

TAM KARE ve TAM KÜP (L. Gökçe)

1. Aşağıdaki ifadelerin bir tam kare olmasını sağlayan m değerini bulunuz

a) $x^2 + 6x + m$ b) $x^2 - 14x + m$

c) $x^2 - 11x + m$ d) $x^2 + 7x + m$

e) $4x^2 - 12x + m$ f) $3x^2 + 5x + m$

2. Aşağıdaki ifadelerin bir tam küp olmasını sağlayan m, n değerini bulunuz

a) $x^3 + 6x^2 + mx + n$ b) $x^3 - 9x^2 + mx + n$

c) $x^3 - x^2 + mx + n$ d) $x^3 + 4x^2 + mx + n$

3. Aşağıdaki ifadelerin en küçük değerini ve her bir ifadenin en küçük değerini almasını sağlayan x gerçel sayısını bulunuz

a) $x^2 + 10x + 3$ b) $x^2 - 16x + 153$

c) $2x^2 - 5x + 7$ d) $4x^2 + 6x + 5$

4. Aşağıdaki ifadelerin en büyük değerini ve her bir ifadenin en büyük değerini almasını sağlayan x gerçel sayısını bulunuz

a) $-x^2 + 8x + 23$ b) $-2x^2 - 11x + 4$

c) $\frac{12}{x^2 - 14x + 53}$ d) $\frac{5}{x^2 + 9x + 21}$

5. Aşağıdaki ifadelerin minimum değerini ve her bir ifadenin minimum değerini almasını sağlayan x, y, z gerçel sayılarını bulunuz

a) $4x^2 + 9y^2 - 4x + 6y + 23$

b) $x^2 + y^2 - xy - 3y$

c) $5x^2 + 25y^2 + 10z^2 - 6xz + 20xy - 14z$

d) $x^2 + 13y^2 + 17z^2 - 4xy + 24yz + 4z - 5$

e) $x^2 + y^2 + z^2 - xy - \frac{yz}{2} - z$

6. Aşağıdaki denklemleri tam kareye tamamlama yöntemiyle çözünüz

a) $x^2 - 8x + 3 = 0$ b) $x^2 + 10x - 7 = 0$

c) $2x^2 - x - 5 = 0$ d) $3x^2 + 2x - 2 = 0$

e) $2x^2 + 3x + 2 = 0$ e) $9x^2 + 6x + 1 = 0$

7. a ve b birer tamsayı olmak üzere aşağıdaki her bir denklemin reel kökü $a + \sqrt[3]{b}$ şeklinde ise $a \cdot b$ değerini bulunuz

a) $x^3 + 3x^2 + 3x + 14 = 0$

b) $x^3 - 6x^2 + 12x + 15 = 0$

c) $x^3 + 12x^2 + 48x - 6 = 0$

d) $x^3 - 15x^2 + 75x - 468 = 0$

8. Aşağıda verilen denklemleri çözünüz

a) $x^2 + xy + \frac{5}{4}y^2 + 6y + 9 = 0$

b) $x^2 + 3xy + \frac{5}{2}y^2 - y + 1 = 0$

c) $x^2 + 5y^2 + 10z^2 - 4xy - 6yz - 10z = -25$

d) $x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - 4z + 6 = 0$

9. Aşağıda verilen her bir x değeri için yanında verilen ifadenin değerini bulunuz.

a) $x = \sqrt[3]{5} - 1$ ise $x^3 + 3x^2 + 3x + 13$

b) $x = \sqrt[3]{4} + 3$ ise $x^3 - 9x^2 + 27x + 17$

c) $x = \sqrt[4]{3} - 1$ ise $x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 19$

d) $x = -\sqrt[4]{9} + 7$ ise $x^2 - 14x + 100$

e) $x = \sqrt[6]{9} - 4$ ise $x^3 + 12x^2 + 48x$

10. a, b, c, d gerçel sayıları

$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 - ab - bc - cd - d + \frac{2}{5} = 0$$

eşitliğini sağlıyorsa a kaçtır?

11. $a^2x^2 + \sqrt{x - 2\sqrt{5}} + 4 = 4ax$ denkleminin en az bir x gerçel çözümünün olmasını sağlayan a değeri nedir?

12. Aşağıdaki ifadeleri çarpanlara ayırınız

a) $a^4 + a^2 + 1$ b) $a^4 + 2a^2 + 9$

c) $a^4 + a^2 + 25$ d) $4a^4 + 13a^2 + 25$

13. Aşağıdaki ifadeleri çarpanlara ayırınız

a) $x^4 - 12x^2 + 16$ b) $4x^4 - 33x^2 + 9$

c) $x^4 + 64$ d) $x^4 + 4y^4$

14. Aşağıdaki ifadeleri çarpanlara ayırınız

a) $x^3 + 15x^2 + 75x + 189$

b) $65x^3 - 6x^2 + 12x - 8$

c) $x^3 + 18x^2 + 108x - 127$

d) $26x^3 + 3x^2 - 3x + 1$

15. $x^4 + 4$ ifadesinin bir asal sayı olmasını sağlayan kaç x tamsayısı vardır?

16. x bir tamsayı ve $x^3 - 2x^2 + 2x - 4$ sayısını tam bölen 2 farklı pozitif tamsayı olduğuna göre x in alabileceği kaç farklı değer vardır?

17. $|x^3 - 6x^2 + 12x - 35|$ ifadesini kalansız bölebilen 4 farklı tamsayı olmasını sağlayan kaç x tamsayısı vardır?

18. Gerçel sayılarda tanımlı

$f(x) = x^4 - 4x^3 + 3x^2 + 2x + 2$ fonksiyonu veriliyor.

a) fonksiyonun en küçük değeri kaçtır?

b) fonksiyonun en küçük değerini alabilmesini sağlayan x gerçel sayılarının çarpımı kaçtır?

19. x bir gerçel sayı olmak üzere $x(x-2)(x+8)(x+10)$ ifadesi veriliyor.

- a) Bu ifadenin minimum değeri nedir?
b) İfadenin minimum olmasını sağlayan x değerlerinin toplamı nedir?

20. n tamsayısının kaç farklı değeri için $n^4 + 4n^3 + 3n^2 - 2n + 7$ sayısı asaldır?

- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) Sonsun çoklukta

21. x bir gerçel sayı olmak üzere,

$x(x+4)(x+8)(x+12)$ ifadesinin alabileceği en küçük değer kaçtır?

- a) -240 b) -252 c) -256 d) -260 e) -280

22. x, y, z gerçel sayılar olmak üzere

$2x^2 + 5y^2 + 10z^2 - 2xy - 4yz - 6zx + 3$ ifadesinin alabileceği en küçük değer nedir?

- a) 0 b) 3 c) -3 d) 1 e) Hiçbiri

23. Aşağıdaki işlemlerin sonucunu bulunuz

a) $\sqrt{7+2\sqrt{12}} + \sqrt{12-2\sqrt{27}}$

b) $\sqrt{13+6\sqrt{5}} - \sqrt{9-4\sqrt{5}}$

c) $\sqrt{81+56\sqrt{2}} + \sqrt{81-56\sqrt{2}}$

d) $\sqrt{14+5\sqrt{3}} + \sqrt{14-5\sqrt{3}}$

e) $\sqrt{12-3\sqrt{7}} - \sqrt{12+3\sqrt{7}}$

24. Aşağıdaki işlemlerin sonucunu bulunuz

a) $\sqrt[3]{25+10\sqrt{5}} + \sqrt[3]{25-10\sqrt{5}}$

b) $\sqrt[3]{20+14\sqrt{2}} + \sqrt[3]{20-14\sqrt{2}}$

c) $\sqrt[3]{18+5\sqrt{13}} + \sqrt[3]{18-5\sqrt{13}}$

25. Aşağıdaki denklemlerin kökü kaçtır?

a) $\sqrt[3]{5+\sqrt{x}} + \sqrt[3]{5-\sqrt{x}} = \sqrt[3]{25}$

b) $\sqrt[3]{14+\sqrt{x}} + \sqrt[3]{14-\sqrt{x}} = 4$

26. Aşağıdaki işlemlerin sonucunu bulunuz

a) $\sqrt[4]{193+132\sqrt{2}} + \sqrt[4]{193-132\sqrt{2}}$

b) $\sqrt[4]{217-104\sqrt{3}} - \sqrt[4]{217+104\sqrt{3}}$

c) $\sqrt[6]{99+70\sqrt{2}} + \sqrt[6]{99-70\sqrt{2}}$

d) $\sqrt[6]{576+256\sqrt{5}} - \sqrt[6]{576-256\sqrt{5}}$

27. $A = \sqrt[6]{208-120\sqrt{3}}$ sayısının ondalık gösteriminde virgülden sonraki ilk rakam nedir?

- a) 4 b) 5 c) 6 d) 7 e) 8

28. $B = \sqrt[3]{2+\sqrt{5}}$ ise $10 \cdot B$ sayısına en yakın tamsayı kaçtır?

29. $(3+2\sqrt{2})^4$ sayısına en yakın tamsayı kaçtır?

30. $(2+\sqrt{5})^5$ sayısından küçük olan en büyük tamsayı kaçtır?

31. $A = (\sqrt{19} + \sqrt{17})^{12}$ sayısının ondalık kısmı B ise $A \cdot (1-B)$ sayısı kaçtır?

32. $A = (4 + \sqrt{15})^{2013}$ sayısının ondalık kısmı B ise $A \cdot (1-B)$ sayısı kaçtır?

33. $x^4 - 3x^2y^2 + y^4 = 15$, $x^2 + xy - y^2 = 5$ ise $x^2 - y^2$ kaçtır?

34. $x^4 + x^2y^2 + y^4 = 24$ ve $x^2 - xy + y^2 = 6$ eşitliklerini sağlayan x, y reel sayıları için $|x^3 + y^3|$ ifadesinin değeri kaçtır?

a) $6\sqrt{3}$ b) $3\sqrt{3}$ c) $5\sqrt{6}$ d) $3\sqrt{6}$ e) $5\sqrt{2}$

35. $(3 - \sqrt{8})^6 = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$ eşitliğini sağlayan x doğal sayısının 9 ile bölümünden kalan kaçtır?

a) 8 b) 5 c) 7 d) 0 e) 1

36. $x^4 - 3x^3 + 13x^2 - 33x + 22 = 0$ denkleminin gerçel köklerinin toplamı kaçtır?

37. $x^4 + 3x^3 + 5x^2 + 21x - 14 = 0$ denkleminin gerçel köklerinin çarpımı kaçtır?

38. $x^4 - 11x^3 - 44x^2 - 88x + 64 = 0$ denkleminin gerçel köklerinin çarpımı kaçtır?

39. $x^4 - 7x^3 + 14x^2 - 14x + 4 = 0$ denkleminin gerçel köklerinin toplamı nedir?

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

40. $x \neq -2$ ise $x^3 + 6x^2 + 7x - 2 = 0$ eşitliğini sağlayan x gerçel sayılarının toplamı kaçtır?

41. $a \neq -1$ ise $a^4 + 4a^3 + a^2 - 6a - 4 = 0$ eşitliğini sağlayan en küçük a gerçel sayısı kaçtır?

42. $a \neq -1$ olmak üzere, a gerçel sayısı,

$a^5 + 5a^4 + 10a^3 + 3a^2 - 9a - 6 = 0$ eşitliğini sağlıyorsa, $(a+1)^3$ nedir?

43. Aşağıdaki denklemi sağlayan x gerçel sayıları, sayı doğrusu üzerinde $[a, b]$ şeklinde bir aralık oluşturduğuna göre, $a+b$ nedir?

$$\sqrt{x-1-2\sqrt{x-2}} + \sqrt{x+7-2\sqrt{9x-18}} = 2$$

44. $\sqrt{x+1-4\sqrt{x-3}} + \sqrt{x+6-6\sqrt{x-3}} = 1$ denklemini sağlayan kaç x gerçel sayısı vardır?

a) 3 b) 4 c) 6 d) 7 e) Hiçbiri