



Soru çözümlerinde ya da konuyu açıklayan kısımlarda gördüğünüz hatalar ya da şöyle olsaydı daha iyi olurdu diye olumlu olumsuz her türlü eleştirinizi emreorhan44@gmail.com adresinden bana iletebilirsiniz.

TELESKOBİK TOPLAMLARLA İLGİLİ SORU ÇÖZÜMLERİ

Hazırlayan: EMRE ORHAN (e44)

TELESKOBİK TOPLAM SORULARIYLA İLGİLİ PRATİK BİR YÖNTEM

Hazırlayan: EMRE ORHAN (e44)

Bir öğretmen arkadaşımın sorusu üzerine bu pratik yolu paylaşma ihtiyacı istedim.Çünkü bazı durumlarda soruyu teleskobik toplama çevirmek baya zaman alıyor.Umarım ilgilenenlere faydası olur.Şimdiden iyi çalışmalar.

Öncelikle soruyla başlayayım,bana sorulan soru aşağıdaki soruydu.Aslında bilinen bir soruydu ama bu sorunun üzerinden ulaştığım (büyük bir ihtimal bilinen bir şeydir) pratikliği,hiç bilmeden keşfetmenin mutluluğunu yaşamış biri olarak paylaşıyorum sizlerle.

SORU

$$\frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56} + \frac{1}{72} + \frac{1}{90} = ?$$

ÇÖZÜM:

İlk başta payda eşitlemek geliyor insanın aklına ama işin içinden çıkılacak gibi değil.Daha sonra paydadaki sayılara dikkat edilirse ardışık sayıların çarpımı oldukları görülür.

$$\frac{1}{4.5} + \frac{1}{5.6} + \frac{1}{6.7} + \frac{1}{7.8} + \frac{1}{8.9} + \frac{1}{9.10}$$

paydadaki sayıların arasındaki farkın 1 olmasından hareketle,

$$\frac{1}{4.5} = \frac{1}{4} - \frac{1}{5}$$

$$\frac{1}{5.6} = \frac{1}{5} - \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{6.7} = \frac{1}{6} - \frac{1}{7}$$

$$\frac{1}{7.8} = \frac{1}{7} - \frac{1}{8}$$

$$\frac{1}{8.9} = \frac{1}{8} - \frac{1}{9}$$

$$\frac{1}{9.10} = \frac{1}{9} - \frac{1}{10}$$

Taraf tarafa toplama yapılırsa,cevabın $\frac{1}{4} - \frac{1}{10} = \frac{3}{20}$ olur.Şimdi biz gelelim bu tarz

toplamların nasıl genelleceğine.Genellemeye geçmeden,durumu birkaç soru tipiyle örneklendirelim.

SORU:

$$\frac{1}{21} + \frac{1}{77} + \frac{1}{165} + \frac{1}{285} = ?$$

ÇÖZÜM:

Payda eşitlemenin ne kadar kısa bir yöntem olacağını(☺) belirtmeme gerek yok herhalde.Şaka bir yana ,payda da yer alan sayılara dikkatli bakarsak,

$$21=3.7$$

$$77=7.11$$

$$165=11.15$$

$$285=15.19$$

$$\frac{1}{3.7} + \frac{1}{7.11} + \frac{1}{11.15} + \frac{1}{15.19}$$

Payda da yer alan sayılar arasındaki farkın 4 olduğuna dikkat ediniz.

$$\frac{1}{3 \cdot 7} = \frac{1}{3} - \frac{1}{7} = \frac{4}{21}$$

$$\frac{1}{7 \cdot 11} = \frac{1}{7} - \frac{1}{11} = \frac{4}{77}$$

$$\frac{1}{11 \cdot 15} = \frac{1}{11} - \frac{1}{15} = \frac{4}{165}$$

$$\frac{1}{15 \cdot 19} = \frac{1}{15} - \frac{1}{19} = \frac{4}{285}$$

Buradan, dikkatli bakılırsa bizden ifadenin aslında,

$$\frac{1}{4} \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{11} + \frac{1}{11} - \frac{1}{15} + \frac{1}{15} - \frac{1}{19} \right) \text{dur.}$$

$$\frac{1}{4} \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{19} \right) = \frac{1}{4} \cdot \frac{16}{57} = \frac{4}{57}$$

Olur cevabımız.

İfadeyi genellersek;

$$\frac{1}{a \cdot (a+4)} = \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{a+4} \right) \text{ Buradaki } \frac{1}{4} \text{ parantezine almamızın nedeni } (a+4) - a = 4$$

olmasıdır. Bu pratikten hareketle birkaç sonuca ulaşalım.

$$\frac{1}{a \cdot (a+1)} = \frac{1}{a} - \frac{1}{a+1}$$

$$\frac{1}{a \cdot (a+2)} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{a+2} \right)$$

$$\frac{1}{a \cdot (a+3)} = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{a+3} \right)$$

payda ardışık iki sayının çarpımı olarak verildiğinde pratik parçalama yöntemi anlaşılmuştur diye örnekleri burda kesiyorum

Eğer ifade ardışık 3 sayının çarpımı şeklinde verilseydi,

$$\frac{1}{a.(a+1).(a+2)} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{a.(a+1)} - \frac{1}{(a+1).(a+2)} \right)$$

buradaki 2 sayısı, $(a+2) - a = 2$ den dolayı gelmektedir.

Üç sayı olduğundan önce ilk ikiyi, sonra son ikiyi aldığımıza dikkat ediniz.

Eğer, ifademiz

$$\frac{1}{a.(a+1).(a+2).(a+3)} \text{ olsaydı}$$

$(a+3) - a = 3$ olduğundan

$$\frac{1}{a.(a+1).(a+2).(a+3)} = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{a.(a+1).(a+2)} - \frac{1}{(a+1).(a+2).(a+3)} \right) \text{ olurdu.}$$

paydayı parçalarken, önce baştan ilk 3 terimi, sonra sondan 3 terimi aldığımıza dikkat ediniz.

Peki ifademiz,

$$\frac{1}{a.(a+1).(a+2).(a+3).(a+4)} \text{ olsaydı,}$$

$$\frac{1}{a.(a+1).(a+2).(a+3).(a+4)} = \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{1}{a.(a+1).(a+2).(a+3)} - \frac{1}{(a+1).(a+2).(a+3).(a+4)} \right) \text{ olacağını}$$

söylemek bizim için artık çok kolaydır.

Birkaç uygulama sorusu yazıp, notumuzu bitirelim.

Uygulama Soruları

1. $\frac{1}{3} + \frac{1}{15} + \frac{1}{35} + \frac{1}{63} + \frac{1}{99} = ?$

2. $\frac{1}{10} + \frac{1}{40} + \frac{1}{88} + \frac{1}{154} + \frac{1}{238} = ?$

3. $\frac{1}{6} + \frac{1}{24} + \frac{1}{60} + \frac{1}{120} + \frac{1}{210} = ?$

4. $\frac{1}{24} + \frac{1}{120} + \frac{1}{360} + \frac{1}{840} = ?$