



TÜRKİYE BİLİMSEL VE TEKNOLOJİK ARAŞTIRMA KURUMU
BİLİM İNSANI DESTEKLEME DAİRE BAŞKANLIĞI
ULUSAL MATEMATİK OLİMPİYATI
BİRİNCİ AŞAMA DENEME SINAVI
Soru kitapçığı türü
A
24 Haziran 2011 Cuma, 13.00-15.30

ÖĞRENCİNİN ADI – SOYADI:
T.C. KİMLİK NO:
OKULU:

SINAVLA İLGİLİ UYARILAR:

- Bu sınav çoktan seçmeli 36 sorudan oluşmaktadır.
- Cevap kağıdınıza size verilen soru kitapçığının türünü gösteren harfi işaretlemeyi unutmayınız.
- Her sorunun sadece bir doğru cevabı vardır. Doğru cevabınızı cevap kağıdınızdaki ilgili kutucuğu tamamen karalayarak işaretleyiniz.
- Her soru eşit değerde olup, dört yanlış cevap bir doğru cevabı götürecektir.
- Sınavda herhangi bir yardımcı materyal, pergel, cetvel, hesap makinesi gibi yardımcı araçlar kullanılması yasaktır. Soru kitapçığındaki boşlukları karalama yapmak için kullanabilirsiniz.
- Sınav süresince görevlilerle konuşulması ve soru sorulması, öğrencilerin birbirlerinden kalem, silgi vb. şeyler istemeleri yasaktır.
- Sınav sırasında kopya çeken, çekmeye teşebbüs eden ve kopya verenlerin kimlikleri sınav tutanağına yazılacak ve bu kişilerin sınavları geçersiz sayılacaktır.
- Sınav salonundan ayrılmadan önce cevap kağıdınızı görevlilere teslim etmeyi unutmayınız.

Haz: Lokman GÖKÇE

NOT: Metin içinde kullanılan bazı gösterimlerin anlamları aşağıda verilmiştir.

AB	A ve B noktalarından geçen doğru
$[AB]$	A ve B noktalarını birleştiren doğru parçası
$ AB $	$[AB]$ nin uzunluğu
$m(ABC)$	ABC açısının ölçüsü
$\llbracket x \rrbracket$	x gerçel sayısını aşmayan en büyük tamsayı

1. $ABCD$ dışbükey dörtgeninin köşegenleri E noktasında kesişmektedir. $|AD| = |DB| = 5$, $|EB| = 2$ ve $m(ADB) = 2.m(ACB)$ ise, $|AE| \cdot |EC|$ kaçtır?

- a) 16 b) 15 c) 10 d) 18 e) 20

2. $\frac{18!}{8} + 17^{18}$ sayısının 19 ile bölümünden kalan kaçtır?

- a) 16 b) 12 c) 10 d) 9 e) 8

3. $\sqrt[4]{376+168\sqrt{5}} + \sqrt[4]{376-168\sqrt{5}}$ ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- a) 10 b) 8 c) 7 d) 6 e) 5

4. Hileli bir zarın üzerinde 1 den 6 ya kadar sayılar yazılmıştır. Zarın yüzeyindeki bir sayının üst yüze gelme olasılığı, bu sayı ile ters orantılıdır. İki kişi sırasıyla zar atarak, üst yüze 6 getirenin kazanabileceği bir oyunu oynuyor. Üst yüze 6 gelene kadar zar atmaya devam edilecektir. Birinci oyuncunun bu oyunu kazanma olasılığı kaçtır?

- a) $\frac{145}{284}$ b) $\frac{147}{284}$ c) $\frac{149}{284}$ d) $\frac{151}{284}$ e) Hiçbiri

9. Düzlemde $|AB|=12$, $|CD|=10$ olacak şekilde dört farklı A, B, C, D noktası veriliyor. AB ve CD doğrularının kesişimi O olmak üzere $m(\angle AOC) = 60^\circ$ ise $|AC|+|BD|$ toplamının alabileceği en küçük tamsayı değeri kaçtır?

- a) 19 b) 18 c) 16 d) 14 e) Hiçbiri

10. a, b, c, d farklı pozitif tamsayılar olmak üzere $(ac-bd)^2 + (ad+bc)^2$ ifadesinin alabileceği en küçük değer kaçtır?

- a) 90 b) 221 c) 200 d) 125 e) 109

11. $a_1 = 1$ ve $n \geq 1$ için $a_{n+1} = \frac{1}{1 + \frac{1}{a_n}}$ şeklinde tanımlanan (a_n) dizisi veriliyor. m, n

aralarında asal pozitif tamsayılar olmak üzere $a_1 \cdot a_2 + a_2 \cdot a_3 + a_3 \cdot a_4 + \dots + a_{2011} \cdot a_{2012}$ toplamının değeri $\frac{m}{n}$ ise $m + n$ kaçtır?

- a) 4096 b) 4027 c) 4025 d) 4023 e) 4002

12. 1'den 1000'e kadar olan sayılar sırasıyla bir çember etrafına yazılıyor. 1'den başlanarak her 15. sayı işaretleniyor. (Yani 1, 16, 31, ... vs) İşaretlenmiş bir sayıya gelene kadar bu işleme devam ediliyor. Geriye kaç tane işaretlenmemiş sayı kalır?

- a) 800 b) 785 c) 740 d) 635 e) 600

13. ABC üçgeninin yükseklikleri arasında $h_a : h_b : h_c = 35 : 40 : 56$ oranı olduğuna göre $m(B)$ kaç derecedir?

- a) 105 b) 120 c) 60 d) 75 e) 45

14. $\frac{1}{119}$ sayısının ondalık açılımında virgülden sonraki n inci rakam a_n olduğuna göre, $a_{242} + a_{243} + a_{244}$ toplamının değeri nedir?

- a) 8 b) 12 c) 15 d) 18 e) 23

15. $x^4 - 4x^3 + 14x^2 - 20x - 24 = 0$ denkleminin gerçel köklerinin toplamı kaçtır?

- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) Hiçbiri

16. Bir tren vagonunda 17 sıra, her sırada 4 koltuk vardır. En az iki sırada yolcuların yerleşim şeklinin aynı olmasını garantilemek için vagona en az kaç yolcu alınmalıdır?

- a) 67 b) 47 c) 40 d) 34 e) 33

25. $m(A) = 45^\circ$ olan ABC üçgeninin çevrel çemberinin yarıçapı R ve diklik merkezi H ise, $|AH|/R$ oranı nedir?

- a) $\sqrt{2}$ b) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ c) $\frac{3}{\sqrt{2}}$ d) $2\sqrt{2}$ e) Veriler yetersizdir

26. x, y, z tamsayılar olmak üzere $x^6 + y^6 - z^6$ sayısı 16 ile bölündüğünde kaç farklı kalan elde etmek mümkündür?

- a) 8 b) 7 c) 6 d) 9 e) Hiçbiri

27. $4x^4 - ax^3 + bx^2 - cx + 5 = 0$ denkleminin pozitif reel kökleri r_1, r_2, r_3, r_4 olmak üzere, bu kökler arasında $\frac{r_1}{2} + \frac{r_2}{4} + \frac{r_3}{5} + \frac{r_4}{8} = 1$ eşitliği vardır. Buna göre denklemin en büyük kökü ile en küçük kökünün oranı kaçtır?

- a) 4 b) 3 c) $\frac{4}{3}$ d) $\frac{8}{3}$ e) 2

28. $\{1, 2, 3, \dots, 2011, 2012\}$ kümesinden n tane eleman seçiliyor. Bu seçim nasıl yapılırsa yapılsın, seçilen sayılar arasında en az bir tane aralarında asal tamsayı çifti olmasını sağlayan en küçük n sayısı kaçtır?

- a) 1009 b) 1008 c) 1005 d) 1006 e) 1007

29. $m(\angle AOB) = 90^\circ$ olmak üzere $|OA| = |OB| = 12$ yarıçaplı ve O merkezli çeyrek çember yayı üzerinden rastgele P, Q noktaları alınıyor. $\widehat{AP} + \widehat{PQ} + \widehat{QB} = 90^\circ$ ve $\text{Alan}(APQBO) = 108$ ise $|AP| + |PQ| + |QB|$ toplamının alabileceği kaç farklı gerçel sayı değeri vardır?

- a) Sonsuz çoklukta b) 4 c) 2 d) 0 e) Hiçbiri

30. (x_n) dizisi, $x_1 = 11$, $x_2 = 31$ ve $n \geq 3$ için $x_n = 5x_{n-1} - 6x_{n-2}$ şeklinde tanımlanıyor. x_{121} teriminin 13 ile bölümünden kalan kaçtır?

- a) 0 b) 3 c) 9 d) 11 e) Hiçbiri

31. $\sum_{n=1}^{120} \left\lfloor \frac{17n}{121} \right\rfloor$ toplamının sonucu kaçtır?

- a) 1020 b) 960 c) 900 d) 977 e) 943

32. 5 farklı oyuncak 3 çocuğa, her çocuk en az bir oyuncak almak şartıyla kaç farklı şekilde dağıtılabilir?

- a) 6 b) 21 c) 75 d) 120 e) 150

33. Dışbükey bir $ABCDE$ beşgeninde $|AB|=|AE|=2$, $|CD|=3$, $|BC|+|DE|=3$ veriliyor. $m(ABC)+m(DEA)=180^\circ$ ise $ABCDE$ beşgenin alanı en fazla kaç olabilir?

- a) 6 b) 7 c) 8 d) 9 e) 12

34. n bir tamsayı olmak üzere 3^n sayısı, $1.3.5...97.99$ çarpımının bir çarpanı ise n nin en büyük değeri nedir?

- a) 33 b) 30 c) 28 d) 26 e) 25

35. $\sum_{n=1}^{29} n!(n^2+n+1)$ sayısının sondan kaç basamağında 9 vardır?

- a) 11 b) 10 c) 9 d) 8 e) 7

36. Tahtaya $1, 4, 9, 16, \dots, 400$ tam kare sayıları yazılmıştır. Her defasında rastgele iki sayı silinip bunların yerine toplamlarının a eksiği tahtaya yazılıyor. Tahtada bir sayı kalana kadar bu işleme devam ediliyor. Tahtada kalan son sayı 2775 ise a kaçtır?

- a) 10 b) 7 c) 5 d) 8 e) Veriler yetersizdir