pozitif gerçel sayılar olmak üzere,  $a^{\ln b} \cdot b^{\ln a} + a^{\ln b} + b^{\ln a} = 8$  ise,  $(\ln a) \cdot (\ln b)$  çarpımı kaçtır?

- A)  $\frac{1}{2} \ln 2$
- B)  $\ln 2$
- C)  $\frac{3}{2} \ln 2$
- D)  $3 \ln 2$
- E)  $(\ln 2)^2$

34.

1 den 56 ya kadar doğal sayılar, bir çember etrafına, herhangi ardışık dizili 5 sayının toplamı en az K olacak şekilde dağıtılmıştır. K en çok kaç olabilir?

- A) 15
- B) 56
- C) 142
- D) 143
- E) 270

35.

$n \leq 15$  olmak üzere,  $t_1, t_2, \dots, t_n$  tek sayıları,  $t_1^4 + t_2^4 + \dots + t_n^4 = 1963$  eşitliğini sağlamaktadır.  $n$  kaç olmalıdır?

- A) 9 B) 11 C) 12 D) 13 E) 15

36.

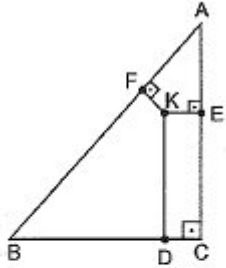


Şekilde yer alan 8 doğru parçasından her biri tek bir renkle ve ortak bir noktası bulunan doğru parçaları farklı renklerde olmak koşulu ile mevcut 5 farklı renk kullanılarak boyanacaktır. Bu 5 rengin tümünü kullanmak gerekmiyorsa, söz konusu boyama işlemi kaç farklı şekilde yapılabilir?

- A) 480 B) 720 C) 1200 D) 1680 E) 2160

1996 UMO

1.



Şekildeki ABC dik üçgeninin kenarlarına K noktasından indirilen dikmelerin ayakları D, E, F dir.

$$|BC| = a, |CA| = b, |AB| = c,$$

$$|CD| = x, |AE| = y, |BF| = z \text{ ise,}$$

$ax + by + cz$  aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $2ab$  B)  $ab$  C)  $a^2$  D)  $b^2$  E)  $c^2$

2.

$x$  ve  $y$  tamsayı olmak üzere,  $x^2 - y^2 = 1996$  eşitliğini sağlayan kaç  $(x, y)$  sıralı ikilisi vardır?

- A) 12 B) 6 C) 4  
D) 0 E) Sonsuz sayıda

3.

$x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$  denkleminin iki kökü  $u \neq 0$  olmak üzere,  $x = u$  ve  $x = -u$  ise, katsayılar arasında aşağıdaki bağıntılardan hangisi her zaman doğrudur?

- A)  $c^2 - abc + a^2d = 0$   
B)  $a + b + c + d = 0$   
C)  $a^2 + b^2 = c^2 + d^2$   
D)  $ab > cd$   
E)  $ad = bc$

4.

$\{1, 2, 3, \dots, 99, 100\}$  kümesinden herhangi ikisinin farkı 7 olmayacak şekilde en çok kaç eleman seçilebilir?

- A) 53 B) 52 C) 51 D) 50 E) 49

5.

$n$ 'nin aşağıdaki değerlerinden hangisi için,

$$\sum_{i=1}^4 i^n \text{ sayısı 5 ile bölünmez?}$$

- A) 241 B) 240 C) 239 D) 238 E) 237

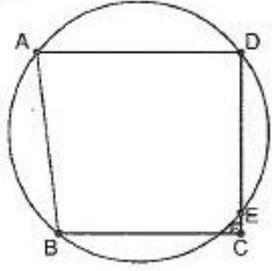
6.

Bir ABCD paralelkenarının  $[AB]$  kenarı üzerinde  $3|AE| = |EB|$  ve  $[AD]$  kenarı üzerinde,  $2|AF| = |FD|$  olacak biçimde E ve F noktaları alınıyor.

$[EF] \cap [AC] = \{K\}$  ise,  $\frac{|AC|}{|AK|}$  kaçtır?

- A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

7.



Şekildeki ABCD yamuğunda  $m(\hat{C}) = m(\hat{D}) = 90^\circ$  dir. D, A, B noktalarından geçen ve yarıçapı 5 olan çemberin [DC] kenarını D dışında kestiği ikinci nokta E olmak üzere,

$m(\widehat{AB}) = m(\widehat{BE})$  ve  $|CE| = 3\sqrt{2}$  ise,  $|AD|$  kaçtır?

- A)  $5\sqrt{3}$       B)  $4\sqrt{3}$       C)  $3\sqrt{5}$   
D)  $7\sqrt{2}$       E)  $6\sqrt{2}$

8.

$x^2 - 10x - 14 = 2\sqrt{x^2 - 10x + 1}$  eşitliğini sağlayan tüm x gerçel sayılarının toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 20    B) 10    C) -9    D) -20    E) Hiçbiri

9.

3 kırmızı, 3 mavi, 3 yeşil top rasgele sıralandığında, en az iki kırmızı topun yan yana gelme olasılığı nedir?

- A)  $\frac{8}{12}$     B)  $\frac{7}{12}$     C)  $\frac{6}{12}$     D)  $\frac{5}{12}$     E)  $\frac{4}{12}$

10.

p ve q farklı asal sayılar, a ve b farklı pozitif tamsayılar ve  $n = p^a \cdot q^b$  olmak üzere,  $n^2$  sayısının pozitif bölenlerinin sayısı 81 ise,  $n^3$  sayısının pozitif bölenlerinin sayısı kaçtır?

- A) 169    B) 160    C) 117    D) 84    E) Hiçbiri

11.

$\sum_{n=1}^9 \frac{3n+2}{n(n+1)(n+2)}$  toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $\frac{293}{52}$     B)  $\frac{189}{110}$     C)  $\frac{179}{120}$     D)  $\frac{3}{4}$     E)  $\frac{5}{12}$

12.

$\sin x = \frac{x}{22}$  denkleminin gerçel çözümlerinin sayısı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 17    B) 15    C) 14    D) 9    E) 7

13.

$1 \leq a \leq 100$  olmak üzere,  $a^{60} \equiv 1 \pmod{77}$  bağıntısını sağlayan kaç tane a tamsayısı vardır?

- A) 79    B) 78    C) 77    D) 76    E) 75

14.

$m(\hat{A}) < 90^\circ$  olan bir ABCD paralelkenarının [BC] kenarına C noktasından çıkılan dikmenin AB doğrusunu kestiği nokta E olmak üzere,

$|AB| = |CE| = 2|BC| = 2\sqrt{2}$  ise,  $|AC|^2 + |DE|^2$  kaçtır?

- A)  $8\sqrt{5} + 26$       B)  $4\sqrt{10} + 26$   
C)  $4\sqrt{5} + 16$       D)  $2\sqrt{10} + 16$   
E)  $2\sqrt{2} + 26$

15.

Ahmet yalnızca 2, 3, 4 rakamlarından oluşan 13 basamaklı bir sayı tutuyor. Betül n sayıdan oluşan bir liste hazırlıyor. Bu sayılardan birinin en az 5 basamağı Ahmet'in tuttuğu sayının karşılık gelen basamakları ile çakışıyorsa Betül oyunu kazanıyor. Ahmet'in tuttuğu sayı ne olursa olsun Betül'ün oyunu kazanması için n en az kaç olmalıdır?

- A) 13    B) 5    C) 4    D) 3    E) Hiçbiri

16.

$1^{11} + 2^{21} + \dots + 13^{131}$  sayısı 13 ile bölündüğünde kalan aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 3    B) 2    C) 1    D) 0    E) Hiçbiri

17.

Aşağıdaki p asal sayılarından hangisi için,  $x^2 + x + 1 \equiv 0 \pmod{p}$  denkleminin en az bir tamsayı çözümü vardır?

- A) 653    B) 647    C) 641    D) 617    E) Hiçbiri

18.

Üçer kişilik üç aileden oluşan dokuz kişi, üç odaya, her birine üç kişi olmak üzere, rasgele girerler. Tam olarak bir ailenin bireylerinin aynı odaya girmiş olması ve diğer iki odadan hiçbirinde tam bir ailenin bulunmaması olasılığı nedir?

- A)  $\frac{27}{140}$  B)  $\frac{3}{28}$  C)  $\frac{27}{280}$  D)  $\frac{9}{140}$  E)  $\frac{3}{7}$

19.

Bir  $[AX]$  ışını üzerinde  $|AO|=|OB|=|BC|$  olacak biçimde sıra ile O, B, C noktaları alınarak O merkezli,  $[AB]$  çaplı çember ve çember üzerinde  $m(\hat{BAD})=78^\circ$  koşulunu sağlayan D noktasından bu çembere bir teğet çiziliyor. C noktasından bu teğete indirilen dikmenin ayağı E ise,  $EBC$  açısı kaç derecedir?

- A) 146 B) 144 C) 142 D) 140 E) 138

20.

$x, y$  gerçel sayıları için  $x^2+y^2=6$  ve  $x^3+y^3=14$  ise,  $x^4+y^4$  toplamının alabileceği değerlerin kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\{17\}$  B)  $\{3, 4\}$  C)  $\{17, 10\sqrt{15}-22\}$   
D)  $\{34, 20\sqrt{15}-44\}$  E) Hiçbiri

21.

$a_n$  ile  $\sqrt{n}$  ye en yakın olan tamsayıyı gösterelim.  $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_{2070}}$  toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 93 B) 92 C) 91 D) 90 E) 89

22.

1, 4, 7, ..., 100 aritmetik dizisine ait terimlerden 19 tanesini, bunlardan herhangi farklı ikisinin toplamı  $n$ 'ye eşit olmayacak biçimde seçmemizi aşağıdaki  $n$  sayılarından hangisi mümkün kılar?

- A) 110 B) 107 C) 104 D) 101 E) 98

23.

$[AB]$  ve  $[DC]$  kenarları paralel olan bir ABCD yamuğunun köşegenlerinin uzunlukları  $|AC|=3$ ,  $|BD|=5$  tir.  $[AB]$  ve  $[DC]$  kenarlarının orta noktaları arasındaki uzaklık 2 ise, bu yamuğun alanı kaçtır?

- A) 8 B)  $15/2$  C) 7 D) 6 E)  $11/2$

24.

Elimizde 50'si beyaz, 50'si siyah olmak üzere toplam 100 top var. Bunların tamamını her torbada en az bir top bulunacak şekilde iki torbaya dağıtıyoruz. Bu torbalardan birini rasgele seçerek, içinden yine rasgele bir top çekiyoruz. Birinci torbadaki beyaz top sayısını  $x$ , siyah top sayısını da  $y$  ile gösterelim. Tüm dağılımlar arasında, çekilen topun beyaz olması olasılığını en büyük yapan  $(x, y)$  sıralı ikilisi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (50, 0) B) (49, 48) C) (25, 25)  
D) (1, 2) E) Hiçbiri

25.

Bir  $XOY$  açısının  $OX$  kenarı üzerinden  $|OA|=3$ ,  $|OD|=5$  olacak biçimde alınan A ve D noktaları,  $OY$  kenarı üzerinde de  $|OC|=4$  ve  $|OB|>4$  olacak biçimde alınan C ve B noktaları için  $[AB] \cap [DC] = \{E\}$  ve  $|AE| \cdot |OB| = 3|EB|$  ise,  $|OB|$  kaçtır?

- A)  $\frac{60}{7}$  B)  $\frac{55}{6}$  C)  $\frac{19}{4}$  D) 8 E) 6

26.

$m$  ve  $n$  pozitif tamsayılar olmak üzere,  $n + (n + 1) + \dots + (n + m) = 1000$  eşitliğini sağlayan kaç  $(m, n)$  sıralı ikilisi vardır?

- A) 10 B) 5 C) 3 D) 2 E) 1

27.

$|AB|=12$  olmak üzere,  $[AB]$  çaplı çemberin  $|AC|=8$  koşulunu sağlayan  $[AC]$  kirişi çiziliyor. Bu çemberin  $C$  noktasından geçen teğetine,  $B$  noktasından indirilen dikmenin ayağı  $D$  ise,  $BDC$  üçgeninin alanı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $\frac{80\sqrt{5}}{9}$  B)  $\frac{48\sqrt{5}}{5}$  C)  $\frac{60\sqrt{3}}{7}$   
D)  $\frac{56\sqrt{3}}{5}$  E)  $\frac{75\sqrt{2}}{4}$

28.

$a$  ve  $b$  den oluşan 9 harfli dizilerden kaç tanesi baba kelimesini içerir?

- A) 192 B) 186 C) 158 D) 156 E) 154

29.

Farklı boylarda 17 kişi yan yana dizilmiş olsun. Bunlardan  $n$  tanesi artan ya da azalan bir boy sırasında kalacak şekilde geri kalanlar sıradan uzaklaştırılıyor. Bu diziliş ne olursa olsun, böyle bir işlemi olanaklı kılan en büyük  $n$  sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

30.

$x \in \mathbb{R}$  için  $f_1(x) = x^2 - 2x$  ve  $n \geq 1$  için,  $f_{n+1}(x) = f_1(f_n(x))$  bağıntılarıyla  $f_1, f_2, f_3, \dots$  fonksiyonları tanımlanıyor.  $f_{1996}$  fonksiyonunun  $[0, 2]$  kapalı aralığında alabileceği en küçük ve en büyük değerler aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 0 ve 3 B) 0 ve 2 C) -1 ve 24  
D) -1 ve 3 E) -1 ve 0

31.

Aşağıdaki  $a$  sayılarından hangisi için;  $n^a \equiv n \pmod{a}$  bağıntısını sağlamayan en az bir  $n$  tamsayısı vardır?

- A) 667 B) 561 C) 547 D) 503 E) 491

32.

$x^2 - x + 1$  polinomunun  $x^n - x + 1$  polinomunu tam olarak bölmelerini mümkün kılan  $n$  pozitif tamsayılarının kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\{2\}$   
B)  $\{n \in \mathbb{N} : n \equiv 2 \pmod{3}\}$   
C)  $\{n \in \mathbb{N} : n \equiv 2 \pmod{6}\}$   
D)  $\{n \in \mathbb{N} : n \equiv 2 \pmod{12}\}$   
E) Hiçbiri

33.

$f : \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$  fonksiyonu, her  $x, y \in \mathbb{Z}$  için,

- 1)  $f(x+1, y+1) + f(x, y) = f(x, y+1) + f(x+1, y)$   
2)  $f(x, 0) = x^2$   
3)  $f(0, y) = -y^2$

koşullarını sağlıyor.  $f(1000, 996)$  aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 7984 B) 1996 C) 16 D) 4 E) Hiçbiri

34.

Bir üçgen, oluşacak üçgenlerin tüm köşelerinde aynı sayıda kenar kesişecek şekilde  $n$  üçgene ayrılabilir ise,  $n$  en çok kaç olabilir?

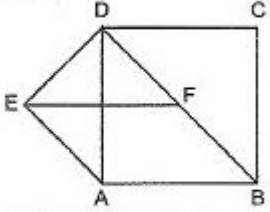
- A) 19 B) 15 C) 7 D) 3 E) Hiçbiri

35.

Elemanlarından herhangi ikisi aralarında asal olan ve herhangi ikisinin farkı üçüncüsü ile bölünen, üç elemanlı tüm  $\{a, b, c\} \subset \mathbb{Z}$  kümelerini dikkate aldığımızda, aşağıdakilerden hangisi doğru değildir?

- A)  $a, b, c$  sayılarından en az biri negatif olmalıdır.  
B) Sıfırdan farklı hangi  $c$  tam sayısı verilirse verilsin,  $\{a, b, c\}$  istenen koşulu sağlayacak biçimde  $a$  ve  $b$  tamsayıları bulunur.  
C)  $a, b, c$  sayılarından en az birinin mutlak değeri 1 ya da 2 dir.  
D)  $a, b, c$  ardışık tamsayılar olamaz.  
E) Hiçbiri

36.



Şekilde ABCD kare,

$m(\hat{AED}) = 90^\circ$  ve  $[BD]$  nin orta noktası F dir.

$|EA| = a$ ,  $|EF| = b$ ,  $|ED| = c$  ise,

ABD üçgeninin alanı aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $a^2 + b^2 + ab$       B)  $b^2 + 4ac$       C)  $\frac{b^2 + ac}{3}$   
 D)  $b^2 - \frac{ac}{2}$       E)  $b^2 - ac$

### 1997 UMO

1.

Kenar uzunluğu 24 olan bir ABCD karesinin  $[AB]$ ,  $[BC]$ ,  $[CD]$  ve  $[DA]$  kenarları üzerinde sırasıyla, E, F, G ve H noktaları alınıyor.

$|DG| = |DH| = 9$  ve EFGH dörtgeni, tabanlarından biri  $[HG]$  olan bir yamuk ise, bu yamuğun alanı en çok kaç olur?

- A) 441      B) 306      C) 288      D) 270      E) 225

2.

Kenar uzunlukları  $|AB| = 5$ ,  $|BC| = 4$  ve  $|AC| = 7$  olan ABC üçgeninin köşeleri merkez alınarak, ikişer ikişer birbirine dıştan teğet üç çember çiziliyor. B ve C merkezli çemberlerin değme noktası E ise,  $|AE|$  nedir?

- A)  $\sqrt{6}$       B)  $\sqrt{7}$       C)  $2\sqrt{5}$       D)  $2\sqrt{6}$       E)  $2\sqrt{7}$

3.

N sayısının ondalık yazılımında birler basamağındaki rakam 2'dir. Bu rakamı bulunduğu yerden kaldırıp en başa yazdığımızda elde ettiğimiz sayı N' nin iki katı ise, N' nin basamak sayısı en az kaçtır?

- A) 12      B) 36      C) 4      D) 18      E) 6

4.

A, B, C, D den her birinin ya her söylediği yalan, ya da her söylediği doğrudur. Aralarında şu konuşma geçer: A, B ye "Sen yalancısın" der. C, A ya "Asıl sen yalancısın" der. D, C ye bunların (A ve B nin) ikisi de yalancı der ve "Ayrıca sen de yalancısın" diye ekler. Bu dört kişi içindeki yalancıların kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\{B, C, D\}$       B)  $\{B, D\}$       C)  $\{A, B, C\}$   
 D)  $\{A, C\}$       E)  $\{A, D\}$

5.

a, b, c, d, e, f, g, h, i, j harfleri, a, b'den ve c'de d'den daha önce gelmek koşulu ile kaç değişik şekilde sıralanabilir?

- A)  $\frac{10!}{4! \cdot 5!}$       B)  $\frac{10!}{4}$       C) 8!      D) 4.6!      E) Hiçbiri

6.

$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y = x - 3\}$ ,  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y = (x-3)^2\}$ ,  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y = (x-3)^2\}$  kümelerinden en az ikisine ait olan noktaların sayısı kaçtır?

- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) Hiçbiri

7.

m ve n pozitif tamsayılar olmak üzere,

$2n^2 - 36 = m^2 - mn$  denklemin sağlayan kaç (m, n) sıralı ikilisi vardır?

- A) 2      B) 0      C) 4      D) 3      E) Sonsuz çoklukta

8.

$[AC]$  ve  $[BD]$  köşegenlerinin orta noktaları, sırasıyla M ve N ( $M \neq N$ ) olan bir ABCD dörtgeninde MN doğrusu  $[AD]$  kenarını P,  $[BC]$  kenarını da Q noktasında kesiyor.

$\text{Alan}(\text{MAP}) = x$  ve  $\text{Alan}(\text{PDCM}) = y$  ise,  $\frac{|QB|}{|QC|}$  nedir?

- A)  $\frac{y-x}{x}$       B)  $\frac{y-2x}{2x}$       C)  $\frac{x+2y}{2y}$   
 D)  $\frac{y-x}{2x}$       E)  $\frac{2x+y}{y}$

9.

$(a_n)_{n=1}^{\infty}$  tamsayı dizisi,

$a_1 \equiv 1 \pmod{13}$ ,  $a_2 \equiv 4 \pmod{13}$  ve  $n \geq 3$  için,  
 $a_n \equiv 4a_{n-1} - 4a_{n-2} \pmod{13}$  koşulunu sağlıyorsa,  
 $a_{100} \pmod{13}$  aşağıdakilerden hangisidir?

A) 7 B) 6 C) 12 D) 9 E) Hiçbiri

10.

$$T = \frac{1}{1\sqrt{2} + 2\sqrt{1}} + \frac{1}{2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{2} + 4\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{1996\sqrt{1997} + 1997\sqrt{1996}}$$

toplamı için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A)  $\frac{43}{44} < T < \frac{44}{45}$  B)  $\frac{43}{176} < T < \frac{43}{88}$   
C)  $T = \frac{1995}{1996 \cdot 1997}$  D)  $T = \frac{1996}{1997 \cdot 1998}$

E) Hiçbiri

11.

$|AC| = 4\sqrt{3}$  olan bir ABC üçgeninde  $[AB]$ ,  $[BC]$  ve  $[CA]$  kenarlarının orta noktaları sırasıyla D, E ve F dir. D, B ve E noktalarından geçen çember, bu üçgenin ağırlık merkezinden de geçiyorsa,  $|BF|$  kaçtır?

A) 6 B)  $4\sqrt{3}$  C)  $3\sqrt{3}$  D) 4 E) 3

12.

Aşağıdaki  $P(x)$  polinomlarından hangisi için,  
 $P(x) = Q(x) \cdot (x^2 + 1) + R(x) \cdot (x-1)$  olacak şekilde tamsayı katsayılı  $Q(x)$  ve  $R(x)$  polinomları vardır?

A)  $P(x) = x^9 + 2x^6 + 3x^5 + 2x$   
B)  $P(x) = x^9 + x^7 + 2x + 1$   
C)  $P(x) = x^9 + 2x^6 + x^4 + 3x$   
D)  $P(x) = x^9 + 4x^7 + x^3 + 3x + 2$   
E) Hiçbiri

13.

$\llbracket a \rrbracket$  ile  $a$  gerçel sayısını aşmayan en büyük tamsayıyı gösterelim. Her  $x$  gerçel sayısı için,

$$f(x) = x - \left\lfloor \frac{x}{2} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{x}{3} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{x}{6} \right\rfloor$$

olarak tanımlanan fonksiyonun değer kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $[0, 1)$  B)  $[0, 2)$  C)  $[0, 3)$   
D)  $[0, 4)$  E) Hiçbiri

14.

Dışbükey bir ABCD dikdörtgeninin köşegenlerinin kesişim noktası O, AOB üçgeni ve COD üçgeninin alanları sırasıyla 4 ve 9 ise, bu dörtgenin alanı en az kaç olur?

A) 20 B) 22 C) 24 D) 25 E) 27

15.

Bir ABCD dışbükey dörtgeninde  $|AD| = 2$ ,  
 $m(\hat{A}BD) = m(\hat{A}CD) = 90^\circ$ , E ve F noktaları sırasıyla  $\hat{A}BD$  ve  $\hat{A}CD$  ve üçgenlerinin iç teğet çemberlerinin merkezi olmak üzere,  $|EF| = \sqrt{2}$  ise,  $|BC|$  nedir?

A)  $\sqrt{3}$  B)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  C)  $\frac{3\sqrt{2}}{2}$   
D)  $\frac{\sqrt{5}}{2}$  E)  $2\sqrt{5}$

16.

$2x^2 + ky^2 \equiv z^2 \pmod{32}$  denkleğinin,  $x, y, z$  tek tamsayılar olmak üzere, en az bir çözümünün bulunmasını sağlayan  $k$  tam sayılarının kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $\{k : k \equiv 7 \pmod{16}\}$   
B)  $\{k : k \equiv 7 \pmod{32}\}$   
C)  $\{k : k \equiv 7 \pmod{8}\}$   
D)  $\{k : k \equiv 7 \pmod{4}\}$   
E) Hiçbiri

17.

S kümesinin her elemanı T kümesinin her elemanından küçük olmak üzere, 1 den 100 e kadar olan tamsayılardan 10 ar elemanlık S ve T kümeleri kaç değişik şekilde seçilebilir?

- A)  $\frac{1}{2} \binom{100}{10} \binom{90}{10}$  B)  $\binom{100}{10} \binom{90}{10}$  C)  $\binom{100}{20}$   
D)  $\binom{100}{10}^2$  E) Hiçbiri

18.

x, y, z gerçekte sayılar olmak üzere,  $x^3 - y = 24$ ,  $y^3 - z = 24$ ,  $z^3 - x = 24$  denklem sisteminin kaç çözümü vardır?

- A) 0 B) 3 C) 4 D) 6 E) Hiçbiri

19.

a, b, c adındaki üç adam, adları (aynı sırayla olması gerekmeksizin) x, y, z olan eşleri ile kitap almaya çıkarlar. Kitapların fiyatları tamsayılar olup bir kişinin aldığı tüm kitapların fiyatı aynıdır. Bu altı kişiden her biri bu alışverişte bir kitaba ödediği para kadar kitap alır. Adamlardan her biri kendi eşinden 63 lira; a, y den 23 lira; b de x ten 11 lira daha fazla harcar. d nin w ile evli olma durumunu (d, w) ile gösterirsek, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) (a, z), (b, x), (c, y) B) (a, y), (b, z), (c, x)  
C) (a, x), (b, y), (c, z) D) (a, z), (b, y), (c, x)  
E) (z, y), (b, x), (c, z)

20.

$1 < n < 200$  koşulunu sağlayan ve 1'den büyük hiçbir tamsayının karesi ile bölünmeyen kaç n tamsayısı vardır?

- A) 116 B) 112 C) 121 D) 111 E) Hiçbiri

21.

Bir çembere, dışındaki bir A noktasından çizilen teğetlerin değme noktaları B ve C dir. [AB] ve [BC] nin orta noktaları sırasıyla D ve E, CD doğrusunun çemberi kestiği diğer nokta F olmak üzere,  $m(\hat{BAC}) = 36^\circ$  ise,  $m(\hat{EFC})$  kaç derecedir?

- A) 36 B) 45 C) 54 D) 60 E) 72

22.

$x^3 - 7x + 1 = 0$  denkleminin, varsa, pozitif köklerinin (çarpma işlemine göre) terslerinin toplamını S ile gösterirsek, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A)  $\frac{13}{2} < S < 7$

B)  $7 < S < \frac{15}{2}$

C)  $S = 7$

D) Denklemin pozitif kökü yoktur.

E) Hiçbiri

23.

$0 < n < 945$  ve  $\sum_{k=1}^n k^2 \equiv 0 \pmod{105}$  koşullarını sağlayan kaç n tamsayısı vardır?

- A) 80 B) 89 C) 82 D) 90 E) Hiçbiri

24.

Tahtaya 1 den 12 ye kadar olan tamsayıları yazalım. Her adımda bu 12 sayıdan ikisini silerek, ya toplamlarının, ya da farklarının mutlak değerini iki kere yazıyoruz. Sonlu sayıda adım sonucunda tahtaya yazılı sayıların hepsi aynı n tamsayısına eşit hale geliyor. n aşağıdakilerden hangisi olamaz?

- A) 9 B) 24 C) 10 D) 16 E) Hiçbiri

25.

[AB] çaplı bir çemberin [AC] ve [BD] kesişim noktası P olmak üzere,  $|AP| = 2\sqrt{2}$ ,  $|PC| = 3\sqrt{2}$  ve  $|AB| = 5\sqrt{3}$  ise,  $|BP| \cdot |BD|$  nedir?

- A) 55 B) 48 C) D) E) 36

26.

O merkezli R yarıçaplı bir çemberin [OA] ve [OB] yarıçapları üzerinde sırasıyla L ve M noktaları alınıyor. AB yayının orta noktası K olmak üzere, KLM üçgeni eşkenar üçgen ve

$$\text{Alan}(KLM) = \frac{(2\sqrt{3} - 3)R^2}{8} \text{ ise, } m(\hat{AOB}) \text{ kaç}$$

derecedir?

- A) 15 B) 30 C) 45 D) 60 E) 75

27.

n elemanlı her  $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  negatif olmayan gerçel sayı kümesinde,  $0 < \frac{|x_i - x_j|}{(3+x_i)(3+x_j)} < \frac{1}{33}$

olacak şekilde en az iki  $x_i, x_j$  elemanının var olmasını gerektiren en küçük n tamsayısı kaçtır?

A) 34 B) 12 C) 3 D) 100 E) Hiçbiri

28.

Ondalık yazılımlarında hiçbir rakamın yan yana tekrarlanmadığı ve  $1 \leq n \leq 10^{1997}$  koşulunu sağlayan kaç n tamsayısı vardır?

A)  $9^{1997}$  B)  $\frac{9^{1998} - 9}{8}$  C)  $\frac{9^{1997} - 1}{8}$   
D)  $10 \cdot 9^{1996}$  E) Hiçbiri

29.

a, b sıfırdan farklı ve c pozitif olmak üzere, a, b, c tamsayıları,  $\frac{5}{663} = \frac{a}{17} + \frac{b}{c}$  denklemini sağlıyor-  
sa b'nin alabileceği en küçük pozitif değer nedir?

A) 5 B) 44 C) 1 D) 76 E) Hiçbiri

30.

İçlerinde siyah ve beyaz toplar olan iki torbada toplam 25 top var. Her torbadan rasgele birer top alındığında her ikisinin de beyaz olma olasılığı 0,54 ise, her ikisinin de siyah olma olasılığı nedir?

A) 0,46 B) 0,04 C) 0,16  
D) Verilenler bu olasılığı belirlemek için yeterli değil.  
E) Hiçbiri

31.

$x_1, x_2, \dots, x_{100}$  negatif olmayan gerçel sayılar ve  $x_1 + x_2 + \dots + x_{100} = 100$  ise,  
 $x_1 \cdot x_2 + x_2 \cdot x_3 + x_3 \cdot x_4 + \dots + x_{98} \cdot x_{99} + x_{99} \cdot x_{100}$   
toplamlarının alabileceği en büyük değer nedir?

A) 99 B) 199 C) 2500 D) 5000 E) Hiçbiri

32.

$\frac{2^{p-1} - 1}{p}$  sayısının tam kare olmasını sağlayan kaç p asal sayısı vardır?

A) 4 B) 2 C) 1 D) 8 E) Sonsuz çoklukta

33.

[a] ile a gerçel sayısını aşmayan en büyük tamsayıyı gösterelim.

$[x] + [3x] + [5x] + [7x] + [11x] + [13x] = 1994$

$[x] + [3x] + [5x] + [7x] + [11x] + [13x] = 1995$

$[x] + [3x] + [5x] + [7x] + [11x] + [13x] = 1996$

$[x] + [3x] + [5x] + [7x] + [11x] + [13x] = 1997$

denklemlerinden kaç tanesinin çözüm kümesi boş değildir?

A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) Hiçbiri

34.

Her a, b, c, d için,  $(a|b, b|c \text{ ve } c|d) \Rightarrow \{a, b, c, d\} \subset T$  koşulunu sağlayan ve pozitif tamsayılardan oluşan n elemanlı her T kümesi, hiç biri bir diğerini bölmeyen en az 6 tamsayı içeriyorsa, n tam sayısının alabileceği en küçük değer nedir?

A) 18 B) 15 C) 17 D) 16 E) Hiçbiri

35.

Katsayıları tamsayılar olan ve 5 farklı tamsayıda 8 değerini alan bir polinomun en çok kaç tamsayı kökü olabilir?

A) 0 B) 8 C) 5  
D) Bu koşulları sağlayan polinom yoktur.  
E) Bu koşulları sağlayan polinomların tamsayı köklerinin sayıları üstten sınırlı değildir.

36.

a, b, c, r, s, t  $\in \{0, 1, 2, 3, 4\}$  olmak üzere,

$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$  polinomlarından kaç tanesi,  
 $f(x) \equiv (x + r)(x^2 + sx + t) \pmod{5}$  şeklinde bir denkliği sağlamaz?

A) 30 B) 10 C) 20 D) 40 E) Hiçbiri

1.

Köşegenlerinin kesişim noktası E ile gösterilmek üzere, bir ABCD kirişler dörtgeninde,  $m(\hat{B}) = m(\hat{D})$ ,  $m(\hat{BCD}) = 150^\circ$ ,  $|BE| = x$ ,  $|ED| = y$  ve  $|AC| = z$  ise, y nin x ve z cinsinden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\frac{2z-3x}{2}$  B)  $\frac{z-2x}{2}$  C)  $\frac{z+x}{\sqrt{3}}$  D)  $\frac{z-2x}{3}$  E)  $\frac{z-x}{\sqrt{3}}$

2.

6 elemanlı bir küme hiçbirini boş olmayan üç ayrık alt kümeye kaç değişik biçimde ayrılabilir?

- A) 243 B) 180 C) 120 D) 105 E) 90

3.

$x^3 - 5x^2 - 22x + 56 = 0 \pmod{p}$  denkleğinin kaç p asal sayısı için  $0 \leq x < p$  olmak üzere üç farklı tamsayı kökü yoktur?

- A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) Hiçbiri

4.

Alınan herhangi n küme arasında birbirini içermeyen en az 3 tane veya herhangi ikisinden biri diğeri içeren en az 3 tane küme bulunmasını garanti eden en küçük n tam sayısı nedir?

- A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

5.

Yüksekliklerinin kesişim noktası H olmak üzere, bir ABC üçgeninde,  $m(\hat{B}) = m(\hat{C}) = \alpha$  ve A, H, C noktalarından geçen çemberin merkezi O ise, HOC açısının  $\alpha$  cinsinden ölçüsü nedir?

- A)  $180^\circ - 2\alpha$  B)  $180^\circ - \frac{\alpha}{2}$  C)  $180^\circ - 2\alpha$   
D)  $90^\circ + \frac{\alpha}{2}$  E)  $90^\circ - \alpha$

6.

$(a_n)$  dizisi,  $a_1 = 1$  ve  $n \geq 1$  için,  $a_{n+1} = \frac{a}{\sqrt{1+4a_n^2}}$  şeklinde tanımlanıyor.  $a_k < 10^{-2}$  eşitsizliğini gerçekleyen en küçük k değeri nedir?

- A) 249 B) 2499 C) 251 D) 2501 E) Hiçbiri

7.

x, y, z sayıları,

$$x^2 + y^2 + z = 15$$

$$x + y + z^2 = 27$$

$$xy + yz + zx = 7$$

denklemini sağlıyorsa, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A)  $9 \leq |x + y + z| \leq 10$  B)  $7 \leq |x + y + z| \leq 8$   
C)  $5 \leq |x + y + z| \leq 6$  D)  $3 \leq |x + y + z| \leq 4$   
E) Hiçbiri

8.

Kenar uzunlukları  $|BC|=a$ ,  $|CA|=b$ ,  $|AB|=c$  olan bir ABC üçgeninde,

$$3 \cdot m(\hat{A}) + m(\hat{B}) = 180^\circ \text{ ve } 3a = 2c \text{ ise}$$

b nin a cinsinden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$  B)  $a\sqrt{3}$  C)  $a\sqrt{2}$   
D)  $\frac{5a}{4}$  E)  $\frac{3a}{2}$

9.

$x^4 + 2x^3 + 3x^2 - x + 1 = 0 \pmod{30}$  denkleğinin;

$0 \leq x < 30$  olacak şekilde kaç farklı tamsayı çözümü vardır?

- A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

10.

$2^{1998}$  sayısının ondalık yazılımı ile  $5^{1998}$  sayısının ondalık yazılımını ard arda yazarsak, oluşan yeni sayı kaç basamaklı olur?

- A) 3998 B) 3996 C) 2000  
D) 1999 E) 1998

11.

x, y, z gerçel sayılar olmak üzere,

$2x^2 + 5y^2 + 10z^2 - 2xy - 4yz - 6zx + 3$  ifadesinin alabileceği en küçük değer aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1 B) -3 C) 3 D) 0 E) Hiçbiri

12.

12 evli çift yuvarlak bir masanın etrafında erkeklerin hepsi masanın bir etrafında yan yana, her kadın da eşinin tam karşısında olacak şekilde oturmaktadır. Masada oturanlar, her seferinde yan yana oturan bir kadınla bir erkeğin yer değişmesi suretiyle, tüm eşler yan yana gelinceye kadar yer değiştirir. Bunun için en az kaç yer değiştirme işlemi yapılmıştır?

- A) 66 B) 60 C) 55 D) 36 E) Hiçbiri

13.

Birbirine dıştan teğet olan  $[AB]$  ve  $[BC]$  çaplı iki çemberin merkezleri, sırasıyla D ve E ile; A noktasından E merkezli çembere ve C noktasından D merkezli çembere (AC doğrusuna göre aynı tarafta kalacak şekilde) çizilen teğetlerin kesişim noktası F ile gösterilmek üzere,  $|DB|=|BE|=\sqrt{2}$  ise, AFC üçgeninin alanı aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $2\sqrt{2}$  B)  $2\sqrt{3}$  C)  $4\sqrt{2}$   
D)  $\frac{9\sqrt{2}}{2}$  E)  $\frac{7\sqrt{3}}{2}$

14.

Bir dik üçgende hipotenüs uzunluğunun çevreye oranının alabileceği tüm değerler gerçel sayılar ekseninde bir aralık oluşturur. Bu aralığın orta noktası nedir?

- A)  $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$  B)  $\sqrt{2}-1$  C)  $\frac{2\sqrt{2}-1}{4}$   
D)  $\frac{\sqrt{2}+1}{2}$  E)  $\frac{2\sqrt{2}+1}{4}$

15.

p ve q tek sayıları asal sayılar dizisinin ardışık iki terimi olsun. p + q sayısının farklı pozitif bölenlerinin sayısı en az kaç olabilir?

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

16.

$m = (abab)$  ve  $n = (cdcd)$  ondalık sistemde dört basamaklı iki tamsayının gösterimi olsun. m + n sayısının tam kare olmasını sağlayan (m, n) çiftleri için, a . b . c . d çarpımı en çok kaç olabilir?

- A) 750 B) 600 C) 588 D) 420 E) 392

17.

$P_1 < P_2 < \dots < P_{24}$ ,  $[3, 100]$  aralığındaki asal sayıları göstermek üzere,  $\sum_{i=1}^{24} P_i^{991}$  a (mod 100) denkleğini gerçekleyen en küçük  $a \geq 0$  sayısı nedir?

- A) 99 B) 50 C) 48 D) 25 E) 24

18.

Bir kübün yüzlerine 1, 2, 3, 4, 5, 6 sayılarını işaretleyerek bir zar yapmak istiyoruz. Ortak bir ayrıta sahip iki yüze komşu yüzler dersek, ardışık sayıların komşu yüzler üstünde yer alması koşuluyla, bu zarı kaç değişik biçimde yapabiliriz?

- A) 56 B) 18 C) 14 D) 10 E) Hiçbiri

19.

$x^6 - 2x^4 + x^2 = A$  denkleminin farklı gerçel çözümlerinin sayısını  $n(A)$  ile gösterelim. A tüm gerçel değerleri aldığı anda  $n(A)$ 'nın alacağı değerlerin kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\{0, 2, 3, 4\}$  B)  $\{0, 2, 3, 4, 6\}$   
C)  $\{0, 3, 4, 6\}$  D)  $\{0, 2, 4, 6\}$   
E)  $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

20.

$(x_1 x_2 \dots x_{1998})$  ondalıklı sistemde 1998 basamaklı bir sayının gösterimi olmak üzere,

$(x_1 x_2 \dots x_{1998}) = 7 \cdot 10^{1996} (x_1 + x_2 + \dots + x_{1998})$  denklemini sağlayan kaç  $(x_1 x_2 \dots x_{1998})$  sayısı vardır?

- A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

21.

ABC dar açılı bir üçgen, D ve E sırasıyla  $[AC]$  ve  $[AB]$  üzerinde,  $m(\hat{ADB}) = m(\hat{AEC}) = 90^\circ$  koşulunu sağlayan noktalar; AED üçgeninin çevresi 9 ve çevrel çemberinin yarıçapı  $\frac{9}{5}$  olmak üzere, ABC üçgeninin çevresi 15 ise,  $|BC|$  aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\frac{48}{5}$  B) 8 C) 6  
D)  $\frac{24}{5}$  E) 5

22.

$n \times n$  ( $n \geq 7$ ) satranç tahtasında oynanan iki kişilik bir oyunda Ahmet'in bir, Betül'ün ise iki taşı vardır. İlk olarak Ahmet taşını  $n^2$  kareden birine yerleştirir. Sonra Betül, tahtanın kenarlarındaki karelerden boş olan ikisine taşlarını yerleştirir. Taşlar yerleştirildikten sonra Ahmet ile başlayarak sıra ile hamle yaparlar. Ortak bir kenara sahip iki kareye komşu kareler diyelim. Ahmet, hamle sırası kendine geldiğinde taşını bulunduğu kareden ya boş olan bir komşu kareye ya da tahtanın kenarındaki karelerden birinde bulunuyorsa tahtanın dışına çıkarır. Betül ise, her iki taşını da buldukları karelerden komşu karelere sürer. Betül'ün taşlarını sürdüğü karelerden birinde Ahmet'in taşı varsa Betül Ahmet'in taşını yer ve oyunu kazanır. Taşını, yenmeden tahtanın dışına çıkartabildiği taktirde ise, oyunu Ahmet kazanır. Ahmet'in oyunu kazanmasını garanti etmek için taşını ilk başta yerleştirebildiği karelerin sayısı nedir?

- A)  $2n-1$       B)  $4(n-1)$       C)  $(n-2)^2$   
D)  $n^2$       E) 0

23.

Bir ABC üçgeninde A açısının iç açıortayı ile [BC] nin kesişim noktası D; [CB ışını üzerinde  $|DE|=|DB|+|BE|$  özelliğinde bir nokta E; A, D, E noktalarından geçen çemberin AB doğrusunu ikinci kez kestiği nokta F ile gösterilmek üzere,  $|BE|=|AC|=7$ ,  $|AD|=2\sqrt{7}$  ve  $|AB|=5$  ise,  $|BF|$  nedir?

- A)  $\sqrt{10}$       B) 3      C)  $2\sqrt{2}$   
D)  $\sqrt{7}$       E)  $\frac{7\sqrt{5}}{5}$

24.

Bir torbada 3'ü mavi 22'si siyah toplam 25 top vardır. Ahmet, 1 ile 25 arasında bir n tamsayısı seçer. Betül, torbadan birer birer ve geriye koymaksızın rasgele n tane top seçer. Çekilen n toptan tam olarak ikisi maviyse ve bunlardan ikincisi n inci sırada çekilmişse Ahmet, aksi halde ise, Betül oyunu kazanır. Oyunu kazanma olasılığını mümkün olduğu kadar yükseltmek için, Ahmet hangi n sayısını seçmelidir?

- A) 23      B) 13      C) 12      D) 11      E) 2

25.

$$x^3 \cdot 3^{\frac{1}{x^3}} + \frac{1}{x^3} \cdot 3^{x^3} = 6 \text{ denkleminin kaç farklı}$$

gerçek çözümü vardır?

- A) 3  
B) 2  
C) 0  
D) Sonsuz çoklukta  
E) Hiçbiri

26.

ABCD bir dışbükey dörtgen,  $m(\hat{C})=m(\hat{D})=90^\circ$ , CD doğrusuna C noktasında teğet olan ve A, B noktalarından geçen çember ile [AD] nin kesişim noktası E olmak üzere,  $|BC|=20$  ve  $|AD|=16$  ise,  $|CE|$  nedir?

- A) 10      B)  $7\sqrt{2}$       C)  $4\sqrt{5}$   
D)  $6\sqrt{2}$       E) 9

27.

m sütun ve n satırı olan bir satranç tahtasında iki kişilik bir oyun oynanıyor. Her iki oyuncunun da birer taşı olup, başlangıçta birinci oyuncunun taşı tahtanın sol üst köşesindeki, ikinci oyuncunun ise, tahtanın sağ alt köşesindeki karededir. Ortak bir kenara sahip iki kare komşu sayılmak üzere, hamle sırası gelen oyuncu, taşını bulunduğu karenin komşularından birine sürer. Sürdüğü karede diğer oyuncunun taşı varsa, onu yiyerek oyun dışı bırakır. Oyunu, diğer oyuncunun taşını yiyen veya taşını, diğer oyuncunun taşının başlangıçta bulunduğu sıraya önce ulaştıran oyuncu kazanır. İlk hamleyi birinci oyuncu yaparsa, aşağıdaki (m, n) sıralı ikililerinden hangisi için ikinci oyuncunun oyunu kazanmasını garanti eden bir strateji vardır?

- A) (998, 1998)      B) (997, 1998)  
C) (1998, 1998)      D) (1998, 1997)  
E) Hiçbiri

28.

$f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$  fonksiyonu her  $x, y \in \mathbb{R}^+$  için,

$$f(x)+f(y)=f(x).f(y)+1-\frac{1}{xy} \text{ koşulunu sağlıyor ve}$$

$f(2) < 1$  ise,  $f(3)$  değeri nedir?

- A) 1  
B)  $\frac{4}{3}$   
C)  $\frac{2}{3}$   
D) Verilenlerden tek bir  $f(3)$  değeri belirlenemez.  
E) Verilen koşulları sağlayan bir f fonksiyonu yoktur.

29.

$\square$  birim kareyi göstermek üzere, istenilen sayıda,  $\square$  ve en çok bir tane  $\square$  kullanılarak aşağıdaki  $n$  tamsayılarından hangisi için  $n \times n$ 'lik bir satranç tahtası kaplanamaz?

- A) 100 B) 99 C) 98 D) 97 E) 96

30.

$\sqrt{x+1998} + \sqrt{x+1998} + \sqrt{x+1997} + \sqrt{x+1997} + \dots + \sqrt{x+1} + \sqrt{x+1} = y$  denklemini sağlayan kaç  $(x, y)$  sıralı tamsayı ikilisi vardır?

- A) 3996 B) 1998 C) 1  
D) 0 E) Sonsuz çoklukta

31.

$\sqrt{x+4\sqrt{x-4}} - \sqrt{x+2\sqrt{x-1}} = 1$  denkleminin farklı gerçel çözümlerinin sayısı nedir?

- A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

32.

Kenar uzunluğu 4 olan bir ABCD karesinde E, [AB] kenarının orta noktasıdır. M noktası [AC] üzerinde olmak üzere, |EM|+|MB| toplamını tamsayı yapan kaç farklı M noktası vardır?

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

33.

[BC] çaplı bir çemberin bu çapına dik olan bir kirişi [AD], AC ve CD yaylarının orta noktaları sırasıyla E ve F,  $AD \cap BE = \{G\}$ ,  $AF \cap BC = \{H\}$  olmak üzere,  $m(\widehat{AC}) = \alpha$  ise, BHG açısının  $\alpha$  cinsinden ölçüsü aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\frac{180-2\alpha}{3}$  B)  $15 + \frac{\alpha}{2}$  C)  $\alpha - 30$   
D)  $60 - \frac{\alpha}{3}$  E)  $90 - \frac{\alpha}{2}$

34.

a, b, c, d rasyonel sayılar ve  $a > 0$  olmak üzere,  $an^3 + bn^2 + cn + d$  sayısı her  $n \geq 0$  tamsayısı için bir tamsayı oluyorsa, a'nın alabileceği en küçük değer nedir?

A)  $\frac{1}{6}$

B)  $\frac{1}{2}$

C) 1

D) Böyle bir en küçük değer yoktur.

E) Hiçbiri

35.

ABC bir üçgen;  $|BC| > |BA|$  ve D bu üçgenin iç bölgesinde  $m(\widehat{ABD}) = m(\widehat{DBC})$  koşulunu sağlayan bir nokta olmak üzere,  $m(\widehat{BDC}) = 150^\circ$  ve  $m(\widehat{DAC}) = 60^\circ$  ise,  $m(\widehat{BAD})$  kaç derecedir?

- A) 80 B) 75 C) 60 D) 50 E) 45

36.

10 elemanlı bir kümenin, hiçbiri bir diğerinin alt kümesi olmayacak şekilde en çok kaç alt kümesi bulunur?

- A) 1024 B) 420 C) 252 D) 210 E) 126