DENKLEM SİSTEMLERİNİ ŞEKER DAĞITARAK ÇÖZMEYE ÇALIŞMAK

Hazırlayan:EMRE ORHAN(e44)

ÇÖZÜMLÜ SORULAR

SORU 1

a>0,b>0,c>0 olmak üzere, a+b+c=10 denklemini sağlayan kaç tane (a,b,c) üçlüsü vardır?

ÇÖZÜM

Soruyu hiç koşulsu olarak 10 özdeş şeker 3 farklı kutuya kaç farklı biçimde dağıtılabilir diye düşünebiliriz?Ama koşula bakılırsa a,b,c pozitif olduğundan en az 1 şeker almalıdırlar.Onlara birer şeker verilirse denklemimiz a+b+c=7 denklemine dönüşür.Bunun karşılığı da,7 özdeş şeker 3 farklı kutuya kaç farklı biçimde dağıtılır demekle aynı şeydir.7 özdeş şekeri O,O,O,O,O,O,O ile gösterelim.3 farklı kutuya ayırmak içinde 2 tana ayraç(/,/) bize yetecektir.O zaman sorumuz

O,O,O,O,O,O,O,/,/ şeklinde resmedilebilir.Bu haliyle soruuz tekrarlı permütasyon sorusuna dönüşür ki

Cevabımız $\frac{9!}{7!.2!} = C\binom{9}{2}$=36 olur.

SORU 2

$a \geq 0, b \geq 0, c \geq 0$ olmak üzere, a+b+c=10 denklemini sağlayan kaç tane (a,b,c) üçlüsü vardır?

ÇÖZÜM

Burada sorulmak istenen a+b+c=10 denkleminin doğal sayılar kümesinde kaç çözümü olduğudur.Soruyu şeker problemine dönüştürürsek,sorulmak istenen 10 özdeş şeker,3 farklı kutuya kaç farklı biçimde dağıtılabiliri sormakla aynı şeydir.10 özdeş şekeri 0,0,0,0,0,0,0,0,0,0 biçimide,3 kutuya ayırmak için de 2 tane /,/ ayraç kullanırsak,

O,O,O,O,O,O,O,O,O,O,/,/ şeklinde resmedebiliriz.

Cevabımız $\frac{12!}{10!.2!} = C\binom{12}{2}$=66 olur.

SORU 3

a,b,c,d doğal sayılar ve $a \geq 3, b \geq 2, c \geq 1$ olmak üzere,a+b+c+d=12 denklemini sağlayan kaç tane (a,b,c,d) dörtlüsü vardır?

ÇÖZÜM

1.YOL

a=x+3,b=y+2,c=z+1 biçiminde yazılabilir.(x,y,z doğal sayılardır)

Sorumuz yeniden yazılırsa,ilk denklemimiz

a+b+c+d=x+3+y+2+z+1+d=12

x+y+z+d=6 denklemine dönüşür.Bize bu denklemin doğal sayılar kümesindeki çözüm sayısı bir diğer deyişle,6 özdeş şekerin 4 farklı kutuya kaç farklı biçimde dağıtılır? Sorusuna denktir.Sorumuzu resmedelim

O,O,O,O,O,O,/,/,/

$\frac{9!}{6!.3!} = C\binom{9}{3} = 84$ olur.

2.YOL

Sorumuzun bir başka karşılığı,

12 tane özdeş şekerin dört kutuya,kutuların birincisinde en az 3,ikincisinde en az 2,üçüncüsünde en az 1 şeker olmak koşuluyla kaç farklı biçimde dağıtılabilirdir?

6 tane özdeş şekeri kutulara koşula uygun olacak şekilde dağıttıktan sonra,kalan 6 özdeş şekerin 4 farklı kutuya koşulsuz dağılımına bakmak yeterli olacaktır.O da,yukarıda hesap edilmiştir.

3.YOL

Sorumuzun bir başka karşılığı,

$(e^3 + e^4 + e^5 + \cdots).(e^2 + e^3 + e^4 + \cdots).(e^1 + e^2 + e^3 + \cdots).(e^0 + e^1 + e^2 + \cdots)$ çarpımında e^{12} li terimin katsayısı kaçtır?

Çarpımın sonucuna E dersek,

$E = e^6.(e^0 + e^1 + e^2 + \cdots)^6$ şeklinde düzenlenir.

$$e^6.(\frac{1}{1-e})^6 = e^6.\sum_{n=0}^{\infty} C(6+r-1,r).e^r$$

r=6 seçilirse,r^{12} li terimin katsayısı C(9,6) olur.O da zaten C(9,3) lüsüne eşittir.

SORU 4

Rakamları toplamı 14 olan 1 000 000 dan küçük kaç doğal sayı vardır?

ÇÖZÜM

a,b,c,d,e,f birer rakam olmak üzere,1 000 000 dan küçük doğal sayılar abcdef şeklindedir.Bu gösterim 1 000 000 dan küçük bütün doğal sayıları göstermek için yeterlidir.Örneğin dört basamaklı sayıları 00cdef biçiminde gösterebiliriz.

a+b+c+d+e+f=14 denkleminin doğal sayılardaki çözüm sayısı,

14 özdeş şeker 6 farklı kutuya kaç farklı biçimde dağıtılır sorusunun cevabıyla aynıdır.Cevabımız C(19,5) olur.

Fakat a,b,c,d,e,f birer rakam olduğundan 10 dan küçük olmaları gerekir.

O zaman cavaba ulaşmak için tüm durumdan olmaması gereken durumları çıkarmamız gerekir.

$a \geq 10$ için a=10+x alınabilir.(x,bir doğal sayıdır)

Denklemimiz tekrar yazılırsa,

10+x+b+c+d+e+f=14

x+b+c+d+e+f=4

denkleminin doğal sayılar kümesindeki çözümleri soruluyor demektir.Bu çözümlerin sayısı,

C(9,5) lisi kadardır.Aynı durum b,c,d,e,f , içinde geçerli olduğundan sorumuzun cevabı

C(19,5)-6.C(9,5) olur.

SORU 5

a+b+c=14 koşulunu sağlayan kaç tane 3 basamaklı sayı vardır?

ÇÖZÜM

1.YOL

Öncelik sorumuzu şeker problemi gibi düşünürsek,14 özdeş şeker 3 farklı kutuya kaç farklı biçimde dağıtılabilir? Sorusuna özdeş ama dikkat edilmesi gereken bir nokta var yüzler basamağına gelecek rakam sıfır olmayacak.Tüm durumdan başa sıfırın geldiği durumları çıkarmamız gerekecek.

Tüm duruma bakarsak,14 özdeş şeker 3 farklı kutuya C(16,2)=120 farklı şekilde dağıtılır.

a,b,c birer rakam olduğundan 10dan küçük olmaları gerekmektedir.

a$\geq$ 10 için,a=10+x biçiminde yazılabilir.(x,doğal sayıdır)

a+b+c=10+x+b+c=14

x+b+c=4 olur.Buda 4 özdeş şeker 3 farklı kutuya kaç farklı biçimde dağıtılabilir demektir.O da C(6,2)=15 demektir.Aynı durum b ve c içinde söz konusu olduğundan 15.3=45 durum vardır.

Elimizde kalan durum sayısı 120-45=75 tanedir.Fakat sayımızın yüzler basamağına 0 gelemez demiştik.120 hesap ettiğimiz durumda başa 0 gelmesi de vardır.Onun için başa 0 geldiği durumları çıkarmamız gerekir.Başa 0 geldiği durumlar 095,059,086,068,077 olmak üzere 5 tanedir.O halde sorumuzun cevabı 75-5=70 dir.

2.YOL

a+b+c=14 denklemini pozitif tam sayılarda çözersek C(14-1,3-1)=C(13,2) kadardır.

a>9 şartını inceleyelim.

a=x+9 biçimindedir.(x,doğal sayıdır)

a+b+c=x+9+b+c=14

x+b+c=5 denklemini pozitif tam sayılarda çözersek C(5-1,3-1)=C(4,2) kadardır.

Aynı işlem b ve c içinde geçerli olduğundan 3.C(4,2) kadar durum söz konusudur.

Şu ana kadar C(13,2)-3.C(4,2)=78-18=60 tane sayı yazılır.Buraya kadar 0 gelme durumu hep ihmal etmiştik.Şimdi ekleyelim

0,9,5 ten 950,905,509,590 olmak üzere 4 tane,

0,8,6 dan 860,806,680,608 olmak üzere 4 tane

0,7,7 den 770,707 olmak üzere 2 tane daha sayı gelir.

Son olarak cevabımız 60+10=70 olur.

SORU 6

20 sarı,20 lacivert,20 beyaz bilye iki kişi arasında herkes 30 bilye alacak şekilde kaç farklı biçimde paylaştırılabilir?

ÇÖZÜM

1.kişinin alacağı sarı bilye sayısı a,lacivert bilye sayısı b,beyaz bilye sayısı c olmak üzere,bizden istenen

a+b+c=30 denklemini sağlayan $0 \leq a \leq 20, 0 \leq b \leq 20, 0 \leq c \leq 20$ koşuluna uygun (a,b,c) üçlülerinin sayısıdır.

2.kişi geriye kalan bilyeleri alacağı için sadece bu durumu incelemek yeterli olacaktır.

a+b+c=30 denklemin sağlayan üçlülere bakarken,30 özdeş şeker 3 farklı kutuya kaç farklı biçimde dağıtılır sorusuyla aynı şeydir.Onun cevabı C(32,2) lisi kadardır.Ama bu çözümlerin içinde bazı istenmeyen durumlarda vardır.Onları çıkarmammız gerekir.

$a \geq 21$ için bakalım.a=21+x biçimindedir.(x,doğal sayıdır)

O zaman denklem,

a+b+c=21+x+b+c=30

x+b+c=9 biçimine dönüşür ki,bunun cevabı 9 özdeş şeker 3 farklı kutuya kaç farklı biçimde dağıtılır sorusuyla aynıdır.Buranın cevabı C(11,2) kadardır.Aynı durum b ve c içinde geçerli olduğundan

İstenen cevap

C(32,2)-3.C(11,2) dir.

SORU 7

$x \geq 30, y \geq 22, z \geq 2, t \geq 2$ olmak üzere,

x+y+z+t=120 denklemini sağlayan kaç tane (a,b,c,d) dörtlüsü vardır?

ÇÖZÜM

x=30+a (a,doğal sayıdır)

y=22+b (b,doğal sayıdır)

z=2+c (c,doğal sayıdır)

t=2+d (d,doğal sayıdır)

denklemimiz tekrar yazılırsa,

x+y+z+t=30+a+22+b+2+c+2+d=120

a+b+c+d=64 olur.Bu denklemin doğal sayılardaki çözüm sayısı ile,64 özdeş şeker 4 farklı kutuya kaç farklı biçimde dağıtılabilir sorusunun cevabı aynıdır.

Cevap C(67,3) olur.

SORU 8

$1 \leq a \leq 10, b \geq 2, c \geq 3, 20 \leq d \leq 30$ olmak üzere,a+b+c+d=120 denklemini sağlayan kaç tane (a,b,c,d) dörtlüsü vardır?

ÇÖZÜM:

1.durum:Alt sınırlara göre bakalım,

$1 \leq a, 2 \leq b, 3 \leq c, 20 \leq d$ olmak üzere

a=1+x,b=2+y,c=3+z,d=20+t olacak şekilde x,y,z,t doğal sayıları vardır.

Denklemi tekrar yazarsak,

a+b+c+d=1+x+2+y+3+z+20+t=120

x+y+z+t=94 denkleminin doğal saylardaki çözüm sayısı C(97,3) kadardır.

Fakat bu çözümlerin içinde a'nın 10dan büyük olduğu,d nin 30 dan büyük olduğu durumlarda vardır onların çıkarılması gerekir.2.durumda onu yapalım

2.durum:

$a \geq 11, b \geq 2, c \geq 3, d \geq 20$

a=11+x,b=2+y,c=3+z,d=20+t olacak şekilde x,y,z,t doğal sayıları vardır.

Denklemi tekrar yazarsak,

x+y+z+t=84 denkleminin doğal sayılardaki çözüm sayısı C(87,3) kadardır.

$a \geq 1, b \geq 2, c \geq 3, d \geq 31$

a=1+x,b=2+y,c=3+z,d=31+t olacak şekilde x,y,z,t doğal sayıları vardır.

Denklemi tekrar yazarsak,

x+y+z+t=83 denkleminin doğal sayılardaki çözüm sayısı C(86,3) kadardır.

3.durum

$a \geq 11, b \geq 2, c \geq 3, d \geq 31$

a=11+x,b=2+y,c=3+z,d=31+t olacak şekilde x,y,z,t doğal sayıları vardır.

Denklemi tekrar yazarsak,

x+y+z+t=73 denkleminin doğal sayılardaki çözüm sayısı C(76,3) kadardır.

O halde sorumuzun cevabı,

C(97,3)-C(87,3)-C(86,3)+C(76,3) olur.

SORU 9

$0 \leq a \leq 10,\ 0 \leq b \leq 10,\ 0 \leq c \leq 10$ olmak üzere, a+b+c=20 denklemini sağlayan kaç tane (a,b,c) üçlüsü vardır?

ÇÖZÜM

1.durum

$\boldsymbol{a \geq 0, b \geq 0, c \geq 0}$

a+b+c=20 denkleminin doğal sayılardaki çözüm sayısı,C(22,2)

2.durum

$\boldsymbol{a \geq 11, b \geq 0, c \geq 0}$

a=11+x yazılabilir.(x,doğal sayı)

a+b+c=11+x+b+c=20

x+b+c=9 denkleminin doğal sayılardaki çözüm sayısı,C(11,2) aynı durum b ve c içinde geçerli olduğundan buradaki durum 3.C(11,2) kadardır.

İstenen durum C(22,2)-3.C(11,2)

SORU 10

$0 \leq a \leq 10,\ 0 \leq b \leq 10,\ 0 \leq c \leq 10$ olmak üzere, a+b+c=35 denklemini sağlayan kaç tane (a,b,c) üçlüsü vardır?

ÇÖZÜM

1.durum

$\boldsymbol{a \geq 0, b \geq 0, c \geq 0}$

a+b+c=35 denkleminin doğal sayılardaki çözümü C(37,2) kadardır.

2.durum

$\boldsymbol{a \geq 11, b \geq 0, c \geq 0}$

a=11+x (x,doğal sayıdır)

a+b+c=11+x+b+c=35

x+b+c=23 denkleminin doğal sayılardaki çözümü C(25,2) kadardır.Aynı durum b ve c içinde geçerli olduğundan burdaki durumların sayısı 3.C(25,2) kadardır.

3.durum

$\boldsymbol{a \geq 11, b \geq 11, c \geq 0}$

a=11+x (x,doğal sayıdır)

b=11+y (y,doğal sayıdır)

a+b+c=11+x+11+y+c=35

x+y+c=13 denkleminin doğal sayılardaki çözümü C(15,2) kadardır.Aynı durum 3 sayıdan seçilen ikisi için geçerlidir.((a,b),(b,c),(a,c)) gibi.Cevap 3.C(15,2)

4.durum

$a \geq 11, b \geq 11, c \geq 11$

a=11+x (x,doğal sayıdır)

b=11+y (y,doğal sayıdır)

c=11+z (z,doğal sayıdır)

a+b+c=11+x+11+y+11+z=35

x+y+z=2 denkleminin doğal sayılardaki çözümü C(4,2) kadardır.

Sorumuzun cevabı,

C(37,2)-3.C(25,2)+3.C(15,2)-C(4,2)

SORU 11

$5 \leq a \leq 10, b \geq 0, c \geq 0$ olmak üzere,a+b+c=25 denklemini sağlayan kaç tane (a,b,c) üçlüsü vardır?

ÇÖZÜM

1.durum

$a \geq 5, b \geq 0, c \geq 0$

a=5+x (x,doğal sayıdır)

a+b+c=5+x+b+c=25

x+b+c=20 denkleminin doğal sayılardaki çözümü C(22,2)

2.durum

$\boldsymbol{a \geq 11, b \geq 0, c \geq 0}$

a=11+x (x,doğal sayıdır)

a+b+c=11+x+b+c=25

x+b+c=14 denkleminin doğal sayılardaki çözümü C(16,2)

Cevabımız C(22,2)-C(16,2)

SORU 12

En fazla 3,5,7,9 top alan 4 kutuya 19 özdeş top kaç farklı biçimde dağıtılabilir?

ÇÖZÜM

Daha önceki sorularımızda kutulara topları dağıtıyorduk.Şimdi farklı bir teknikle çözlelim.Öncelikle bütün kutuları dolduralım.Bütün kutuları doldurduğumuzda 24 top olur kutular.İstenilen bu kutulardan 5 topu kaç farklı şekilde seçeceğimizdir.

a+b+c+d=5 sorusunun doğal sayılar kümesindeki çözümüyle,özdeş 5 şekerin 4 farklı kutuya kaç farklı biçimde dağıtılacağı sorusuna eştir.Örneğin (0,0,1,4) ifadesiyle (7,9,2,1) torbalardaki top sayısını ifade etmiş oluyoruz.

Buradan çözüm sayısı C(8,3)=56 dır.

Ancak dikkat edilmesi gereken bir durum vardır.Bu 5 topu çekerken,ilk toptan en fazla 3 top çekebileceğimizden ilk kutudan 4 top çekme ihtimalimiz ve 5 top çekme ihtimalimiz yoktur.

Bu durumlar (4,1,0,0),(4,0,1,0),(4,0,0,1) ve (5,0,0,0) olmak üzere toplam 4 tanedir.Aynı durumu denklemle de bulabiliriz.

(a+4)+b+c+d=5 denkleminin çözüm sayısı C(3,2)=3

(a+5)+b+c+d=0 denkleminin çözüm sayısı C(2,2)=1 dir.

Bu durumu çıkarmamız gerektiğinden cevabımız 56-4=52 dir.

SORU 13

648 doğal sayısı üç pozitif tam sayının çarpımı olarak kaç farklı şekilde yazılabilir?

ÇÖZÜM

648= $2^3.3^4$=$(2^a.3^x).\left(2^b.3^y\right).(2^c.3^z)$ şeklinde yazılabilir.

Buradan a+b+c=3, x+y+z=4 olur.

a+b+c=3 denkleminin çözümü C(5,2) kadadrdır.

x+y+z=4 denkleminin çözümü C(6,2) kadardır.

O halde istenen cevap,C(5,2).C(6,2)=10.15=150

SORU 14

648 sayısı 3 tam sayının çarpımı olarak kaç farklı biçimde yazılabilir?

ÇÖZÜM

Bir önceki soruda doğal sayılardaki çözümü bulduk.Tam sayılar içinde bir tane sıralı üçlü seçelim ve tüm durumları yazalım.(1,1,648) in yanısıra iki tane negatif bileşeni olan üçlüler C(3,2) kadardır.Yani her sıralı üçlü için eksta 3 durum gelmiş olur.Cevabımız 150+3.150=600

SORU 15

648 sayısı 3 farklı tam sayının çarpımı olarak kaç farklı biçimde yazılablir?(x.y.z=648 olacak şekilde kaç{x,y,z} kümesi yazılabilir demektir?)

ÇÖZÜM

Kümenin elemanları farklı olacağından öncelikle iki elemanın aynı olduğu durumu bulalım.Aslında bu durumda x.y nin tam kare olması gerekir.Dolayısıyla 648 in tam kare bölenlerini bulmak yeterlidir. $(2^2)^1.(3^2)^2$ şeklinde düşünürsek,6 tane tam kare böleni vardır.6 durrum,x.y ,y.z ve x.z ,için düşünüldüğünde 18 durum oluşur.Demek ki 150 tne sıralı üçlünün 18 tanesinde 2 bileşen aynıymış.Geriye 150-18=132 durum kalır.Örneğin {1,2,324} veya bu üçlülerle yazılan 5 diğer üçlü.Biz bu kümeye yalnız birini yazabileceğimizden 132/3!=22 tane küme yazılır.

SORU 16

648 sayısı farklı 3 doğal sayının çarpımı olarak kaç farklı şekilde yazılabilir?

ÇÖZÜM

Çözüm okuyucuya bırakılmıştır.Cevap 88

SORU 17

Rakamlarının sayı değerleri çarpımı 1024 olan 10 basamaklı kaç tane pozitif tam sayı vardır?

ÇÖZÜM

1.YOL

Sorumuzda aslında sorulan 10 tane özdeş şeker,her kutuda en fazla 3 tane olacak şekilde 10 farklı kutuya kaç farklı biçimde dağıtılır sorusudur.Bu da,

$(1+x+x^2+x^3)^{10}$ açılımda x^{10} un katsayısı istenmektedir.

C(19,9)-10.C(15,9)+45.C(11,9)=44803 tür.

2.YOL

8	4	2	1
3	-	1	6
2	-	4	4
2	1	2	5
2	2	-	6
1	-	7	2
1	1	5	3
1	2	3	4
1	3	1	5
-	5	-	5
-	4	2	4
-	3	4	3
-	2	6	2
-	1	8	1
-	-	10	-

Tabloya dikkatli bakılırsa en fazla 3 tane 8,en fazla 5 tane 4 kullanılabilir.Buradan hareketle,

$$\frac{10!}{3!.6!}+\frac{10!}{2!.4!.4!}+\frac{10!}{2!.2!.5!}+\cdots+\frac{10!}{2!.6!.2!}+\frac{10!}{8!}+\frac{10!}{10!}=44803$$

SORU 18

a+b+c+d+e+f$\leq$ 20 eşitsizliğinin negatif olmayan tam saylardaki çözümü kaç tanedir?

ÇÖZÜM

Aslında verilen eşitsizlik,

a+b+c+d+e+f+g=20 denkleminin doğal sayılardaki çözümüne eşittir.Cevap C(26,6)

SORU 19

a+b+c+d+e+f=20

a+b+c=7   denklem çiftinin negatif olmayan tam sayılarda kaç çözümü vardır?

ÇÖZÜM

a+b+c=7 ise,d+e+f=13 olur.

a+b+c=7 denkleminin çözümü C(9,2)

d+e+f=13 denkleminin çözümü C(15,2) Olur.Cevabımız C(9,2).C(15,2)

SORU 20

a+b+c+d<9 eşitsizliğini sağlayan kaç tane (a,b,c,d) doğal sayı dörtlüsü vardır?

ÇÖZÜM

Aslında sorulan,a+b+c+d+e=8 denkleminin doğal sayılardaki çözümüdür.Cevabımız C(12,4)

SORU 21

$a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_9 + a_{10} < 21$ eşitsizliğini sağlayan kaç tane $(a_1, a_2, a_3, \ldots, a_9, a_{10})$ pozitif tam sayı 10 lusu vardır?

ÇÖZÜM

Pozitif tam sayılardaki çözüm sorulduğundan,

$a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_9 + a_{10} < 11$ eşitsizliğinin çözümü sorulmaktadır.Bu da

$a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_9 + a_{10} + a_{11} = 10$ denkleminin doğal sayılar kümesindeki çözümü sorumuzun cevabıdır.C(20,10)

SORU 22

Kaç (m,n,k) pozitif tam sayı üçlüsü için 60^{100} sayısı m.n.k ile tam bölünür?

ÇÖZÜM

$60^{100} = 2^{20}.3^{10}.5^{10} = m.n.k = (2^a.3^p.5^x).\left(2^b.3^q.5^y\right).(2^c.3^r.5^z)$

Buradan a+b+c=20;

p+q+r=10

x+y+z=10 demektir.

Yani,20 özdeş şeker 4 çocuğa kaç farklı biçimde dağıtılabilir?C(23,3)

10 özdeş şeker 4 çocuğa kaç farklı biçimde dağıtılabilir?C(13,3)

Sorumuzun cevabı C(23,3).C(13,3).C(13,3)

SORU 23

$(2x+3y+4z+5)^{11}$ açılımında kaç terim vardır?

ÇÖZÜM

$(2x)^a.(3y)^b.(4z)^c.(5)^d$

a+b+c+d=11

Sorumuz aslında,11 özdeş bilye 4 çoçuğa kaç farklı biçimde dağıtılabilir sorusuna dönüştü.Cevabımız C(14,3)=363

SORU 24

İki zar aynı anda atıldığında kaç farklı sonuç olabilir?

ÇÖZÜM

X_{i}: i'ninkaç kez görüldüğü belirtmek üzere,

Elimizdeki durumları,$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$ diyelim ki bir 4,bir 5 geldi zar atılınca.elimizdeki çözüm(0,0,0,1,1,0) gelme durumunu 1 ,gelmeme durumunu 0 olarak belirttik.Diyelimki 2 kere 3 gelsin.çözümümüz (0,0,2,0,0,0) olur.Yani aslında sorulmak istenen,

$x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6=2$ denkleminin doğal sayılar kümesindeki çözüm sayısıdır.Cevabımız C(7,5)=21 dir.

SORU 25

Üç zar aynı anda atıldığında kaç farklı sonuç olabilir?

ÇÖZÜM

24.sorudaki mantıkla,

$x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6=3$ denkleminin doğal sayılardaki çözüm sayısı sorumuzun cevabıdır.Cevabımız C8,5)=56

GENELLEMELER

1.$a_1, a_2, a_3, \ldots \ldots, a_{k-1}, a_k$ doğal sayılar olmak üzere,$a_1 + a_2 + a_3 + \cdots a_{k-1} + a_k = n$ denklemini sağlayan kaç tane $(a_1, a_2, a_3, \ldots \ldots, a_{k-1}, a_k)$ sıralı k sı vardır?

ÇÖZÜM

Çözüm okuyucuya bırakılmıştır.C$\binom{n+k-1}{k-1}$

2. $a_1, a_2, a_3, \ldots \ldots, a_{k-1}, a_k$pozitif tam sayılar olmak üzere,$a_1 + a_2 + a_3 + \cdots a_{k-1} + a_k = n$ denklemini sağlayan kaç tane $(a_1, a_2, a_3, \ldots \ldots, a_{k-1}, a_k)$ sıralı k sı vardır?

ÇÖZÜM

Çözüm okuyucuya bırakılmıştır.C$\binom{n-1}{k-1}$

3. $a_1, a_2, a_3, \ldots \ldots, a_{k-1}, a_k$ doğal sayılar olmak üzere,$a_1 + a_2 + a_3 + \cdots a_{k-1} + a_k \leq n$ denklemini sağlayan kaç tane $(a_1, a_2, a_3, \ldots \ldots, a_{k-1}, a_k)$ sıralı k sı vardır?

ÇÖZÜM

Çözüm okuyucuya bırakılmıştır.C$\binom{n+k}{k}$

4. $a_1, a_2, a_3, \ldots \ldots, a_{k-1}, a_k$ pozitif tam sayılar olmak üzere,$a_1 + a_2 + a_3 + \cdots a_{k-1} + a_k \leq n$ denklemini sağlayan kaç tane $(a_1, a_2, a_3, \ldots \ldots, a_{k-1}, a_k)$ sıralı k sı vardır?

ÇÖZÜM

Çözüm okuyucuya bırakılmıştır.C$\binom{n}{k}$

5.a,b,c,d,n pozitf tam sayılar olmak üzere,$0 \leq a \leq b \leq c \leq d \leq n$ şartını sağlayan kaç tane (a,b,c,d) dörtlüsü vardır?

ÇÖZÜM

Çözüm okuyucuya bırakılmıştır.C$\binom{n+3}{4}$

6. $0 \leq a_1 \leq a_2 \leq \cdots \leq a_k \leq n$ denklemini sağlayan kaç tane $(a_1, a_2, a_3, \ldots \ldots, a_{k-1}, a_k)$ sıralı doğal sayı k lısı vardır?

ÇÖZÜM

Çözüm okuyucuya bırakılmıştır.C$\binom{n+k}{k}$

7. $m \leq a_1 \leq a_2 \leq \cdots \leq a_k \leq n$ denklemini sağlayan kaç tane $(a_1, a_2, a_3, \ldots \ldots, a_{k-1}, a_k)$ sıralı doğal sayı k lısı vardır?

ÇÖZÜM

Çözüm okuyucuya bırakılmıştır.C$\binom{n-m+k}{k}$

8. n,m$\in Z^+$ ve $m \leq n$ olmak üzere,n sayısı m tane pozitif tam sayının toplamı olarak kaç farklı biçimde yazılabilir?

ÇÖZÜM

Çözüm okuyucuya bırakılmıştır.C$\binom{n-1}{m-1}$