

BÖLÜNEBİLME – OBEB – OKEK – EUCLİD’İN ALGORİTMASI ve EULER’İN φ (PHİ) FONKSİYONU (L. Gökçe)

1. Aşağıda verilen ifadelerin bir tamsayı belirtmesini sağlayan n tamsayılarının sayısını bulunuz.

a) $\frac{n^2+1}{n+5}$

b) $\frac{2n^2+71}{n-3}$

c) $\frac{n^3+52}{n-2}$

d) $\frac{2n^3-15}{n+4}$

2. Aşağıda verilen ifadelerin bir tamsayı belirtmesini sağlayan pozitif n tamsayılarının sayısını bulunuz.

a) $\frac{n^2+2n+7}{n+3}$

b) $\frac{n^2+5n-1}{n-4}$

c) $\frac{n^3-3n+20}{n+2}$

d) $\frac{n^3+n^2+16}{n-1}$

e) $\frac{n^3-3n^2+20}{n+2}$

3. Aşağıdaki işlemlerin sonucunun bir tamsayı olmasını sağlayan n pozitif tamsayılarının sayısını bulunuz.

a) $\frac{1200}{2n-7}$

b) $\frac{4n+2}{3n-1}$

c) $\frac{5n-3}{2n+3}$

d) $\frac{n^2+10}{2n+3}$

e) $\frac{n^2+3}{3n+1}$

f) $\frac{n^3+1}{2n-3}$

4. 25 basamaklı $A = 777 \dots 7$ sayısı veriliyor. $A^3 + 2 \cdot A$ sayısının 9 ile bölümünden kalan kaçtır?

5. Aşağıda bazı sayıların onluk tabanda yazılışları verilmiştir. a ve b birer rakam olmak üzere istenen bölünebilme özelliklerini sağlayan kaç tane (a, b) ikilisi vardır?

a) $2a3b$ sayısı 18 ile tam bölünüyor

b) $3a71b$ sayısı 15 ile tam bölünüyor

c) $a182b$ sayısı 22 ile tam bölünüyor

d) $a36b$ sayısı 45 ile tam bölünüyor

e) $5a0b$ sayısı 12 ile tam bölünüyor

f) $a2a7b$ sayısı 44 ile tam bölünüyor

g) $a28b$ sayısı 24 ile tam bölünüyor

h) $57911ab$ sayısı 20 ile tam bölünüyor

6. $6a79b$ beş basamaklı sayısı 72 ile tam bölünebildiğine göre $a+b$ nedir?

7. abc üç basamaklı bir sayı ve x bir rakam olmak üzere $abc \cdot 153 = 801x2$ ise $a \cdot b \cdot c$ kaçtır?

8. Kaç n tamsayısı için n^3+4 , n^2-n+1 sayısı ile bölünür?

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) Sonsuz çoklukta

9. n^3+11 sayısının, n^2+2n+4 ile bölünebilmesini sağlayan kaç n tamsayısı vardır?

10. Kaç farklı n tamsayısı için, $\frac{5n-17}{3n-5}$ bir tamsayı olur?

- a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4

11. Ardışık 17 tamsayının toplamı aşağıdakilerden hangisi olamaz?

- a) 68 b) 85 c) 102 d) 119 e) Hiçbiri

12. n tamsayısının kaç farklı değeri için, her biri n ile bölünebilen ve toplamları 1221 olan 30 pozitif tamsayı bulunabilir?

- a) 4 b) 5 c) 8 d) 10 e) Hiçbiri

13. $4^n + n$ sayısının $2^n + n$ ile tam bölünebilmesini sağlayan negatif olmayan kaç n tamsayısı vardır?

14. $m \cdot 2^n = 8^n + 4m + n + 4$ denklemini sağlayan kaç (m, n) pozitif tamsayı ikilisi vardır?

- a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4

15. $m \cdot 3^n = 27^n - 2m + n^2 + 57$ denklemini sağlayan kaç (m, n) pozitif tamsayı ikilisi vardır?

- a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4

16. d tamsayısının kaç farklı değeri için, her biri d ile bölünebilen ve toplamları 999 olan 49 pozitif tamsayı bulunabilir?

- a) 2 b) 3 c) 4 d) 6 e) 8

17. n bir pozitif tamsayı ise, $\frac{2^n + n + 13}{(n-1)! + 1}$ ifadesi kaç farklı tamsayı belirtir?

18. a, b birer rakamdır. $2a33b$ sayısının 24 ile bölümünden kalan 19 olacak şekilde kaç tane 5 basamaklı sayı yazılabilir?

19. a, b birer rakamdır. $a29b$ sayısının 75 ile bölümünden kalan 43 olacak şekilde kaç tane 4 basamaklı sayı yazılabilir?

20. a, b birer rakamdır. $4a09b1$ sayısının 1375 ile bölümünden kalan 546 ise $a + b^2$ nedir?

21. abc üç basamaklı sayısı 1001 iler aralarında asaldır. Altı basamaklı $abcabc$ sayısının pozitif bölen sayısı 40 ise $a + b + c$ toplamı nedir?

22. abc üç basamaklı sayısı 1001 iler aralarında asaldır. Altı basamaklı $abcabc$ sayısının tam bölenlerini sayısı 32 ise abc en az kaç olabilir?

23. m, n pozitif tamsayılarının en büyük ortak böleni (m, n) ile gösterilir. Buna göre aşağıdaki ifadelerin alabileceği değerleri hesaplayınız

- a) $(2n-1, 2n+1)$ b) $(2n, 2n+2)$
c) $(n, 3n+4)$ d) $(2n-1, 3n+2)$
e) $(6n+3, 4n+2)$ f) $(n^2-9, n+3)$

24. m, n pozitif tamsayılarının en büyük ortak böleni (m, n) ile gösterilir. Buna göre aşağıdaki ifadelerin alabileceği değerleri hesaplayınız

- a) $(n^2 + 1, n)$ b) $(n^2 + n - 5, n - 1)$
c) $(n^2 - 10, n + 1)$ d) $(n^2 + 4n - 17, n + 1)$

25. Aşağıdaki eşitliklerde d kaçtır?

- a) $d = (666, 738)$ b) $d = (9180, 8730)$

26. $2^{18} - 1$ ve $2^{30} - 1$ sayılarının pozitif ortak bölenlerinin toplamı kaçtır?

27. $2^{91} - 1$ ve $2^{63} - 1$ sayılarının her ikisini de bölen kaç pozitif tamsayı vardır?

28. $a > b$ aralarında asal pozitif tamsayılar ise aşağıdaki ifadelerin alabileceği değerleri bulunuz

- a) $(a - b, a + b)$ b) $(2a + b, a + 2b)$
c) $(a + b, ab)$ d) $(a + b, a^2 + b^2)$
e) $(a - b, a^2 + ab + b^2)$

29. Pozitif tamsayılarda tanımlı $a_n = n^2$ ve $b_n = n^2 + 3n + 3$ dizileri veriliyor. Ayrıca $d_n = (a_n, b_n)$ dizisi tanımlanıyor. d_n nin kaç farklı terimi vardır?

30. $a_n = n^2 + 5, (n = 1, 2, 3, \dots)$ dizisi verilsin. Her n için a_n ve a_{n+1} sayılarının *OBEB*'i d_n ile gösterilsin. d_n nin alabileceği en büyük değer nedir?

- a) 15 b) 30 c) 25 d) 27 e) 21

31. 100 den küçük kaç tane n pozitif tamsayısı için, $n + 11$ ve $n^2 + 12n - 6$ ifadelerinin 1 den büyük ortak böleni vardır?

- a) 8 b) 9 c) 7 d) 6 e) 5

32. 2013 den küçük kaç tane n pozitif tamsayısı için $n + 3$ ve $n^2 + 7n + 47$ ifadelerinin 3 ten büyük ortak böleni vardır?

- a) 632 b) 633 c) 634 d) 635 e) 636

33. Toplamları 2013 olan n tane sayının *OKEK*'i 91 ise n en az kaçtır?

- a) 27 b) 28 c) 29 d) 30 e) Hiçbiri

34. Birbirinden farklı olması gerekmeyen ve toplamları 1350 olan 23 pozitif tamsayının *OKEK*'inin alabileceği en küçük değer rakamları toplamı kaçtır?

- a) 12 b) 10 c) 9 d) 6 e) 5

35. Her n pozitif tamsayısı için aşağıdaki kesirlerin indirgenemez (sadeleştirilemez) olduğunu ispatlayınız

- a) $\frac{20n+1}{12n+1}$ b) $\frac{21n+4}{14n+3}$

36. 1000 den küçük kaç n pozitif tamsayısı için $\frac{4n+2}{5n+1}$ kesri sadeleştirilebilir?

a) 669 b) 668 c) 667 d) 666 e) Hiçbiri

37. Her bir $m \in \{2,3,4,\dots,20\}$ değeri için $\frac{4n+5m-1}{m}$ kesrinin sadeleşmez olmasını

sağlayan en küçük n pozitif tamsayısı nedir?

38. $3n+1$ ve $70!$ sayılarının aralarında asal olmasını sağlayan en küçük n pozitif tamsayısı nedir?

39. $\frac{3n+11+13}{11}, \frac{3n+12+14}{12}, \frac{3n+13+15}{13}$
..., $\frac{3n+54+56}{54}, \frac{3n+55+57}{55}$ kesirlerinin

hiçbiri sadeleşmeyecek biçimde alınan n doğal sayılarının en küçüğünün rakamlarının toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

a) 7 b) 8 c) 9 d) 10 e) 11

40. $\frac{m(n+3)-1}{m(n+3)+n+2}$ kesri sadeleşecek şekilde

kilde kaç tane (m, n) pozitif tamsayı çifti bulunur?

a) 0 b) 1 c) 2 d) 4 e) Sonsuz çoklukta

41. x, y pozitif tamsayılarının *OKEK*'i ile *OBEB*'i sırasıyla $[x, y]$ ve (x, y) ile gösterilir. $[x, y] - (x, y) = x + y + 13$ denklemini sağlayan kaç (x, y) ikilisi vardır?

42. $[x, y] + (x, y) = x + y + 4$ denklemini sağlayan kaç tane (x, y) pozitif tamsayı ikilisi vardır?

43. Aşağıdaki her bir n değeri için n den küçük ve n ile aralarında asal pozitif tamsayıların sayısını bulunuz

a) $n = 12$ b) $n = 20$ c) $n = 81$ d) $n = 343$

e) $n = 504$ f) $n = 2^4 \cdot 3^3 \cdot 5 \cdot 11^2$

44. $\{1,2,3,\dots,300\}$ kümesinin elemanlarından kaç tanesi 2, 3, 5 sayılarından hiçbirine bölünmez?

45. $\{1,2,3,\dots,1540\}$ kümesinin elemanlarından kaç tanesi 2, 5, 7, 11 sayılarından en az birine bölünür?

46. $f(x) = \frac{1}{4^x + 2}$ fonksiyonu verilsin.

1111 den küçük ve 1111 ile aralarında asal olan pozitif k tamsayıları için,

$$a_k = f\left(\frac{k}{1111}\right) + f\left(\frac{1111-k}{1111}\right)$$

sayılarının toplamı kaçtır?

47. $\varphi(n)$, Euler'in phi fonksiyonu olmak üzere, aşağıdaki denklemleri çözünüz

a) $\varphi(n) = 5$ b) $\varphi(n) = 12$ c) $\varphi(n) = 16$

48. n den küçük n ile aralarında asal olan tam olarak 20 tane pozitif tamsayı bulunmasını sağlayan kaç n pozitif tamsayısı vardır?

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) Hiçbiri