

11 – Zar Oyunu (Cevap: 106460465616/55653455787)

Atılan son zar n ve ondan önceki zar n 'den büyük veya eşit olduğunda oyunu kazanma olasılığımızı $P(n)$ ile gösterelim. Oyunun başında kazanma olasılığımızı $P(12)$ olarak kabul edebiliriz. Bir elde atılan zarların toplamının 2 olma olasılığı $1/36$, 3 olma olasılığı $2/36$, ..., 7 olma olasılığı $6/36$, ..., 12 olma olasılığı $1/36$ 'dır. $P(2)$ 'yi hesaplamaya çalışalım.

- $1/36$ olasılıkla 2 atar ve olasılığı tekrar $P(2)$ 'ye getiririz.
- $2/36$ olasılıkla 3 atarız. Bundan sonra;
 - $1/36$ olasılıkla 2 atar ve oyunu tekrar $P(2)$ 'ye getiririz.
 - $2/36$ olasılıkla 3 atar ve oyunu $P(3)$ 'e getiririz.
 - $33/36$ olasılıkla 3'ten büyük bir zar atar ve oyunu kaybederiz.
- ...
- $6/36$ olasılıkla 7 atarız. Bundan sonra;
 - $1/36$ olasılıkla 2 atar ve oyunu tekrar $P(2)$ 'ye getiririz.
 - $2/36$ olasılıkla 3 atar ve oyunu $P(3)$ 'e getiririz.
 - ...
 - $6/36$ olasılıkla 7 atar ve oyunu kazanırız.
 - $15/36$ olasılıkla 7'den büyük bir zar atar ve oyunu kaybederiz.
- ...

O halde;

$$P(2) = \frac{1}{36}P(2) + \frac{2}{36} \left(\frac{1}{36}P(2) + \frac{2}{36}P(3) \right) + \dots + \frac{6}{36} \left(\frac{1}{36}P(2) + \dots + \frac{6}{36} \cdot 1 \right) + \dots$$

Benzer şekilde olasılıklar yazılır ve oluşan denklem sistemi çözülürse;

```
Solve[1296 P2 == 71 P2 + 70 P3 + 99 P4 + 120 P5 + 130 P6 + 90 P7 + 75 P8 + 40 P9 + 18 P10 + 6 P11 + P12 + 36 &&
1296 P3 == 69 P2 + 138 P3 + 99 P4 + 120 P5 + 130 P6 + 90 P7 + 75 P8 + 40 P9 + 18 P10 + 6 P11 + P12 + 36 &&
1296 P4 == 66 P2 + 132 P3 + 198 P4 + 120 P5 + 130 P6 + 90 P7 + 75 P8 + 40 P9 + 18 P10 + 6 P11 + P12 + 36 &&
1296 P5 == 62 P2 + 124 P3 + 186 P4 + 248 P5 + 130 P6 + 90 P7 + 75 P8 + 40 P9 + 18 P10 + 6 P11 + P12 + 36 &&
1296 P6 == 57 P2 + 114 P3 + 171 P4 + 228 P5 + 285 P6 + 90 P7 + 75 P8 + 40 P9 + 18 P10 + 6 P11 + P12 + 36 &&
1296 P7 == 51 P2 + 102 P3 + 153 P4 + 204 P5 + 255 P6 + 90 P7 + 75 P8 + 40 P9 + 18 P10 + 6 P11 + P12 + 216 &&
1296 P8 == 46 P2 + 92 P3 + 138 P4 + 184 P5 + 230 P6 + 276 P7 + 230 P8 + 40 P9 + 18 P10 + 6 P11 + P12 &&
1296 P9 == 42 P2 + 84 P3 + 126 P4 + 168 P5 + 210 P6 + 252 P7 + 210 P8 + 168 P9 + 18 P10 + 6 P11 + P12 &&
1296 P10 == 39 P2 + 78 P3 + 117 P4 + 156 P5 + 195 P6 + 234 P7 + 195 P8 + 156 P9 + 117 P10 + 6 P11 + P12 &&
1296 P11 == 37 P2 + 74 P3 + 111 P4 + 148 P5 + 185 P6 + 222 P7 + 185 P8 + 148 P9 + 111 P10 + 74 P11 + P12 &&
1296 P12 == 36 P2 + 72 P3 + 108 P4 + 144 P5 + 180 P6 + 216 P7 + 180 P8 + 144 P9 + 108 P10 + 72 P11 + 36 P12,
{P2, P3, P4, P5, P6, P7, P8, P9, P10, P11, P12}]

{{P2 -> 115502118987577, P3 -> 243419775195317, P4 -> 21812760880537,
P5 -> 880527134317, P6 -> 80364927451, P7 -> 94406724113, P8 -> 207398933487,
P9 -> 5724355430952, P10 -> 477029619246, P11 -> 318019746164, P12 -> 1113069111574,
P9 -> 211141113777, P10 -> 106296174774, P11 -> 106460465616, P12 -> 106460465616}}}
```

$P(12)$ değeri aradığımız cevaptır.