Sabancı Üniversitesi

Sabancı Üniversitesi
Matematik Kulübü 5. Liseler Arası
Matematik Yarışması
1. AŞAMA

SABANCI ÜNİVERSİTESİ MATEMATİK KULÜBÜ

5. LİSELER ARASI MATEMATİK YARIŞMASI

1. AŞAMA

15 MART 2013 CUMA
BAŞLANGIÇ: 14:00
BİTİŞ: 16:00

Ad:	
Soyad:	
Yarışma No:	

AÇIKLAMALAR

1. Bu kitapçıkta çoktan seçmeli 20 adet soru bulunmaktadır. Soruların puan değeri aynı olup 2 yanlış, 1 doğruyu götürecektir.
2. E şıkkında (-) görülen tüm sorularda; bu "sorunun cevabı şıklarda yok", "şıklarda birden çok doğru yanıt var", "verilen bilgilerle soru çözülemez" anlamına gelir.
3. Cep telefonu ve hesap makinesi kullanımı sınav süresince yasaktır.
4. Sınav süresince soru sormak yasaktır.
5. Bu aşamada en yüksek puanı alan 20 kişi yarışmanın ikinci aşamasına katılmaya hak kazanacaktır.
6. Cevaplarınızı size verilen optik formlara işaretlemeniz beklenmektedir. Soru kitapçığına yapılan işaretlemeleriniz dikkate alınmayacaktır.
7. Cevap anahtarına işaretlemeniz için ek süre verilmeyecektir.
8. Yarışma esnasında salondan dışarı çıkmak yasaktır. Ancak, acil durumlarda gözetmen eşliğinde yarışmacının salondan ayrılmasına izin verilecektir.
9. Sorularla ilgili herhangi bir itirazınızı **mathclub@sabanciuniv.edu** adresine, en geç 15 Mart 2013 Cuma günü saat 22:00'a kadar iletebilirsiniz.
10. Sabancı Üniversitesi Matematik Kulübü puanlamayla ilgili herhangi bir değişiklik yapma hakkını saklı tutar.
11. 1. Aşama sonuçları **www.sabanciuniv.edu** adresinden duyurulacaktır.

Sabancı Üniversitesi Matematik Kulübü 5. Liseler Arası Matematik Yarışması – 1. Aşama

1-) Eğer p ve $p+2$ ifadeleri asal sayı ise, bu iki sayı "ikiz asal sayı"dır. Buna göre n ile $n+30$ arasında en fazla kaç tane birbirinin ikizi olmayan asal sayı olabilir?

A) 4 **B)** 5 **C)** 6 **D)** 7 **E)** –

2-) a, b, c doğal sayılar olmak üzere aşağıdaki ifadelerden hangisi $a^2+b^2+c^2$ şeklinde yazılamaz?

A) 529157 **B)** 355286 **C)** 712149

D) 438455 **E)** –

3-) $x+4.y = z.w$

$z+w = 2.x.y$

denklem sisteminin pozitif tam sayılardaki çözüm kümesi kaç elemanlıdır?

A) 1 **B)** 4 **C)** 8 **D)** 12 **E)** –

4-) Elimizde $A(l) = l^2 - 10l + 1$ uzunluğunda iki ve $B(l) = 3l^2 - 2l + 7$ uzunluğunda iki olmak üzere toplam 4 adet çubuk var. Bu 4 çubuğun boyları, verilen denklemlerle ifade edilmiştir.

A uzunluklu çubuklar birbirine paralel, B uzunluklu çubuklar birbirine paralel olacak şekilde oluşturulacak olan maksimum alanlı dörtgenin alanı S_1'dir.

Daha sonra A ve B çubuklarından birer tanesi birleştirilip, ortadan kesiliyor. Aynı şekilde, diğer A ve B çubukları da birleştirilip kesiliyor. Elde ettiğimiz yeni 4 parça çubuğun oluşturacağı karenin alanı da S_2 oluyor.

$S_1 = S_2$ ise, A çubuğunun uzunluğu kaç olabilir?

A) 13,5 **B)** 18,25 **C)** 6,25 **D)** 8,75 **E)** –

5-) x, y ve z gerçel sayılar olmak üzere;

$$x^2 + y^2 = z$$
$$x^4 + y^4 = z$$
$$x^6 + y^6 = z$$

denklem sisteminin çözüm kümesi kaç elemanlıdır?

A) 5 **B)** 9 **C)** 13 **D)** 21 **E)** –

6-) a, b ve c rasyonel sayıları için $a + b + c = 3$ ise, $a^b . b^c . c^a$ ifadesinin alabileceği en büyük değer kaçtır?

A) 1 **B)** 1,5 **C)** 2 **D)** 2,5 **E)** –

7-) Ali ve Ayşe çifti, diğer üç çiftle beraber bir partiye katılıyorlar. Kimse kendi eşinin elini sıkmamak ve bir kişiyle birden fazla tokalaşmamak şartıyla el sıkışıyorlar. Tokalaşma bittiğinde Ali herkese eşi dahil kaç kişiyle tokalaştığını soruyor ve herkesten farklı yanıt alıyor. Buna göre, Ayşe kaç kişinin elini sıkmıştır?

A) 2 **B)** 3 **C)** 4 **D)** 5 **E)** –

8-) a ve b reel sayılar olmak üzere;

$$a + b = 1$$
$$a^2 + b^2 = 2$$

olduğuna göre, $a^7 + b^7$ kaçtır ?

A) $\frac{51}{8}$ **B)** $\frac{61}{8}$ **C)** $\frac{71}{8}$ **D)** $\frac{81}{8}$ **E)** –

9-) Ali, 1x1'lik birim karelerden oluşan 2x2'lik bir tablo oluşturuyor. Daha sonra bu tablodaki köşe noktaları işaretlenip, kenarlar siliniyor. Böylece 9 nokta elde ediliyor. Ali bu noktaları elini kaldırmadan hepsini düz çizgilerle birleştiriyor. Bu işlemi yaparken Ali'nin geçtiği noktalara *dolu nokta* diyoruz. Ali, şeklini oluştururken herhangi üç doğrusal noktanın başındaki ve sonundaki noktaları birleştirebilmesi için bu üç noktanın ortalarındaki noktanın *dolu nokta* olması gerekmektedir.

Buna göre Ali'nin oluşturacağı şekildeki çizgiler, baştaki 9 noktadan farklı olan kaç noktada kesişir? (Ali'nin oluşturacağı şekil, Android model şifrelemesindeki gibi)

A) 5 **B)** 7 **C)** 8 **D)** 12 **E)** –

10-) Enes, 1x1'lik birim karelerden oluşan 2x2'lik bir tablo oluşturuyor. Daha sonra bu tablodaki köşe noktaları işaretlenip, kenarlar siliniyor. Böylece 9 nokta elde ediliyor. Enes bu noktalardan ortadaki nokta ile başlayarak, elini kaldırmadan bu noktalardan dört tanesini düz çizgilerle birleştiriyor. Bu işlemi yaparken Enes'in geçtiği noktalara *dolu nokta* diyoruz. Enes, şeklini oluştururken herhangi üç doğrusal noktanın başındaki ve sonundaki noktaları birleştirebilmesi için bu üç noktanın ortalarındaki noktanın *dolu nokta* olması gerekmektedir.

Buna göre Enes'in oluşturabileceği kaç farklı 4 *dolu noktalı* şekil vardır? (Enes'in oluşturacağı şekil, Android model şifrelemesindeki gibi)

A) 244 **B)** 248 **C)** 256 **D)** 268 **E)** –

11-) Bir ABC üçgeninin içerisinde bir P noktası alıyoruz. AP doğrusu $|BC|$'yi F noktasında, BP doğrusu $|AC|$'yi D noktasında, CP doğrusu ise $|AB|$'yi E noktasında kesiyor.
$|DP| = |EP| = |FP| = 3$ ve $|AP| + |BP| + |CP| = 43$ olduğuna göre, $|AP|.|BP|.|CP|$ çarpımı kaçtır?

A) 387 **B)** 421 **C)** 430 **D)** 441 **E)** –

12-) $x^2 - 8x - 2 = 0$ denkleminin reel kökleri a ve b dir. Buna göre, a ve b'ye bağlı olarak verilen $a^4 + a^3.b - 8a^3 + 2.a^2.b + a - 3b - 3$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 121 **B)** -47 **C)** -27 **D)** 15 **E)** –

13-) $|AB| \perp |BC|$ olmak üzere bir ABC dik üçgeni veriliyor. ABC üçgeninin ağırlık merkezi G, iç teğet çemberinin merkezi I'dır. $|GI| \,//\, |BC|$ olduğuna göre, $\frac{|GI|}{|AB|}$ oranı kaçtır?

A) $\frac{1}{3}$ **B)** $\frac{1}{6}$ **C)** $\frac{1}{9}$ **D)** $\frac{1}{12}$ **E)** –

14-) Bilgisayarına 8 haneli bir şifre koyan Kamil, şifreyi hatalı girdiğinde yardım ekranı olarak; "Rakamların toplamı 17 ve ilk dört rakamın toplamı 6" şeklinde hatırlatıcı bir mesaj yazıyor. Kamil'in bilgisayarını karıştırmak isteyen annesi, şifrenin yardım mesajını okuyor. Buna göre bilgisayarın şifresi, Kamil'in annesi tarafından en fazla kaç deneme yaptıktan sonra bulunabilir? (Şifre sadece rakam içeriyor ve Kamil'in annesi şifrenin 8 haneli olduğunu biliyor.)

A) $\binom{8}{4}.\binom{12}{4}$ **B)** $\binom{7}{4}.\binom{15}{4}$ **C)** $\binom{9}{4}.\binom{14}{4}$

D) $\binom{10}{4}.\binom{13}{4}$ **E)** –

15-) Bir ABC üçgeni ve üçgenin çevrel çemberi çiziliyor. Üçgenin B ve C noktalarından geçen ve çevrel çembere o noktalarda teğet olan doğrular, D noktasında kesişiyor. Daha sonra $|BC|$ 'nin üzerinde, $|BM| = |MC|$ olacak şekilde bir M noktası alınıyor. $m(\widehat{DAC}) = 20°$ olduğuna göre, $m(\widehat{BAM})$ açısı kaç derecedir?

A) 10 **B)** 20 **C)** 30 **D)** 40 **E)** –

16-) 10 adet kırmızı ve 10 adet beyaz topu, her kutuda tam olarak 2 top kalması şartıyla, 10 adet kutuya kaç farklı şekilde dağıtabiliriz? (Toplar özdeş olarak verilmiştir.)

A) 8953 **B)** 5753 **C)** 7693 **D)** 5752 **E)** –

17-) Çeşitkenar bir ABC üçgeni için, $|AB|$, $|BC|$ ve $|AC|$ kenarlarının orta noktalarından geçen çemberin merkezine M diyelim. Aynı ABC üçgeninin ağırlık merkezi G, çevrel çemberinin merkezi O ise, $\frac{|GM|}{|MO|}$ oranı kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ **B)** $\frac{1}{3}$ **C)** $\frac{1}{4}$ **D)** 1 **E)** –

18-) x, y ve z birbirinden farklı tam sayılar olmak üzere, $x^2 + y^2 + z^2 = 2.x.y.z$ eşitliğini sağlayan kaç farklı (x, y, z) üçlüsü vardır?

A) 1 **B)** 2 **C)** 4 **D)** Sonsuz **E)** –

19-) Bir ikizkenar ABC üçgeninin açıları arasında $m(\widehat{ABC})$ = $m(\widehat{ACB})$ = $2.m(\widehat{BAC})$ bağıntısı vardır. Bu durumda, $|BC|.|AC|$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşit olur?

A) $|AB|^2 - |BC|^2$ **B)** $|AB|^2 + |BC|^2$ **C)** $|AB| - |BC|$

D) $|AB| + |BC|$ **E)** –

20-) Yaşar, iki basamaklı bir X sayısını; a, b, c, d tamsayılar ve $\{a, b\} \neq \{c, d\}$ olmak üzere $X = a^2 + 2b^2 = c^2 + 2d^2$ şeklinde yazabiliyor. Ayrıca, X sayısının 40'tan kesin olarak küçük olduğu biliniyor. Buna göre, X sayısının alamayacağı kaç değer vardır?

A) 8 **B)** 12 **C)** 19 **D)** 20 **E)** –

Sabancı Üniversitesi Matematik Kulübü 5. Liseler Arası Matematik Yarışması – 1. Aşama

İletişim: mathclub@sabanciuniv.edu