

GEOMETRİK HESAPLAMALAR – 2 (L. Gökçe)

1. $|AB|=11$, $|AC|=19$, $|BC|=20$ olan ABC üçgeninde $[BC]$ üzerinden bir D noktası alınıyor. $|BD|=12$ ise $|AD|$ kaçtır?

2. $m(\widehat{BAC})=90^\circ$ olan ABC üçgeninin $[AH]$ yüksekliği üzerinden bir D noktası alınıyor. $[BH]$ üzerinden de $m(\widehat{CDM})=90^\circ$ olacak şekilde bir M noktası alınıyor. Aşağıdaki her bir durum için $\frac{|BM|}{|MD|}$ oranını bulunuz.

a) $|AD|=|DH|$ b) $3|AD|=2|DH|$

3. $|AB|=4$, $|BC|=10$ olan ABC üçgeninde A dan çizilen kenarortayın uzunluğu 6 ise $|AC|$ kaçtır?

4. $|AB|=12$, $|BC|=10$ olan ABC üçgeninde $[BC]$ kenarının orta noktası D dir. $[AB]$ üzerinden $|BE|=3|AE|$ olacak şekilde bir E noktası alınıyor. $|ED|=7$ ise $|AC|$ kaçtır?

5. $|AC|=20$, $|BC|=21$ olan ABC üçgeninin $[AC]$, $[BC]$ kenarları üzerinden sırasıyla D , E noktaları alınıyor. $|AD|=5$, $|BE|=13$, $|DE|=17$ ise

a) $|AB|$ kaçtır? b) $Alan(ABED)$ kaçtır?

6. $m(\widehat{BAC})=90^\circ$ olan ABC üçgeninin içinden $m(\widehat{BPC})=m(\widehat{CPA})=m(\widehat{APB})$ olacak şekilde bir P noktası alınıyor. $|PA|=4$, $|PB|=7$ ise $|PC|$ kaçtır?

7. Aşağıda kenar uzunlukları verilen her bir üçgenin alanını, iç teğet çemberinin yarıçapını, çevrel çemberinin yarıçapını bulunuz

a) 17, 25, 28 b) 13, 14, 15

c) 10, 24, 26 d) 12, 16, 20

8. Aşağıda kenar uzunlukları verilen her bir üçgenin alanını ve dış teğet çemberlerinin yarıçaplarını bulunuz

a) 10, 17, 21 b) 6, 7, 8 c) 6, 8, 10

9. $A(ABC)^2 = r \cdot r_a \cdot r_b \cdot r_c$ eşitliğini ispatlayınız.

10. $\frac{1}{r} = \frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c}$ eşitliğini ispatlayınız.

11. Dış teğet çemberlerinin yarıçapları sırasıyla 3, 10, 15 olan üçgenin alanı nedir?

12. İki kenarı 10, 17 ve bu kenarlar arasındaki açısı geniş açı olan üçgenin alanı 84 ise, üçüncü kenar uzunluğu kaçtır?

13. Yarıçapları 6, 8 ve r olan üç çember birbirine ikişer ikişer dıştan teğettir. Köşeleri bu çemberlerin merkezleri olan üçgenin alanı 84 ise r kaçtır?

14. Kenarları 17, 25, 28 olan ABC üçgeni bir DEF üçgeninin iç bölgesindedir. Ayrıca $AB \parallel DE$, $AC \parallel DF$, $BC \parallel EF$ dir. Paralel doğrular arasındaki uzaklık 3 olduğuna göre DEF üçgeninin

a) iç teğet çemberinin yarıçapı nedir?

b) alanı nedir?

15. Dış teğet çemberlerinin yarıçapları sırasıyla 2, 3, 6 olan üçgenin kenar uzunluklarının çarpımı kaçtır?

16. $|AB|=4$, $|BC|=16$ olan ABC üçgeninde $[BC]$ üzerinden bir D noktası alınıyor. $|BD|=6$ ve $|AD|=5$ ise ABC üçgeninin alanını bulunuz.

17. $m(\widehat{BAC})=90^\circ$ olan ABC üçgeninin alanı $14\sqrt{10}$ dur. $[AH]$ bir yükseklik olmak üzere $2|BH|=5|CH|$ ise $|BC|$ kaçtır?

18. $m(\widehat{BAC})=90^\circ$ olan ABC üçgeninin bir yüksekliği $[AH]$ olmak üzere $4|BH|=9|CH|$ veriliyor. ABH ve ACH üçgenlerinin çevrel çemberlerinin yarıçapları sırasıyla R_1 , R_2 ise R_1 / R_2 kaçtır?

19. $|AB|=9$, $|BC|=12$ olan $ABCD$ dikdörtgeninin $[AB]$ kenarı üzerinden $|AE|=4$ olacak şekilde bir E noktası alınıyor. A , E , C noktalarından geçen çemberin yarıçapı kaçtır?

20. $|AB|=11$, $|AC|=19$, $|BC|=20$ olan ABC üçgeninin $[BC]$ kenarı üzerinden $|BD|=12$ olacak şekilde bir D noktası alınıyor. ABD ve ACD üçgenlerinin iç teğet çemberlerinin yarıçaplarının oranı kaçtır?

21. Kenar uzunluğu 2 birim olan $ABCD$ karesinin merkezi O noktasıdır. $[BC]$ kenarının orta noktası E olmak üzere A , O , E noktalarından geçen çemberin yarıçapı kaçtır?

22. $|AB|=7$, $|BC|=12$, $|CA|=13$ olan bir ABC üçgeninin $[BC]$ kenarı üstünde yer alan D noktası $|BD|=5$ koşulunu sağlıyor. r_1 ve r_2 sırasıyla, ABD ve ACD üçgenlerinin iç teğet çemberlerinin yarıçapları ise, r_1 / r_2 nedir?

23. Yüksekliklerinin uzunlukları 3, 4 ve 6 birim olan bir üçgenin çevre uzunluğu kaç birimdir?

Kenar uzunlukları a, b, c olan herhangi bir ABC üçgeninin yarı çevresi $u = (a+b+c)/2$, iç teğet çemberinin yarıçapı r , çevrel çemberinin yarıçapı R , dış teğet çemberlerinin yarıçapları da r_a, r_b, r_c olsun. İç teğet çemberin merkezi I , dış teğet çemberlerin merkezleri I_a, I_b, I_c , çevrel çemberin merkezi de O ile gösterilir.

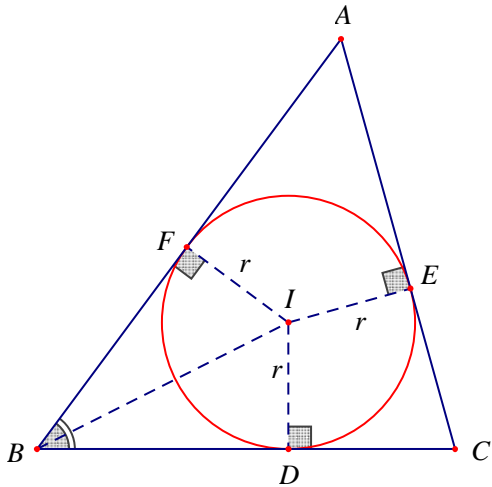
Bu durumda aşağıdaki alan bağıntıları vardır.

Heron Formülü:

$$A(ABC) = \sqrt{u(u-a)(u-b)(u-c)}$$

İç teğet çemberin yarıçapı ile alan:

$$A(ABC) = u \cdot r$$



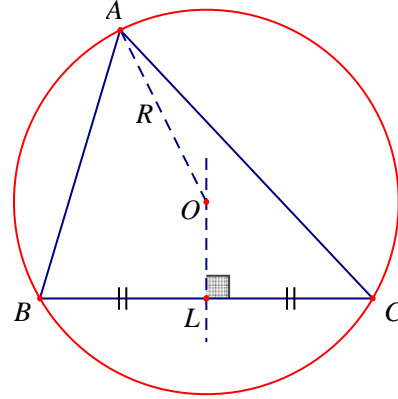
I merkezinin özelliği: Üçgenin iç açıortayları I noktasında kesişir.

Sinüs yardımıyla alan:

$$\begin{aligned} A(ABC) &= \frac{1}{2} b \cdot c \cdot \sin A \\ &= \frac{1}{2} c \cdot a \cdot \sin B = \frac{1}{2} a \cdot b \cdot \sin C \end{aligned}$$

Çevrel çemberin yarıçapı ile alan:

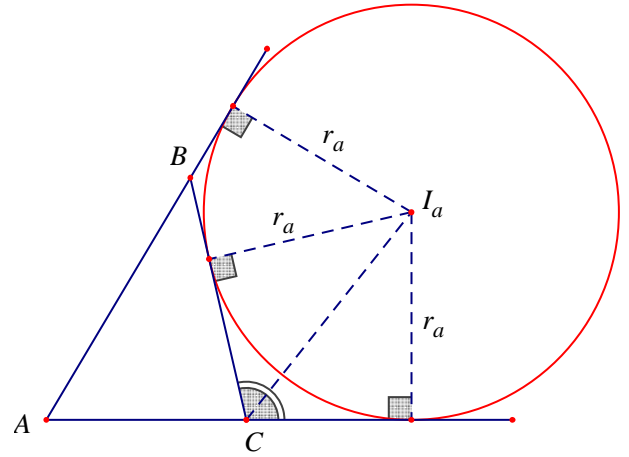
$$A(ABC) = \frac{a \cdot b \cdot c}{4R}$$



O merkezinin özelliği: Üçgenin kenar orta dikmeleri O noktasında kesişir.

Dış teğet çemberin yarıçapı ile alan:

$$A(ABC) = (u-a) \cdot r_a = (u-b) \cdot r_b = (u-c) \cdot r_c$$



I_a merkezinin özelliği: B ve C köşelerinin dış açıortayı ile A köşesinin iç açıortayı I_a noktasında kesişir. I_b ve I_c merkezlerinin de benzer özellikleri vardır.