

1. ABC üçgeninin iç teğet çemberi ω , onun yarıçapı da r olsun. Üçgenin kenarlarına paralel olacak şekilde ω 'ya teğet doğrular çiziliyor. Oluşan üçgenlerin iç yarıçapları r_a, r_b, r_c olsun. $r = r_a + r_b + r_c$ olduğunu gösteriniz.
2. $[OX, [OY$ ışınları ile k gerçel sayısı veriliyor. $|OA| + |AB| + |BO| = k$ olacak şekilde $[OX$ üzerinde A , $[OY$ üzerinde B hareketli noktaları alınıyor. $\angle XOY$ açısının iç bölgesinde $\angle APB$ açısı sabit olacak şekilde O dan farklı sabit bir P noktasının var olduğunu gösteriniz.
3. Dar açılı bir üçgende yükseklikler arasındaki bağıntıyı bulunuz.
4. Dar açılı bir üçgende kenar ortaylar arasındaki bağıntıyı bulunuz.
5. $ABCD$ paralelkenarında AC köşegeni üzerinde hareketli E noktaları alınıyor. AEB ve CED üçgenlerinin iç merkezlerini birleştiren doğru parçasının orta noktasının geometrik yerini bulunuz.
6. l_1 ve l_2 , yarıçapları farklı O_1 ve O_2 çemberlerinin ortak dış teğet doğruları olsun. l_1 , O_1 ve O_2 çemberlerine sırasıyla T_1 ve D_2 'de; l_2 , O_1 ve O_2 'ye sırasıyla D_1 ve T_2 'de dokunsun. D_1D_2 , O_1 ve O_2 'yi sırasıyla K_1 ve K_2 kessin. $T_1K_1 \cap T_2K_2 = \{M\}$ ise $|MD_1| = |MD_2|$ olduğunu gösteriniz.
7. ABC üçgeninin iç bölgesinde $m(\widehat{PBC}) = c$, $m(\widehat{PCB}) = 90^\circ + b$, $m(\widehat{BAP}) = a$ ve $m(\widehat{PAC}) = b$ olacak şekilde bir P noktası alınıyor. $[BC$ üzerinde, üçgenin dışarısında alınan D noktası için $m(\widehat{CAD}) = a + b$ ise $m(\widehat{CDP})$ 'yi a, b, c cinsinden bulunuz.
8. ABC üçgeninde a ve b kenarlarının orta noktaları sırasıyla M_a ve M_b olsun. N_a ve N_b üçgenin iç teğet çemberinin a ve b kenarlarına dokunduğu noktalar olsun. $AN_a \cap BM_b = \{K\}$ ve $AM_a \cap BN_b = \{L\}$ olmak üzere; C, K, L noktaları aynı l doğrusu üzerinde yer alıyorsa, l 'nin BCA açısının açısı ortayı olduğunu gösteriniz.
9. İçerisinde alınan bir noktanın köşelerine uzaklığı 1,4,7,8 olan bir paralelkenarın alanının alabileceği en büyük değer nedir?
10. ABC üçgeninde, $N \in BC$ olmak üzere; AN , $\angle A$ 'nın açıortayı olsun. ABC üçgeninin iç teğet çemberi AB ve AC kenarlarına sırasıyla D ve E noktalarında dokunmaktadır. S_a ile $ADNE$ dörtgeninin alanını gösterelim. Benzer şekilde diğer kenarlar için de S_b ve S_c değerlerini türetelim. ABC üçgeninin alanı S olmak üzere; $S \leq S_a + S_b + S_c \leq \frac{3S}{2}$ olduğunu gösteriniz.
11. ABC üçgeninde BC kenarı üzerinde alınan D noktasından kenarlara çizilen dikmelerin ayakları E ve F olsun. ADE ile ADF üçgenlerinin iç yarıçapları eşitse, $\angle BAD$ ile $\angle DAC$ arasındaki bağıntıyı belirlemeye çalışın.
12. $AB = AC$ olmak üzere ABC üçgeninin iç bölgesinde P noktası, $\angle BPC = 147^\circ$, $\angle BAP = 57^\circ$ ve $\angle CAP = 39^\circ$ olacak şekilde alınıyor. $\angle PBC$ kaç derecedir?

13. ABC üçgenin bir yüksekliği AD olsun. μ , AD çaplı çember olsun. μ , AC ve AB 'yi sırasıyla E ve F noktalarında kessin. BE ve CF ile μ , K ve L noktalarında kesişiyorsa, KL 'nin BC 'ye paralel olduğunu gösteriniz.
14. ABC üçgeninin iç bölgesinde $\angle PAC + \angle PBC = \angle PAB + \angle PCB$ olacak şekilde alınan P noktalarının geometrik yeri nedir?
15. ABC çeşitkenar üçgeninde AC kenarı üzerinde D , AB kenarı üzerinde E noktaları $\angle EDB = \angle BCD$ olacak şekilde alınıyor. $BC = AD = 2$ ve $AE = DC = 1$ ise, $EB = ?$
16. O merkezli bir çember ile bu çemberin AB kirişi verilsin. C çember üzerinde hareketli bir nokta olmak üzere; ABC üçgenlerinin diklik merkezinin geometrik yerinin bir çember olduğunu gösteriniz. Bu çemberin yarıçapını $OA = R$ cinsinden hesaplayınız. Bu çemberin merkezinin O 'dan uzaklığını $OA = R$ ve $AB = x$ cinsinden hesaplayınız.
17. O merkezli bir çember ile bu çemberin AB kirişi verilsin. C çember üzerinde hareketli bir nokta olmak üzere; ABC üçgenlerinin ağırlık merkezinin geometrik yerinin bir çember olduğunu gösteriniz. Bu çemberin yarıçapını $OA = R$ cinsinden hesaplayınız. Bu çemberin merkezinin O 'dan uzaklığını $OA = R$ ve $AB = x$ cinsinden hesaplayınız.
18. $\angle AXB$ açısının iç ve dış açıortayları AB 'yi M ve N 'de kessin. (MXN) çemberine $\angle AXB$ açısının Apolonyus çemberi diyeceğiz.
 ABC üçgeni ve bir P noktası verildiğinde; $\angle APB$, $\angle APC$ ve $\angle CPB$ açılarının Apolonyus çemberlerinin P 'den farklı bir ortak noktadan geçtiğini gösteriniz.
19. $\angle AXB$ açısının iç ve dış açıortayları AB 'yi M ve N 'de kessin. (MXN) çemberine $\angle AXB$ açısının Apolonyus çemberi diyeceğiz.
 ABC dik üçgeninde AH hipotenüse ait yüksekliktir. $\angle AHB$ ve $\angle AHC$ açılarının Apolonyus çemberlerinin, $\angle BAC$ açısının Apolonyus çemberinin merkezinde kesiştiklerini gösteriniz.
20. $\angle AXB$ açısının iç ve dış açıortayları AB 'yi M ve N 'de kessin. (MXN) çemberine $\angle AXB$ açısının Apolonyus çemberi diyeceğiz.
 O merkezli R yarıçaplı bir çember veriliyor. Çemberin dışındaki P noktasından çembere çizilen teğet, çembere T 'de dokunuyor. OP , çemberi A ve B noktalarında kesiyor. $\angle OTP$ ve $\angle ATB$ açılarının Apolonyus çemberlerinin yarıçapları eşitse, $|OP|$ 'yi R cinsinden hesaplayınız.
21. $\angle AXB$ açısının iç ve dış açıortayları AB 'yi M ve N 'de kessin. (MXN) çemberine $\angle AXB$ açısının Apolonyus çemberi diyeceğiz.
 R yarıçaplı bir çember ve çemberin BC kirişi veriliyor. A çember üzerinde hareketli bir nokta olsun.
- ABC üçgeninin açılara ait Apolonyus çemberlerinin iki noktada kesiştiğini gösteriniz.
 - A hareket ederken, bu iki noktanın geometrik yerinin birer çember olduğunu gösteriniz.
 - Bu çemberlerin yarıçaplarına R_1 ve R_2 dersek, $\left| \frac{1}{R_1} \pm \frac{1}{R_2} \right| = \frac{1}{R}$ olduğunu gösteriniz.

22. ABC üçgeninde AC kenarı üzerinde bir M noktası alınıyor. ABM üçgeninin iç merkezi O_1 ve iç teğet çember AC 'ye T_1 'de dokunuyor. BCM üçgeninin iç merkezi O_2 ve iç teğet çember AC 'ye T_2 'de dokunuyor. $O_1O_2 \cap BM = \{N\}$ olmak üzere; $T_1T_2 = 2 \cdot NM$ ise $\frac{O_1T_1}{O_2T_2}$ değerini hesaplayınız.
23. AE , ABC üçgeninin; AD , ABE üçgeninin; AF de AEC üçgeninin iç açıortayıdır. $BD \cdot EF \cdot AC = CF \cdot DE \cdot AB$ olduğunu gösteriniz.
24. ABC dik üçgeninde AH hipotenüse ait yüksekliktir. AHB , AHC ve BAC dik üçgenlerinin hipotenüslerine teğet olan dış teğet çemberlerinin merkezleri tarafından oluşturulan üçgenin diklik merkezinin A olduğunu gösteriniz.
25. ABC üçgeninin iç bölgesinde alınan P noktası için $\angle BPC = 60^\circ + \angle A$, $\angle BPA = 60^\circ + \angle C$ ve $\angle APC = 60^\circ + \angle B$ bağıntısı veriliyor. $\angle BAC$ ve $\angle BPC$ açılarının iç açıortaylarının BC üzerinde kesiştiğini gösteriniz.
26. P 'den geçen doğru, O merkezli C_1 çemberine T 'de teğettir. l , O 'dan geçen ve TP 'te paralel olan bir doğru olsun. P merkezli T 'den geçen C_2 çemberi l 'yi A ve B noktalarında kessin. AB 'nin orta noktası M 'dir. MT ile C_1 , C 'de kesişiyor. Q , P 'nin l 'ye göre simetriği olmak üzere; Q 'nun ABC üçgeninin çevrel merkezi olduğunu gösteriniz.
27. ABC üçgeninde, BC kenarı üzerinde $CD = AB$ olacak şekilde bir D noktası alınıyor. Aşağıdaki koşulları sağlayan $[AB]$ üzerinde A ve B 'den farklı bir P noktası var mıdır?
 $Q \in [CP]$, $CQ = AP$ ve A, C, D ve Q noktaları çemberseldir.
28. AH , ABC üçgeninin; DH , ABH üçgeninin, EH , AHC üçgeninin; DF , BDH üçgeninin; EG de HEC üçgeninin birer yüksekliği olsun. $BF = 1$, $FH = 4$, $HG = 5$ ise $Alan(ABC)$ nedir?
29. $AB \perp AC$ olan ABC üçgeninde; AB çaplı çembere dıştan teğet olan O merkezli çember, BC ve AC 'ye sırasıyla D ve E noktalarında teğettir. $\angle BDO$ açısının açıortayının ABC üçgeninin iç merkezinden geçtiğini gösteriniz.
30. ABC üçgeninde AN_a, BN_b, CN_c iç açıortaylar, r iç yarıçap ve u yarıçevredir. $AN_a \cdot BN_b \cdot CN_c \leq u^2 r$ olduğunu gösteriniz.
31. Birbirine içten teğet iki çemberden küçük olanı diğerrinin $[AB]$ çapına C de teğettir. D küçük çemberin merkezi olmak üzere; $[DC]$ üzerinde $AB = CE$ olacak şekilde bir E noktası alınıyor. A, D, B, E noktalarının çembersel olduğunu gösteriniz.
32. AB çaplı bir yarım çember veriliyor. C , $[AB]$ üzerinde hareketli bir noktadır. Yarım çembere teğet olan D merkezli çember, AB çapına da C noktasında teğettir. C den BD ye inilen dikmenin ayağı H , AHC üçgeninin çevrel merkezi P ise, P noktasının geometrik yeri nedir?

33. ABC üçgeninde $m(\hat{A}) = 90^\circ$ dir. $KLMN$ karesi; $N, K \in [BC]$, $M \in [AB]$ ve $L \in [AC]$ olacak şekilde kuruluyor. AP , ABC üçgeninin iç açıortayı ise; BL ile CM doğrularının PLM 'nin diklik merkezinde kesiştiğini gösteriniz.
34. ABC dik üçgeninde $BC > AC > AB$ bağıntısı vardır. $[AC]$ ve $[AB]$ üzerinde $BCKM$ bir yamuk olacak şekilde K ve M noktaları alınıyor. $BCKM$ yamuğunun köşegenlerinin kesişim noktası olan L 'den BC 'ye inilen dikmenin ayağı N 'dir. AN , ABC üçgeninin iç açıortayı ise; $Alan(KMN) \geq 2 \cdot Alan(XYZ)$ olduğunu gösteriniz.
35. ABC üçgeninin AC kenarı üzerinde D noktası $AB = AD$, BC kenarı üzerinde E ve F noktaları $BD \perp AE$ ve $BE = FC$ olacak şekilde alınıyor. $AF^2 = AE^2 + CD^2$ olduğunu gösteriniz.
36. O_1 merkezli R_1 yarıçaplı ζ_1 çemberi ile O_2 merkezli R_2 yarıçaplı ve O_1 noktasından geçen ζ_2 çemberi veriliyor. ζ_1 üzerinde, $O_2T \cap \zeta_1 = \{K_1\}$, $O_1T \cap \zeta_2 = \{K_2\}$ ve $|O_2K_1| = |K_2T|$ olacak şekilde bir T noktası alınıyor. Buna göre $|O_2T|$, $|K_1T|$ uzunluklarından birinin R_1 'e eşit olduğunu gösteriniz.
37. $|AB| = 30$, $|BC| = 24$ ve $|AC| = 16$ olacak şekilde A, B ve C noktaları alınıyor. $|BX|^2 + |CX|^2 = 450$ ve $||BX|^2 - |AX|^2| = M$ şartlarını sağlayan ve ABC düzleminde yer alan tam olarak bir tane X noktası varsa M 'nin alabileceği değerleri belirleyiniz.
38. $ABCDE$ kirişler beşgeninde $[BE \cap CD = \{P\}]$, $[BE \cap AD = \{F\}]$, $[BE \cap AC = \{G\}]$ ve $|EF| \cdot |PG| = |PE| \cdot |BG|$ ise $|AB| = |AE|$ olduğunu gösteriniz.
39. Bir doğru üzerinde sırasıyla $|AB| = |BD|$ olacak şekilde A, B, C, D ve E noktaları ve bu doğruya C noktasında dik olan başka bir doğru üzerinde $m(\widehat{BPE}) = 90^\circ$ olacak şekilde bir P noktası alınıyor. $K \in [PE]$ ve $m(\widehat{AKD}) = 90^\circ$ olmak üzere $[PK]$, $[CD]$ ve $[DE]$ 'den herhangi ikisinin uzunluğu birbirine eşitse üçüncüsünün uzunluğunun da diğer ikisine eşit olacağına gösteriniz.
40. ABC dik üçgeninde AH hipotenüse ait yükseklik olsun. ABH üçgeninin iç teğet çemberi, AB kenarına D noktasında, ACH üçgeninin iç teğet çemberi AC kenarına E noktasında teğet olsun. I , ABH üçgeninin iç merkezi ve M , AH doğru parçasının orta noktası olmak üzere; E noktasının BAC açısının iç açıortayına göre simetriği F noktası ise $m(\widehat{MFE}) = m(\widehat{DHI})$ olduğunu gösteriniz.