

ÖZDEŞLİKLER – 1 (L. Gökçe)

Aşağıdaki problemleri tam kare, tam küp, iki kare farkı, iki küp toplamı, iki küp farkı özdeşliklerinden faydalanarak çözünüz:

- $x^2 + y^2 = 67$ ve $x \cdot y = 7$ ise $x + y$ nin pozitif değeri kaçtır?
- $x^2 + y^2 = 19$ ve $x + y = 5$ ise $x - y$ nin pozitif değeri kaçtır?
- $x^2 + y^2 = 69$ ve $x \cdot y = 6$ ise x in alabileceği reel sayı değerlerini bulunuz.
- $x^2 + y^2 = 65$ ve $x \cdot y = 8$ denklemlerini sağlayan tüm (x, y) reel sayı ikililerini bulunuz.
- $x^2 - y^2 = 48$ ve $x - y = 12$ ise y kaçtır?
- $x^2 - y^2 = 21$ ve $x + y = 3$ ise $x - 2y$ ifadesinin değeri kaçtır?
- $x^3 + y^3 = 49$ ve $x^2y + xy^2 = 5$ ise $x + y$ ve $x \cdot y$ değerlerini hesaplayınız.
- $x^3 - y^3 = 149$ ve $x^2y - xy^2 = 8$ ise $x - y$ ve $x \cdot y$ değerlerini hesaplayınız.
- $x^2 + y^2 = 35$ ve $x \cdot y = 6$ ise $x^4 - y^4$ ifadesinin negatif değeri kaç olur?
- $x + y = 3\sqrt{7}$ ve $x \cdot y = 4$ ise $x^4 - y^4$ ifadesinin pozitif değeri kaç olur?
- $x + y = 8$ ve $x \cdot y = 5$ ise $x^3 + y^3$ ifadesinin değeri kaçtır?
- $x^2 + y^2 = 15$ ve $x \cdot y = 3$ ise $x^3 + y^3$ ifadesinin değeri kaçtır?
- $x - y = 25$, $x \cdot y = 4$ ise $x^3 - y^3$ kaçtır?
- $x^2 + y^2 = 32$ ve $x - y = 7\sqrt{2}$ olduğuna göre $x^3 - y^3$ ifadesinin değeri kaçtır?
- $x + \frac{1}{x} = 7$ ise $x^2 + \frac{1}{x^2}$ ve $x^3 + \frac{1}{x^3}$ ifadelerinin değerini hesaplayınız.
- $x - \frac{2}{x} = 5$ ise $x^2 + \frac{4}{x^2}$ ve $x^3 - \frac{8}{x^3}$ ifadelerinin değerini hesaplayınız.
- $x^2 + y^2 = 17$ ve $x \cdot y = 5$ ise $x^4 + y^4$ kaçtır?
- $x^2 + y^2 = 23$ ve $x - y = 7$ ise $x^4 + y^4$ kaçtır?
- $x^3 + y^3 = 301$ ve $xy(x + y) = 14$ ise $x + y$ ve $x \cdot y$ değerlerini hesaplayınız.
- $x^3 - y^3 = 270$ ve $xy(x - y) = 18$ ise $x - y$ ve $x \cdot y$ değerlerini hesaplayınız.
- $x + y = 5$, $x \cdot y = 3$ ise $x^6 + y^6$ kaçtır?
- $x - \frac{1}{x} = 3$ ise $x^6 + \frac{1}{x^6}$ kaçtır?
- $x - y = 6$ ve $x \cdot y = -10$ ise $x^8 + y^8$ kaçtır?
- $x + \frac{1}{x} = 2\sqrt{2}$ ise $x^8 + \frac{1}{x^8}$ kaçtır?
- $x + \frac{2}{x-3} = 8$ ise $(x-3)^2 + \frac{4}{(x-3)^2}$ ifadesinin değeri kaçtır?

ÖZDEŞLİKLER – 2

1. Aşağıdaki sayıların birer tam kare olduğunu gösteriniz.

a) $57 \cdot 61 + 4$ b) $83 \cdot 95 + 36$

2. Aşağıdaki sayıların birer tam kare olduğunu gösteriniz.

a) 10201 b) 1006009

3. Aşağıdaki işlemlerin sonucunu bulunuz

a) $99 \cdot 101$ b) $75 \cdot 85$

4. Aşağıdaki işlemlerin sonucunu bulunuz.

a) $17^3 + 3 \cdot 17^2 \cdot 13 + 3 \cdot 17 \cdot 13^2 + 13^3$

b) $21^3 - 3 \cdot 21^2 \cdot 16 + 3 \cdot 21 \cdot 16^2 - 16^3$

5. Aşağıdaki işlemlerin sonucunu bulunuz

a) $16^3 + 4^3$ b) $15^3 - 5^3$ c) $23^3 - 27$

d) $15^3 + 5^3$ e) $21^3 - 1$ f) $19^3 + 1$

6. $2^{16} - 1$ sayısını bölen kaç farklı asal sayı vardır?

7. $(2^1 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1) \cdots (2^{128} + 1)$ çarpımının sonucu $2^n - 1$ ise n kaçtır?

8. $(3^1 + 1)(3^2 + 1)(3^4 + 1) \cdots (3^{256} + 1)$ çarpımını $\frac{3^m - 1}{2}$ ifadesine eşitse, m kaçtır?

9. $5^8 - 1$ sayısını bölen en büyük asal sayı kaçtır?

10. n tamsayı ise $n(n+1)(n+2)(n+3)+1$ bir tam karedir, ispatlayınız.

11. $x + y = 5$ ve $x \cdot y = 2$ olduğuna göre $x^5 + y^5$ ifadesinin değeri kaçtır?

12. $x + \frac{1}{x} = 3$ ise $x^7 + \frac{1}{x^7}$ kaçtır?

13. $x - \frac{1}{x} = 4$ ise $x^5 - \frac{1}{x^5}$ kaçtır?

14. $x - y = 4$ ve $x^2 + y^2 = 10$ ise $x^7 - y^7$ ifadesinin değeri kaçtır?

15. $x^2 + 2y^2 + 9 = 2xy + 6y$ ise x kaçtır?

16. $4x^2 + 2y^2 + 13z^2 + 4yz + 1 = 4xy + 6z$ olduğuna göre $x + y + z$ kaçtır?

17. $y^4 + 9x^2 - 4y^2 - 30x + 29 = 0$ olduğuna göre $19y^2 + 99x$ kaçtır?

18. $x^3 + 3x^2 + 3x = 511$ ise x reel sayısı kaçtır?

19. a ve b birer tamsayı olmak üzere $x^3 - 6x^2 + 12x - 3 = 0$ denkleminin gerçek kökü $x = a + \sqrt[3]{b}$ ise $a \cdot b$ kaçtır?

20. $x^3 - x^2 - x - \frac{1}{3} = 0$ denklemini sağlayan x reel sayısı nedir?

ÖZDEŞLİKLER – 3

1. Aşağıdaki işlemlerin sonucunu bulunuz

a) $(11 - 5\sqrt{6})(11 + 5\sqrt{6})$

b) $(3\sqrt{7} - 4\sqrt{3})(3\sqrt{7} + 4\sqrt{3})$

2. Aşağıdaki işlemlerin sonucunu bulunuz

a) $(\sqrt[3]{11} - \sqrt[3]{5})(\sqrt[3]{121} + \sqrt[3]{55} + \sqrt[3]{25})$

b) $(\sqrt[3]{7} + \sqrt[3]{3})(\sqrt[3]{49} - \sqrt[3]{21} + \sqrt[3]{9})$

c) $(\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2})(2\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4} - 2)$

d) $(\sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{3})(3\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{9} + 3)$

3. Aşağıdaki işlemlerin sonucunu bulunuz

a) $\sqrt{253 \cdot 261 + 16}$ b) $\sqrt{10404}$

4. Aşağıdaki işlemlerin sonucunu bulunuz

a) $\sqrt[3]{1331}$ b) $\sqrt[3]{1030301}$

5. Aşağıdaki işlemin sonucu kaçtır?

$$\frac{1}{\sqrt{27} + \sqrt{25}} + \frac{1}{\sqrt{29} + \sqrt{27}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{121} + \sqrt{119}}$$

6. $\frac{-1}{3 + \sqrt{5}} + \frac{2}{\sqrt{13} + \sqrt{5}} + \frac{3}{5 + \sqrt{13}}$

işleminin sonucu kaçtır?

7. $\frac{1}{\sqrt[3]{49} + \sqrt[3]{14} + \sqrt[3]{4}} + \frac{1}{\sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4}}$

işleminin sonucu nedir?

8. $a_k = \frac{1}{\sqrt[3]{k^2} + \sqrt[3]{k^2 + k} + \sqrt[3]{(k+1)^2}}$ dizisinin ilk 342 teriminin toplamı kaçtır?

9. $\sqrt[3]{7+5\sqrt{2}} + \sqrt[3]{7-5\sqrt{2}}$ işleminin sonucu kaçtır?

10. $\sqrt[3]{25+10\sqrt{5}} + \sqrt[3]{25-10\sqrt{5}}$ işleminin sonucu kaçtır?

11. $\sqrt[3]{6+\sqrt{x}} + \sqrt[3]{6-\sqrt{x}} = \sqrt[3]{3}$ eşitliğini sağlayan x gerçel sayısı nedir?

12. $x = \sqrt[3]{11+\sqrt{337}} + \sqrt[3]{11-\sqrt{337}}$ olduğuna göre $x^3 + 18x$ kaçtır?

13. $a = \sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{3} + 1$ ise $\left(\frac{4-a}{a}\right)^6$ işleminin sonucu kaçtır?

14. $\sqrt{100 \cdot 103 \cdot 106 \cdot 109 + 81}$ işleminin sonucu kaçtır?