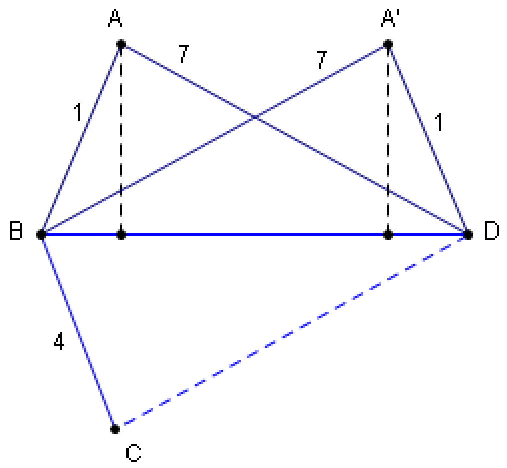
1. Kenarları 1, 4, 7 ve 8 olan dörtgenin alanı en çok kaç olabilir? (18)

Çözüm:
4 ile 7 ardışık iki kenar olsun. Değilse 4 ile 7 arasında 1 var demektir. Şekildeki gibi $AA'DB$ ikizkenar yamuğunu kurarsak 4 ile 7 nin ardışık olduğu $A'BCD$ dörtgenini elde ederiz. Elde edilen dörtgenin alanı öncekiyle aynıdır.



Kenarları 4 ve 7 olan üçgenin alanı en çok $\frac{4\times 7}{2}=14$, kenarları 1 ve 8 olan üçgenin alanı en çok $\frac{1\times 8}{2}=4$, dörtgenin alanı en çok $14+4=18$ olabilir. $7^2+4^2=1^2+8^2$ olduğu için de bu şartı sağlayan bir dörtgen vardır.

2. Kenarları 2, 3, 4 ve 5 olan dörtgenin alanı en çok kaç olabilir? ($2\sqrt{30}$)

Çözüm:
Kenarları belirli dörtgenler arasından kirişler dörtgeni en büyük alana sahiptir. Kirişler dörtgeninde ise $p=\frac{a+b+c+d}{2}$ olmak üzere; $Alan=\sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d)}$ dir. Bu durumda $p=7$ ve $Alan=\sqrt{2\cdot 3\cdot 4\cdot 5}=2\sqrt{30}$ olur.

3. Çevresi 12 olan dörtgenin alanı en çok kaç olabilir? (9)

Çözüm:
Her olası üçgen için en büyük alan, dörtgen kirişler dörtgeni iken elde edilir.

$p=6,\ AO\geq GO$

$$\frac{(p-a)+(p-b)+(p-c)+(p-d)}{4}\geq\sqrt[4]{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d)}$$

$$\frac{4\text{p}-2\text{p}}{4}=3\geq\sqrt{A}\Rightarrow 9\geq A$$

elde edilir. Bu durum ise dörtgen kare iken sağlanır.

4. $ABCD$ dörtgeninde $|AB|+|BD|+|DC|=6$ ise dörtgenin alanı en çok kaç olabilir? ($\frac{9}{2}$)

Çözüm:

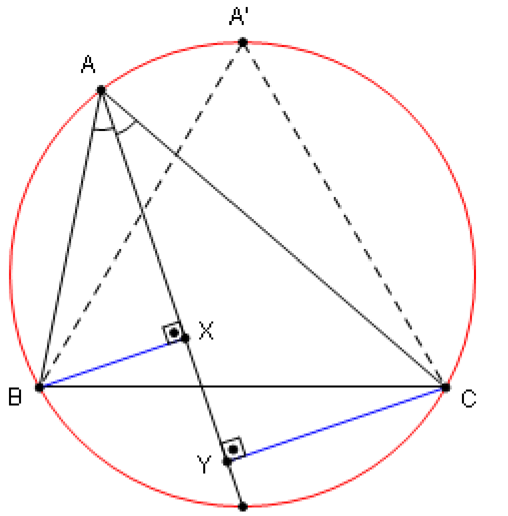
$|AB|=a, |BD|=x, |DC|=c$ olsun. Bu durumda ABD nin alanı en çok $\frac{ax}{2}$, BDC nin alanı en çok $\frac{cx}{2}$, dörtgenin alanı en çok $\frac{ax+cx}{2}$ olur. Bu da $\angle ABD=\angle BDC=90°$ iken sağlanır. $AO \geq GO$,

$\frac{(a+c)+x}{2}=3 \geq \sqrt{(a+c)x}=\sqrt{ax+cx} \Rightarrow \frac{9}{2} \geq \frac{ax+cx}{2}$ olur. Eşitlik $x=a+c=3$ iken sağlanır.

5. Yarıçapı 6 olan çemberin içine çizilebilecek en büyük çevreli üçgenin çevresi kaçtır? ($18\sqrt{3}$)

Çözüm:

A hareketli, BC kirişi de sabit olsun. A nın açıortayına B ve C den dikmelerin ayakları X ve Y olsun. $AB=\frac{BX}{\sin\frac{A}{2}}$, $AC=\frac{CY}{\sin\frac{A}{2}}$ olduğundan $AB+AC=\frac{1}{\sin\frac{A}{2}}\cdot(BX+CY)$ olur. $BX+BY$ nin en büyük değeri ise BC dir. Bu da ABC ikizkenar olduğunda sağlanır.



Demek ki BC yi kenar kabul eden üçgenler arasında en büyük çevreli olan BC tabanlı ikizkenar üçgendir. Şimdi çemberdeki ikizkenar üçgenler arasından en büyük çevreli olanı bulacağız.

6. Yarıçapı 6 olan çemberin içine çizilen üçgenin alanı en çok kaç olabilir? ($27\sqrt{3}$)

Çözüm:

Kenarlardan birini sabit tuttuğumuzda kenara ait yüksekliği en büyük olan en büyük alanlı olacaktır. Bu da yükseklik çemberin merkezinden geçtiği, yani üçgen ikizkenar olduğu zaman olur. Şimdi de çemberdeki ikizkenar üçgenler arasından en büyük alana sahip olanı bulacağız.

7. Yarıçapı 6 olan çemberin içine çizilebilecek en büyük alanlı dik üçgenin alanı kaçtır? (36)

Çözüm:
Dik üçgenlerin hepsinin hipotenüsü 12 dir. En büyük yüksekliğe sahip dik üçgenin alanı en büyük olacaktır. Bu durumda merkezden geçen yükseklik en büyüktür. Bu durumda üçgen ikizkenar dik üçgen olur.

8. İçteğet çemberinin yarıçapı 3 olan üçgenin alanı en az kaç olabilir? ($27\sqrt{3}$)

Çözüm:

$u=\dfrac{a+b+c}{2}$, $AO \geq GO$

$\dfrac{(u-a)+(u-b)+(u-c)}{3}=\dfrac{u}{3}\geq\sqrt[3]{(u-a)(u-b)(u-c)}$

$\dfrac{u^3}{27}\geq(u-a)(u-b)(u-c)\Rightarrow u^4\geq 27u(u-a)(u-b)(u-c)=27A^2=27u^2r^2$

$u^2\geq 27r^2\Rightarrow u^2r^2\geq 27r^4\Rightarrow ur\geq 3\mathrm{r}^2\sqrt{3}=27\sqrt{3}$

Bu durumda üçgen eşkenar olur.

9. İçteğet çemberinin yarıçapı 3 olan üçgenin çevresi en az kaç olabilir? ($18\sqrt{3}$)

Çözüm:

$u=\dfrac{a+b+c}{2}$, $AO \geq GO$

$\dfrac{(u-a)+(u-b)+(u-c)}{3}=\dfrac{u}{3}\geq\sqrt[3]{(u-a)(u-b)(u-c)}$

$\dfrac{u^3}{27}\geq(u-a)(u-b)(u-c)\Rightarrow u^4\geq 27u(u-a)(u-b)(u-c)=27A^2=27u^2r^2$

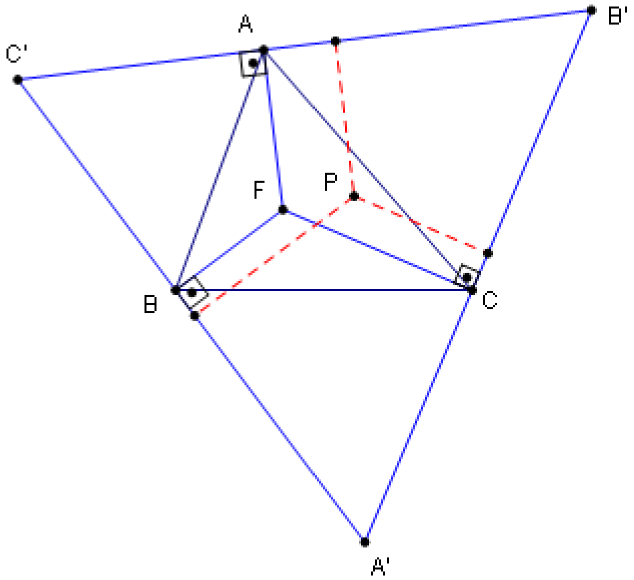
$u^2\geq 27r^2\Rightarrow u\geq 3\mathrm{r}\sqrt{3}=9\sqrt{3}\Rightarrow 2\mathrm{u}=18\sqrt{3}$

Eşitlik üçgen eşkenarken sağlanır.

10. İçteğet çemberinin yarıçapı 1 ve kenarları tamsayı olan kaç farklı üçgen vardır? (1)

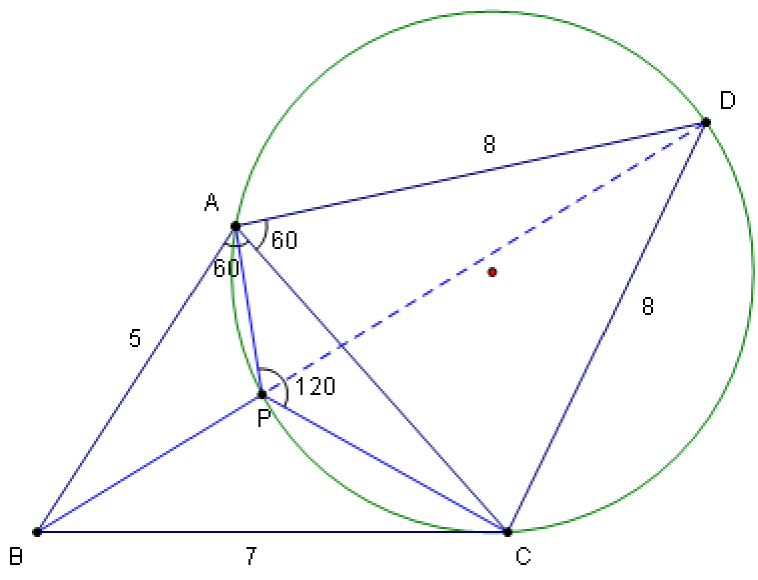
11. Kenarları 5, 7 ve 8 olan ABC üçgenin içerisinde alınan P noktası için $|AP|+|BP|+|CP|$ en az kaç olabilir? ($\sqrt{129}$)

Çözüm:
$\angle AFC=\angle BFC=\angle AFB=120°$ olsun. A dan geçen AF ye dik olan doğruyu, B den geçen BF dik olan doğruyu, C den geçen CF ye dik olan doğruyu çizelim. Bu doğruların oluşturduğu üçgen eşkenar olur.



$AF+BF+CF$ toplamı eşkenar üçgenin yüksekliğine eşittir. P , ABC içinde bir nokta olsun. P nin $A'B'C'$ eşkenar üçgeninin kenarlarına uzaklıkları toplamı yine eşkenar üçgenin yüksekliği yapacaktır. Diğer taraftan AP' , P nin $B'C'$ uzaklığından büyük olacağından, $AP+BP+CP$ toplamı eşkenar üçgenin yüksekliğinden büyük olacaktır. Bu durumda $AP+BP+CP$ toplamını en küçük yapan nokta F yani Fermat noktasıdır. Böyle bir nokta en büyük açısı $120°$ den küçük olan üçgende vardır.

P noktası üçgenin Fermat noktasıdır. Bu nokta için $\angle APC=\angle BPC=\angle APB=120°$ dir.

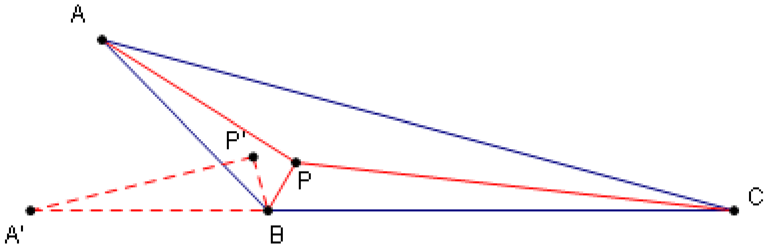


5,7,8 üçgeninde 5 ile 8 arasındaki açı $5^2+8^2-2\cdot5\cdot8\cdot\cos\alpha=7^2\Rightarrow\alpha=60°$ çıkar. 8 olan kenarın üzerine üçgenin dışına doğru ADC eşkenar üçgenini kurduğumuzda B,P,D doğrusal ve A,D,C,P çembersel olacak. Ptolemy nin özel halinden $AP+PC=PD$ olduğundan $BP+AP+PC=BD$ olacaktır. Cosinüs teoreminden $5^2+8^2-2\cdot5\cdot8\cdot\cos120°=129=BD^2$ çıkar.

12. Kenarları 3, 6 ve 8 olan ABC üçgenin düzleminde alınan P noktası için $|AP|+|BP|+|CP|$ en az kaç olabilir? (9)

Çözüm:
Üçgenin en büyük açısı $120°$ olsaydı. $3^2+6^2-2\cdot3\cdot6\cdot\cos 120°=63<8^2$ olurdu. Bu durumda üçgenin en büyük açısı $120°$ den fazladır.

ABP yi saat yönünün tersi yönünde A', B, C doğrusal olacak şekilde döndürelim.
$\angle A'BP'=\angle ABP \Rightarrow 60° \geq \angle A'BA=\angle PB\{P'$¿ ve $BP\{P'$¿ tepe açısı $60°$ den küçük olan bir ikizkenar üçgen olduğundan $PP' \leq PB=P'B$ olur.
$AP+BP+CP=A'P+BP'+PC \geq A'P+P'P+PC \geq A'C=A'B+BC=AB+AC$ olur.



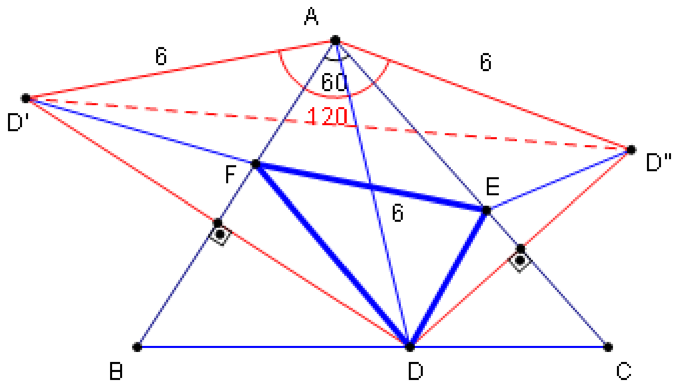
Bu durumda düzlemde $|AP|+|BP|+|CP|$ yi en küçük yapan nokta en büyük açıya sahip köşedir. Bu durumda cevap $3+6+0=9$ olur.

13. Bir üçgende yüksekliklerden ikisi 6 ve 8 ise diğer yüksekliğin alabileceği kaç tamsayı değer vardır? (20)

Çözüm:
Diğer yüksekliğe h diyelim. Üçgenin kenarları arasındaki oran $a:b:c=48:6\text{x}:8\text{x}$ olacaktır. Üçgen eşitsizliğinden $48>8\text{x}-6\text{x}=2\text{x} \Rightarrow x<24$ ve $48<8\text{x}+6\text{x}=14x \Rightarrow x>\frac{24}{7}$ olur. İstenen tam sayılar $\{4,5,6,\ldots 23\}$

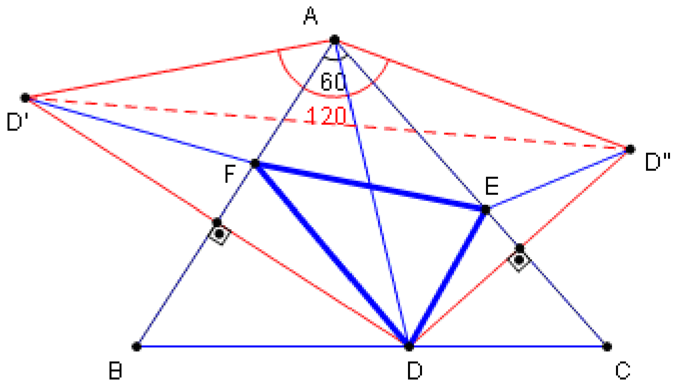
14. Bir ABC üçgeninde $\angle BAC=60°$ olup $[BC]$ kenarı üzerindeki D noktasının A noktasına uzaklığı 6 dır. E ve F, sırasıyla $[AC]$ ve $[AB]$ kenarları üzerindeki hareketli noktalar olmak üzere; DEF üçgeninin çevresinin alabileceği en küçük değer nedir? ($6\sqrt{3}$)

Çözüm:
D nin kenarlara göre simetriğini alalım. $|D'D''|=6\sqrt{3}$ olacaktır. DEF üçgeninin çevresi $|D'F|+|FE|+|ED''|$ ye eşit olduğundan, bu toplam en az $|D'D''|=6\sqrt{3}$ olur.



15. Kenarları 5, 7 ve 8 olan üçgenin içine, her bir köşesi üçgenin farklı bir kenarının üzerinde olacak şekilde çizilen üçgenin çevresi en az kaç olabilir? ($\frac{60}{7}$)

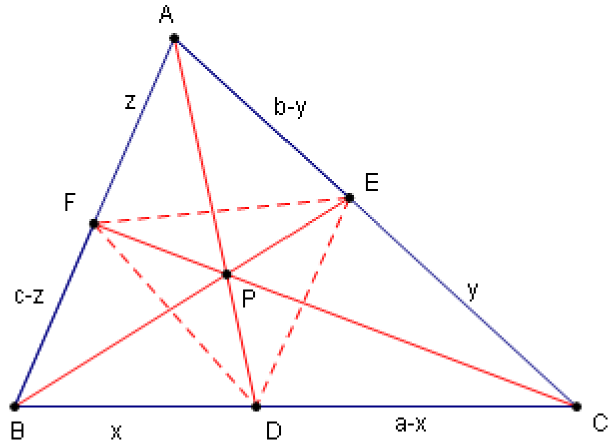
Çözüm:
5,7,8 üçgeninde 5 ile 8 arasındaki açı $5^2+8^2-2\cdot5\cdot8\cdot\cos\alpha=7^2\Rightarrow\alpha=60°$ çıkar. Bu köşeye A ve $[BC]$ üzerindeki hareketli noktaya D diyelim. D nin kenarlara göre simetriğini alalım. $|D'D''|=|AD|\sqrt{3}$ olacaktır.



DEF üçgeninin çevresi $|D'F|+|FE|+|ED''|$ ye eşit olduğundan, bu toplam en az $|AD|\sqrt{3}$ olacaktır. $|AD|$ en küçük olduğunda bu üçgenin çevresi en küçük olur. $|AD|$ en küçük değerini yükseklikken alır. Bu durumda $Alan=\frac{1}{2}\cdot5\cdot8\cdot\sin60°=10\sqrt{3}=\frac{|AD||BC|}{2}\Rightarrow|AD|=\frac{20\sqrt{3}}{7}$ ve çizilebilecek en küçük çevreli üçgenin çevresi $\frac{20\sqrt{3}}{7}\cdot\sqrt{3}=\frac{60}{7}$ olur.

16. Kenarları 5, 7 ve 8 olan üçgenin içinde alınan P noktası ile üçgenin köşelerini birleştiren doğrular kenarları D, E ve F kessin. DEF üçgenin alanı en çok kaç olabilir? ($\frac{5\sqrt{3}}{2}$)

Çözüm:
$[DEF]$ i en büyük yapan P noktasının üçgenin ağırlık merkezi olduğunu göstereceğiz. Bu durumda $[DEF]=\frac{[ABC]}{4}=\frac{10\sqrt{3}}{4}=\frac{5\sqrt{3}}{2}$



$[DEF]=[ABC]-[BDF]-[DCE]-[EAF]$

$\dfrac{[ABD]}{[ABC]}=\dfrac{x}{a}\Rightarrow[ABD]=\dfrac{x[ABC]}{a}$, $\dfrac{[BDF]}{[ABD]}=\dfrac{c-z}{c}\Rightarrow[BDF]=\dfrac{(c-z)[ABD]}{c}$. Benzer şekilde $[DCE]=\dfrac{(a-x)y}{ba}[ABC]$ ve $[EAF]=\dfrac{(b-y)z}{bc}[ABC]$ elde edilir. Buradan

$u=\dfrac{x}{a}, v=\dfrac{y}{b}, w=\dfrac{z}{c}$ olmaz üzere;

$[DEF]=[ABC]\left(1-\dfrac{x(c-z)}{ac}-\dfrac{y(a-x)}{ba}-\dfrac{z(b-y)}{bc}\right)=[ABC](1-u(1-w)-v(1-u)-w(1-v))$ çıkar. $K=1-u(1-w)-v(1-u)-w(1-v)=(1-u)(1-v)(1-w)+uvw$ diyelim. Bu durumda K yı maksimum yapmaya çalışacağız. Ceva teoreminden

$\dfrac{a-x}{x}\cdot\dfrac{c-z}{z}\cdot\dfrac{b-y}{y}=1\Rightarrow\left(\dfrac{1}{u}-1\right)\cdot\left(\dfrac{1}{v}-1\right)\cdot\left(\dfrac{1}{w}-1\right)=1\Rightarrow(1-u)(1-v)(1-w)=uvw$ çıkar. K yı yeniden yazarsak $K=2\cdot(1-u)\cdot(1-v)\cdot(1-w)=2uvw$.

$K^2=4\cdot u\cdot(1-u)\cdot v\cdot(1-v)\cdot w\cdot(1-w)\leq 4\left(\dfrac{1}{4}\right)^3=\dfrac{1}{16}\Rightarrow K\leq\dfrac{1}{4}$ çıkar. Eşitlik $u=v=w=\dfrac{1}{2}$ iken sağlanır. Bu da P nin ABC nin ağırlık merkezi olmasını gerektirir.

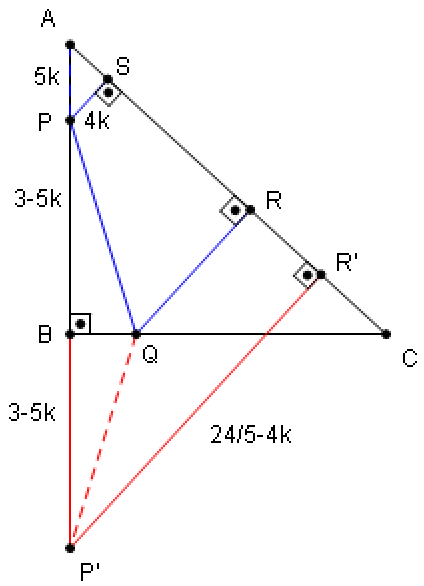
17. Yarıçapı 6 olan çemberin üzerinde A , B , C gibi üç farklı nokta alınıyor. ABC üçgeninin içteğet çemberi üçgenin kenarlarına K , L , M noktalarında dokunuyorsa. KLM üçgeninin çevresi en çok kaç olabilir? ($9\sqrt{3}$)

18. ABC üçgeninde $|AB|=3$, $|BC|=4$ ve $|AC|=5$ tir. P ve Q sırasıyla $[AB]$ ve $[BC]$ kenarları üzerinde hareketli noktalar olmak üzere; AC ye P ve Q dan inilen dikme ayakları S ve R ise, $|SP|+|PQ|+|QR|$ toplamının alabileceği en küçük değer kaçtır? ($\dfrac{24}{5}$)

Çözüm:

$[AB]$ üzerinde $|AP|=5k$ olacak şekilde P alalım. P nin BC ye göre simetriği P' olsun. Bu durumda $|AP'|=6-5k$ olacaktır. P' den AC ye indirilen dikmenin ayağı R'

olsun. $AP'R'$ de 3,4,5 üçgeni olacağından $|P'R'|=\frac{24}{5}-4\text{k}$ olur. Dikkat edersek $|PS|+|P'R'|=\frac{24}{5}$ dir.



Şimdi de biraz üçgen eşitsizliği kullanalım. $PQ+QR=P'Q+QR\geq P'R\geq P'R'=\frac{24}{5}-4\text{k}$

Buradan da $PS+PQ+QR\geq\frac{24}{5}$ elde edilir.

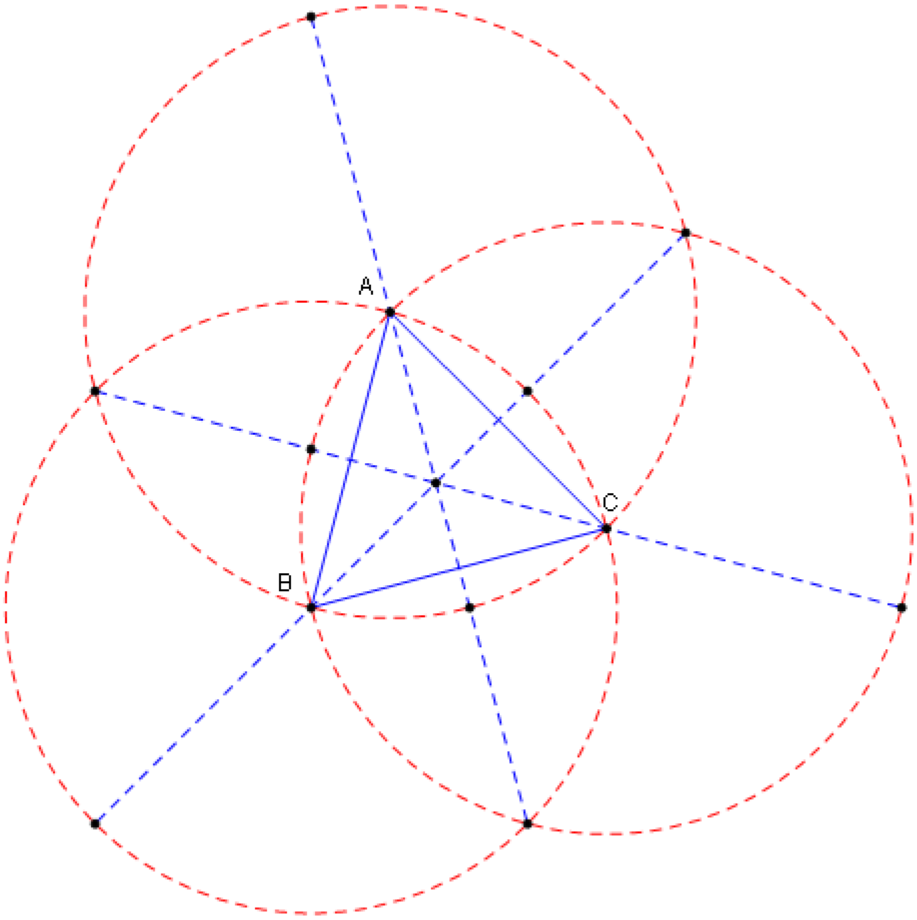
19. Kenarları ardışık tamsayılar olan ve çevresi 100 ü geçmeyen kaç dar açılı üçgen vardır? (29)

Çözüm:
Kenarlar a , $a+1$ ve $a+2$ olsun. $a+a+1+a+2\leq 100$ ve $a^2+(a+1)^2>(a+2)^2$ eşitsizlikleri sağlanmalı. Bu durumda $3<a\leq\frac{97}{3}$ çıkar.

20. ABC eşkenar üçgeninin düzleminde PAB , PBC ve PCA üçgenlerini ikizkenar yapan kaç farklı P noktası vardır? (10)

Çözüm:

Üç üçgenin de tepe açısının P olduğunu kabul edelim. Bu durumda ABC de kenar orta dikmelerin kesişimi olan çevrel merkez istenen tek noktadır.

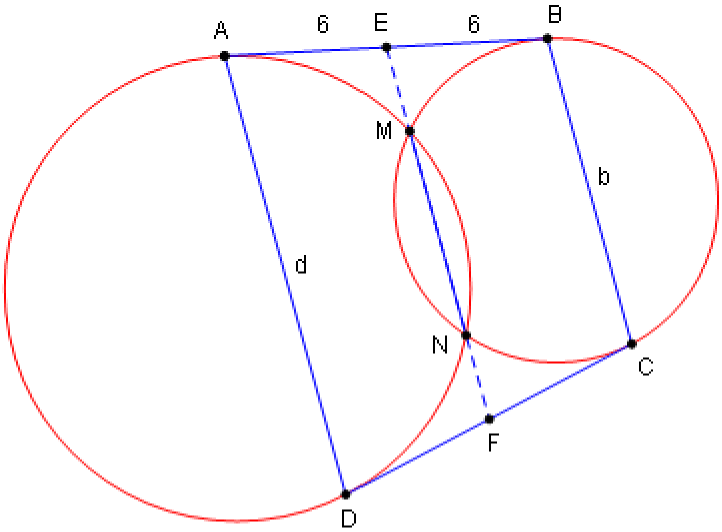


P tepe açısı olmadığı zaman A veya B den biri tepe açısı olacak A yı tepe açısı kabul edelim. P , A merkezli $|AB|$ yarıçaplı çember üzerinde olmak zorundadır. Benzer şekilde diğer çemberleri çizelim. Kenar orta dikmeleri ile çemberlerin kesişimi istenen noktalardır. Bu özellikte 10 nokta vardır. A, B, C noktaları üçgen belirtmediği için sayılmadı.

21. M ve N gibi farklı iki noktada kesişen iki çemberin ortak teğet doğrusu çemberlere A ve B noktalarında dokunmaktadır. $AD \parallel MN \parallel BC$ olacak şekilde çemberler üzerinde D ve C noktaları alınıyor. $|AD|+|BC|=26$ ve $|AB|=12$ ise $|MN|$ kaçtır? (5)

Çözüm:

D ve C noktalarını seçmeden önce diğer ortak teğeti çizelim. MN nin uzantısı AB yi E de kessin. MN kuvvet ekseni olduğundan $|AE|=|EB|=6$ olacaktır. Benzer şekilde MN diğer teğeti de ortalayacaktır. Bu durumda MN , değme noktalarını birleştiren doğrulara paralel olacaktır. Yani CD diğer ortak teğettir. Bu durumda EF orta tabanı $\frac{26}{2}=13$ olacaktır. $|EM|=x$ dersek. $EM \cdot EN = AE^2$, $x(13-x)=36$. Buradan $x=4$ veya $x=9$ çıkacaktır. $2x<13$ olması gerektiğinden

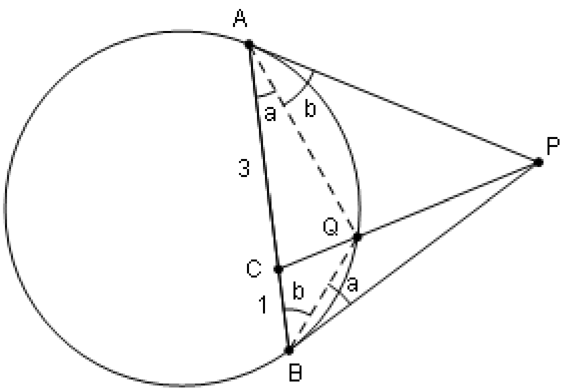


$x=4$ tek çözüm ve $|MN|=5$ çıkacaktır.

22. $|PA|=|PB|$ olan PAB ikizkenar üçgeninin $[AB]$ kenarı üzerinde $|AC|=3$, $|BC|=1$ olacak şekilde bir C noktası alınıyor. PA ve PB ye A ve B noktalarında teğet olan çember PC doğrusunu Q noktasında kestiğine göre $\dfrac{|AQ|}{|QB|}$ nedir? ($\sqrt{3}$)

Çözüm:

$\angle BAQ=\angle QBP=a$, $\angle QAP=\angle ABQ=b$, $\angle CPB=x$, $\angle CPA=y$ olsun. Bu durumda AQB de $\dfrac{AQ}{QB}=\dfrac{\sin b}{\sin a}$ olacaktır. ACP de $\dfrac{AC}{CP}=\dfrac{\sin y}{\sin(a+b)}$. BCP de $\dfrac{BC}{CP}=\dfrac{\sin x}{\sin(a+b)}$.

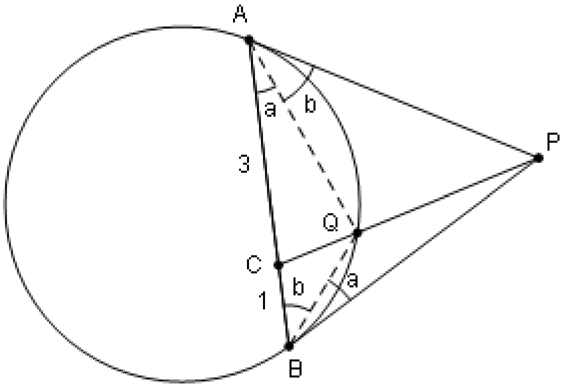


Son bulduğumuz iki eşitliği taraf tarafa oranlarsak $\dfrac{AC}{BC}=\dfrac{\sin y}{\sin x}$. BQP de $\dfrac{PQ}{BQ}=\dfrac{\sin a}{\sin x}$. AQP de $\dfrac{QP}{AQ}=\dfrac{\sin b}{\sin y}$. Taraf tarafa oranlarsak $\dfrac{AQ}{BQ}=\dfrac{\sin y}{\sin x}\cdot\dfrac{\sin a}{\sin b}$ elde ederiz. Daha önceden $\dfrac{AQ}{QB}=\dfrac{\sin b}{\sin a}$ bulmuştuk. Bu durumda $\dfrac{AC}{BC}=\dfrac{\sin y}{\sin x}=\left(\dfrac{\sin b}{\sin a}\right)^2=\left(\dfrac{AQ}{BQ}\right)^2$ olur. Buradan cevap $\sqrt{3}$ çıkar.

23. $|PA|=|PB|$ olan PAB ikizkenar üçgeninin $[AB]$ kenarı üzerinde bir C noktası alınıyor. PA ve PB ye A ve B noktalarında teğet olan çember PC doğrusunu Q noktasında kesiyor. AQB açısının açıortayı $[AB]$ yi D de kestiğine göre, $|AD|=10$, $|BC|=3$ ise $|CD|$ nedir? (2)

Çözüm:

$\angle BAQ=\angle QBP=a$, $\angle QAP=\angle ABQ=b$, $\angle CPB=x$, $\angle CPA=y$ olsun. Bu durumda AQB de $\dfrac{AQ}{QB}=\dfrac{\sin b}{\sin a}$ olacaktır. ACP de $\dfrac{AC}{CP}=\dfrac{\sin y}{\sin(a+b)}$. BCP de $\dfrac{BC}{CP}=\dfrac{\sin x}{\sin(a+b)}$.



Son bulduğumuz iki eşitliği taraf tarafa oranlarsak $\dfrac{AC}{BC}=\dfrac{\sin y}{\sin x}$. BQP de $\dfrac{PQ}{BQ}=\dfrac{\sin a}{\sin x}$. AQP de $\dfrac{QP}{AQ}=\dfrac{\sin b}{\sin y}$. Taraf tarafa oranlarsak $\dfrac{AQ}{BQ}=\dfrac{\sin y}{\sin x}\cdot\dfrac{\sin a}{\sin b}$ elde ederiz. Daha önceden $\dfrac{AQ}{QB}=\dfrac{\sin b}{\sin a}$ bulmuştuk. Bu durumda $\dfrac{AC}{BC}=\dfrac{\sin y}{\sin x}=\left(\dfrac{\sin b}{\sin a}\right)^2=\left(\dfrac{AQ}{BQ}\right)^2$ olur.

Açıortay teoreminden,

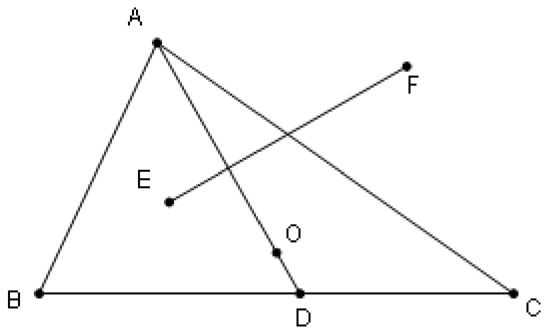
$$\frac{AC}{BC}=\left(\frac{AQ}{BQ}\right)^2=\left(\frac{AD}{BD}\right)^2 \Rightarrow \frac{10+x}{3}=\left(\frac{10}{x+3}\right)^2$$

Denklemin tek gerçel kökü 2 dir.

24. Çevrel çemberinin merkezi O olan ABC üçgeninde $\angle B-\angle C=30°$ olup AO ile BC , D noktasında kesişmektedir. ABD ve ADC üçgenlerinin çevrel merkezleri E ve F ise $\dfrac{|EF|}{|BC|}$ nedir? ($\dfrac{1}{\sqrt{3}}$)

Çözüm:

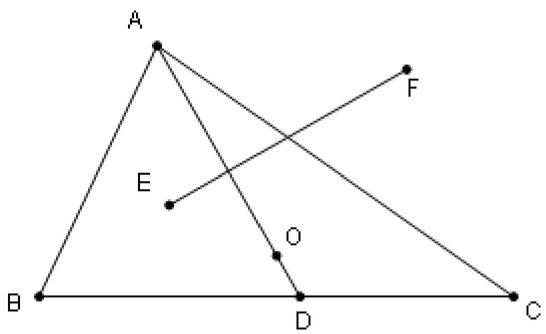
$AE=z$, $AF=y$, $EF=x$, $BC=a$, $AC=b$, $AB=c$, $\angle ADB=\alpha$ olsun.
$\angle AEB=2\alpha$, $\angle BAE=90°-\alpha$ çıkar. Benzer şekilde $\angle ADC=180°-\alpha$, $\angle AFC=2\alpha$ ve $\angle FAC=90°-\alpha$ çıkar. Bu durumda $\angle EAF=\angle BAC$ olur.



ABD de $c=2\cdot z\cdot \sin\alpha$. ACD de $b=2\cdot y\cdot \sin(180°-\alpha)$. Buradan $b:c=y:z$ elde edilir.
Kenar-Açı- Kenar dan $EAF\approx BAC$ olur. Bu durumda $\frac{x}{a}=\frac{y}{b}=\frac{1}{2\sin\alpha}$ çıkar.
$\angle AOC=2\angle ABC \Rightarrow \angle OAC=90°-\angle ABC \Rightarrow \angle ADB=\alpha=90°+\angle C-\angle B$ çıkar.
$\angle B-\angle C=30°$ ise $\alpha=60°$ ve $\frac{EF}{BC}=\frac{1}{\sqrt{3}}$ çıkar.

25. Çevrel çemberinin merkezi O olan ABC üçgeninde AO ile BC , D noktasında kesişmektedir. ABD ve ADC üçgenlerinin çevrel merkezleri E ve F olmak üzere; $|BC|=|EF|\sqrt{3}$ ise $|\angle B-\angle C|$ nedir? (30)

Çözüm:
$AE=z$, $AF=y$, $EF=x$, $BC=a$, $AC=b$, $AB=c$, $\angle ADB=\alpha$ olsun.
$\angle AEB=2\alpha$, $\angle BAE=90°-\alpha$ çıkar. Benzer şekilde $\angle ADC=180°-\alpha$, $\angle AFC=2\alpha$ ve $\angle FAC=90°-\alpha$ çıkar. Bu durumda $\angle EAF=\angle BAC$ olur.

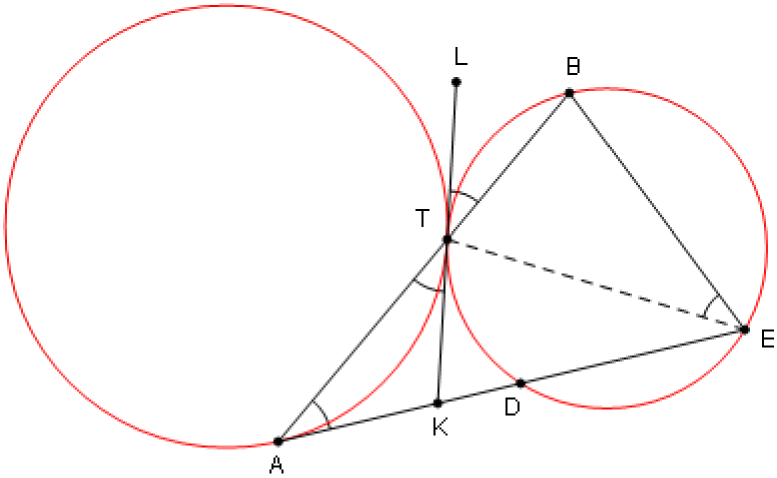


ABD de $c=2\cdot z\cdot \sin\alpha$. ACD de $b=2\cdot y\cdot \sin(180°-\alpha)$. Buradan $b:c=y:z$ elde edilir.
Kenar-Açı- Kenar dan $EAF\approx BAC$ olur. Bu durumda $\frac{x}{a}=\frac{y}{b}=\frac{1}{2\sin\alpha}$ çıkar.
$\frac{EF}{BC}=\frac{1}{\sqrt{3}}$ ise $\alpha=60°$ veya $\alpha=120°$ çıkar.
$\angle AOC=2\angle ABC \Rightarrow \angle OAC=90°-\angle ABC \Rightarrow \angle ADB=\alpha=90°+\angle C-\angle B$ olduğundan $|\angle B-\angle C|=30°$ elde edilir.

26. C_1 ve C_2 çemberleri bir T noktasında dıştan teğettir. T den geçen bir doğru, C_1 çemberini A, C_2 çemberini de B noktasında kesiyor. C_1 çemberine A da teğet olan doğru C_2 yi D ve E de kesiyor. $D \in [AE]$, $|TA| = 4$, $|TB| = 3$ olduğuna göre $|BE|$ nedir? ($\sqrt{21}$)

Çözüm:

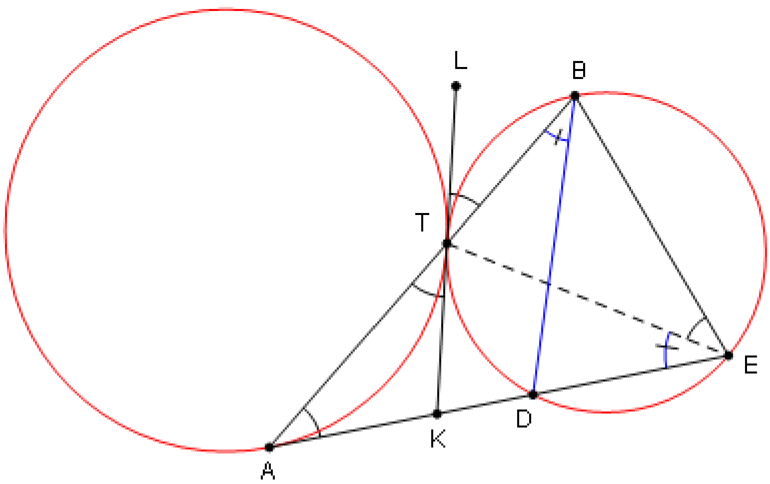
KTL ortak iç teğetini çizelim. $\angle TAK = \angle ATK = \angle LTB = \angle TEB$ olduğu için $BT \cdot BA = BE^2 \Rightarrow BE = \sqrt{3 \cdot 7} = \sqrt{21}$ olur.



27. C_1 ve C_2 çemberleri bir T noktasında dıştan teğettir. T den geçen bir doğru, C_1 çemberini A, C_2 çemberini de B noktasında kesiyor. C_1 çemberine A da teğet olan doğru C_2 yi D ve E de kesiyor. $D \in [AE]$, $|TA| = 4$, $|TB| = 3$ olduğuna göre $\dfrac{|BE|}{|BD|}$ nedir? (1)

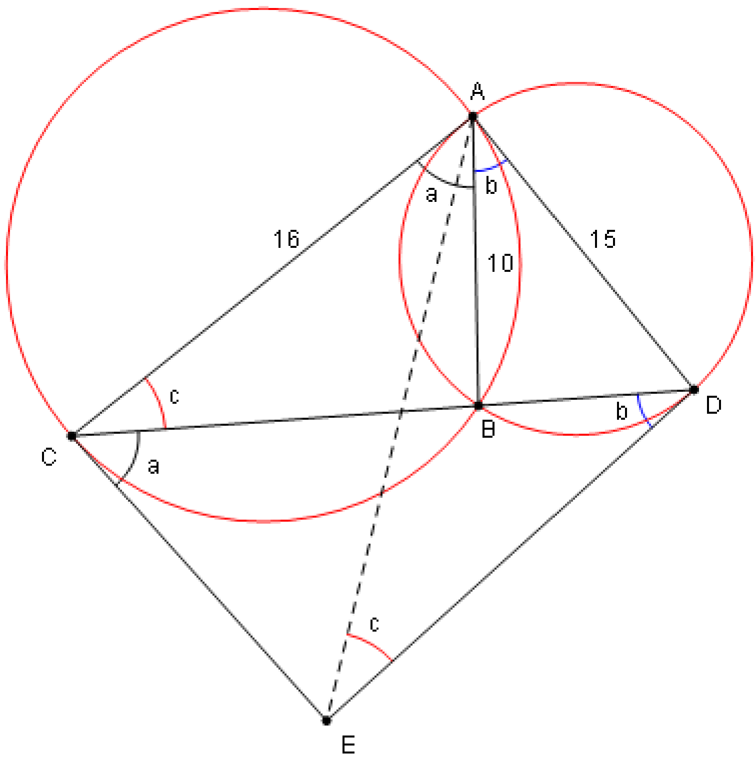
Çözüm:

KTL ortak iç teğetini çizelim. $\angle TAK = \angle ATK = \angle LTB = \angle TEB$ ve $\angle TBD = \angle TED$ olduğu için $\angle BDE = \angle BAD + \angle ABD = \angle TEB + \angle TED = \angle BED$ olur. Buradan $BE = BD$ elde edilir.



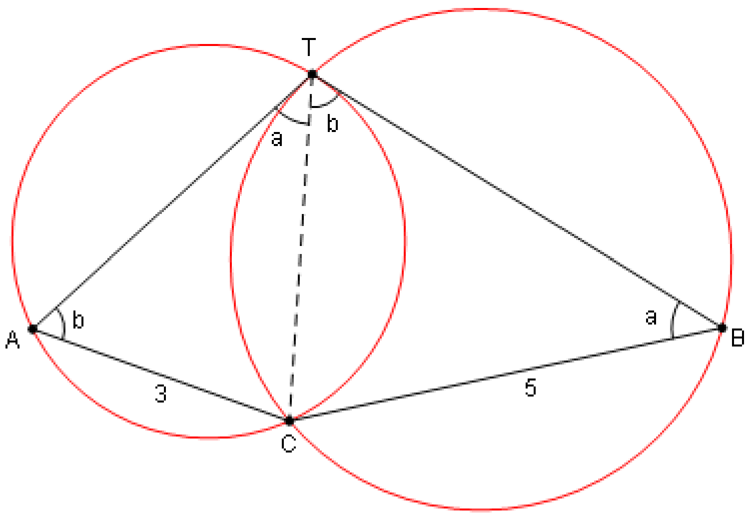
28. S_1 ve S_2 çemberleri A ve B noktalarında kesişiyor. B den geçen bir doğru S_1 i B dışında D noktasında ve S_2 yi ise yine B dışında C noktasında kesiyor. D den S_1 e çizilen teğet ile C den S_2 ye çizilen teğetin kesişim noktası E ve $|AD|=15$, $|AC|=16$, $|AB|=10$ ise, $|AE|$ kaçtır? (24)

Çözüm:
$\angle BCE=\angle CAB=\alpha$, $\angle BAD=\angle BDE=\beta$ olsun.
$\angle CAD=\alpha+\beta$ ve $\angle CED=180°-(\alpha+\beta)$ olduğundan $ADEC$ kirişler dörtgeni olur. Bu durumda $\angle ACD=\theta \Rightarrow \angle AED=\theta$ ve $\angle DCE=\alpha \Rightarrow \angle EAD=\alpha$ olur. Bu da $EAD \approx CAB$ gerektirir. $\dfrac{AB}{AD}=\dfrac{AC}{AE} \Rightarrow \dfrac{10}{15}=\dfrac{16}{AE} \Rightarrow AE=24$



29. S_1 ve S_2 çemberleri C ve T noktalarında kesişiyor. S_2 ye T de teğet olan doğru S_1 i A da, S_1 e T de teğet olan doğru S_2 yi B de kesiyor. $|AC|=3$, $|BC|=5$ olduğuna göre $|TC|$ nedir? ($\sqrt{15}$)

Çözüm:
$\angle CTB=\angle TAC=\beta$ ve $\angle ATC=\angle TBC=\alpha$ olduğundan $CTA \approx CBT$ olur.



Bu durumda $\dfrac{TC}{BC}=\dfrac{AC}{TC}\Rightarrow TC^2=AC\cdot BC=3\cdot 5=15\Rightarrow TC=\sqrt{15}$ olur.

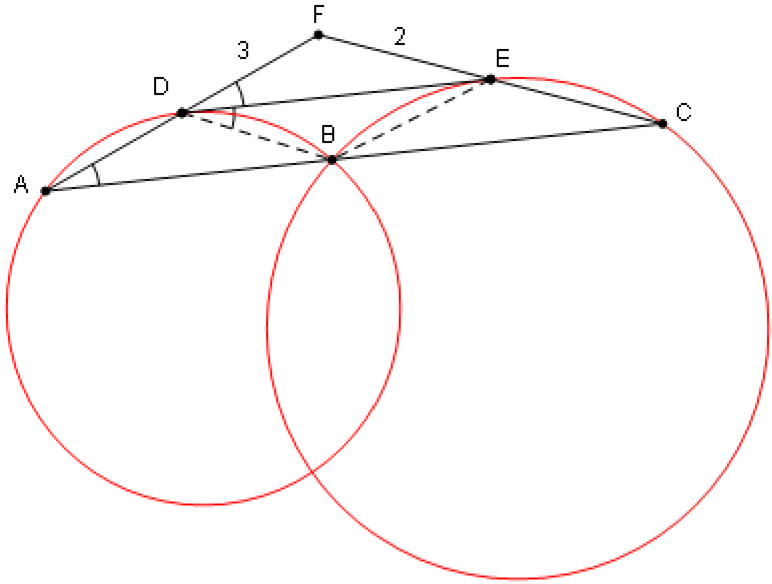
30. Birbirlerine C noktasında dıştan teğet olan C_1 ve C_2 çemberlerinin ortak dış teğet doğrusu çemberlere sırasıyla A ve B noktasında dokunmaktadır. AC doğrusu C_2 yi ikinci kez E de, BC doğrusu C_1 i ikinci kez D de kesmektedir. $|BC|=3$, $|CD|=4$ olduğuna göre $[ABED]$ nedir? ($\dfrac{49\sqrt{3}}{4}$)

Çözüm:

C den geçen iç teğet doğrusu AB yi T de kessin. $AT=BT=CT$ olduğundan $AE\perp BD$. $\angle ADC=\angle CAB=\alpha$ ve $\angle ADC=\angle CAB=\alpha$ olduğundan $\angle DAB=\angle ABE=90°$ olur.
$AC^2=CD\cdot BC=4\cdot 3=12\Rightarrow AC=2\sqrt{3}$ ve $BC^2=AC\cdot CE\Rightarrow 3^2=2\sqrt{3}\cdot EC$ ise $EC=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$ ve $AE=\dfrac{7\sqrt{3}}{2}$ çıkar. $[ABED]=\dfrac{AE\cdot BD}{2}=\dfrac{1}{2}\cdot 7\cdot \dfrac{7\sqrt{3}}{2}=\dfrac{49\sqrt{3}}{4}$ elde edilir.

31. B ve P gibi farklı iki noktada kesişen iki çemberin ortak teğet doğrularından B ye yakın olanı çemberlere D ve E noktalarında dokunmaktadır. B den geçen ve DE ye paralel olan doğru D den geçen çemberi A da, diğer çemberi de C de kesmektedir. AD ile CE doğruları F de kesiştiğine göre, $|DF|=3$, $|EF|=2$ ise $BEFD$ dörtgeninin çevresi nedir? (10)

Çözüm:
$DE \parallel AC$ olduğundan $\angle BDE=\angle BAD=\angle FDB$, dolayısıyla DE BDF nin açıortayı olur.

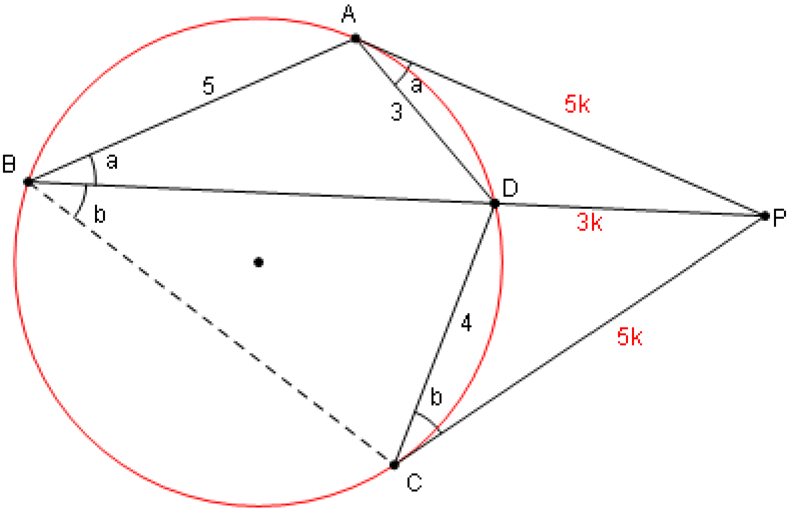


Benzer şekilde DE BEF in de açıortayı olacağından $BDFE$ deltoid olur. Bu durumda $BD = FD = 3$ ve $EF = DE = 2$ olacağından, çevre 10 çıkar.

32. A ve C noktalarından geçen çemberin bu noktalardan geçen teğetleri P de kesişiyor. P den geçen bir doğru çemberi B ve D de (D , P ye daha yakın) kesiyor. $|AB| = 5$, $|AD| = 3$, $|DC| = 4$ ise $|AC| \cdot |DP|$ nedir? ($\frac{45}{2}$)

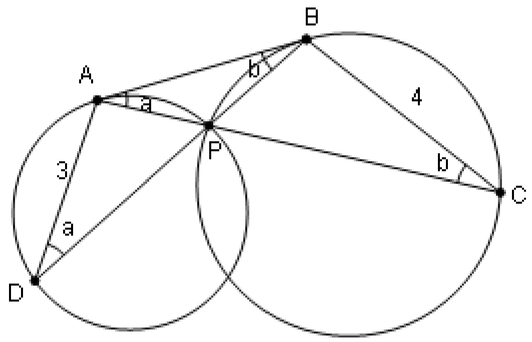
Çözüm:

$\measuredangle DAP = \measuredangle PBA$ olduğu için $\frac{AD}{AB} = \frac{DP}{AP} = \frac{3k}{5k}$. Benzer şekilde $\frac{CD}{BC} = \frac{DP}{PC} = \frac{3k}{5k}$ olduğu için $\frac{AD}{AB} = \frac{DC}{BC} \Rightarrow BC = \frac{20}{3}$ olur. Çemberde kuvvetten $PD \cdot PB = AP^2$ ise $BP = \frac{25k}{3}$ ve $BD = \frac{16k}{3}$ çıkar. Ptolemy teoreminden $AB \cdot DC + AD \cdot BC = AC \cdot BD$ olacağından $AC \cdot BD = AC \cdot \frac{16k}{3} = 5 \cdot 4 + 3 \cdot \frac{20}{3} = 40 \Rightarrow AC \cdot k = \frac{120}{16} \Rightarrow AC \cdot 3k = AC \cdot BD = \frac{360}{16} = \frac{45}{2}$ çıkar.



33. P ve Q gibi farklı iki noktada kesişen iki çemberin ortak teğet doğrularından P ye yakın olanı çemberlere A ve B noktalarında dokunmaktadır. AP ve BP doğruları çemberleri ikinci kez C ve D noktalarında kestiğine göre, $|AD|=3$, $|BC|=4$ ise $|AB|$ nedir? ($2\sqrt{3}$)

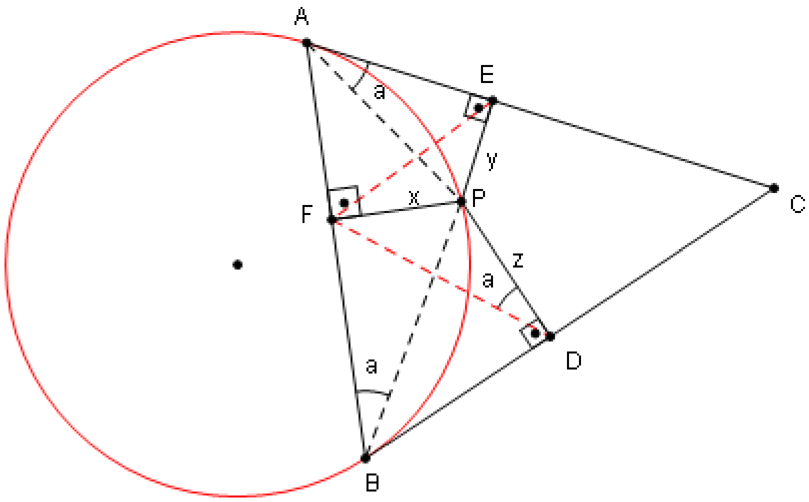
Çözüm:
$\angle PAB=\angle PDA=\alpha$ ve $\angle PBA=\angle PCB=\beta$ olduğundan $ABD \approx BCA$ olur. Bu durumda ise



$\dfrac{AB}{BC}=\dfrac{AD}{AB}$ olacağından $AB=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$ çıkar.

34. C noktasından S çemberine çizilen teğetler çembere A ve B noktalarında dokunuyor. P , S üzerindeki bir nokta olmak üzere; P nin AB , AC , BC ye uzaklığı sırasıyla x , y ve z ise z nin x ve y cinsinden değeri nedir? ($\dfrac{x^2}{y}$)

Çözüm:
$\angle ABP=\angle PAE=\alpha$ olsun. Dikme ayaklarına D, E, F dersek. $BFPD$ kirişler dörtgeni olur. Bu durumda $\angle FDP=\angle FBP=\alpha$ olacaktır. Benzer şekilde $\angle EFP=\angle PAE=\alpha$.

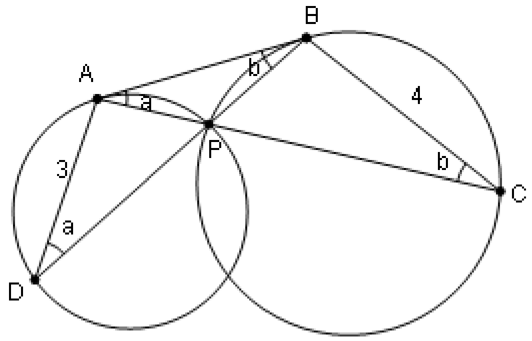


$\angle BAP=\angle PBD=\beta$ dersek, $\angle PFD=\angle FEP=\beta$ olur. Açı-Açı-Açı dan $PFE \approx PDF$ olur. Bu durumda $\dfrac{PE}{PF}=\dfrac{PF}{PD} \Rightarrow \dfrac{y}{x}=\dfrac{x}{z} \Rightarrow z=\dfrac{x^2}{y}$ elde edilir.

35. P ve Q gibi farklı iki noktada kesişen iki çemberin ortak teğet doğrularından P ye yakın olanı çemberlere A ve B noktalarında dokunmaktadır. AP ve BP doğruları çemberleri ikinci kez C ve D noktalarında kestiğine göre, $|AD|=3$, $|BC|=4$ ise $\frac{|AP|}{|BP|}$ nedir? ($\frac{\sqrt{3}}{2}$)

Çözüm:

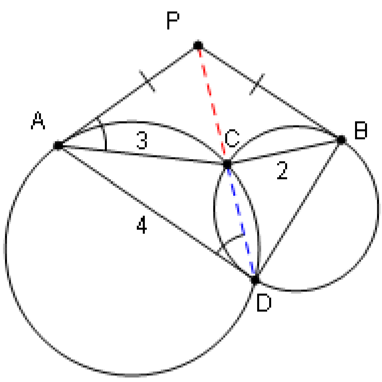
$\angle PAB=\angle PDA=\alpha$ ve $\angle PBA=\angle PCB=\beta$ olduğundan $ABD\approx BCA$ olur. Bu durumda ise



$\frac{AB}{BC}=\frac{AD}{AB}$ olacağından $AB=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$ çıkar. Benzer şekilde $PBA\approx ABD$ olduğundan $\frac{AP}{AD}=\frac{BP}{AB}$ olur. Buradan $\frac{AP}{BP}=\frac{3}{2\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$ çıkar.

36. PAB ikizkenar üçgeninin ($|PA|=|PB|$) PA kenarına A noktasında teğet olan çember ile, PB kenarına B noktasında teğet olan çember C ve D noktasında kesişmektedir. $|AC|=3$, $|AD|=4$, $|CB|=2$ ise $|BD|$ nedir? ($\frac{8}{3}$)

Çözüm:
P noktasından çemberlere çizilen teğetler eşit olduğu için P çemberlerin kuvvet ekseni üzerindedir. Bu nedenle P, C, B doğrusaldır. Bu durumda $\angle PAC=\angle PDA$ olduğundan $PAC\approx PDA$, benzer şekilde $PBC\approx PDB$ olur.



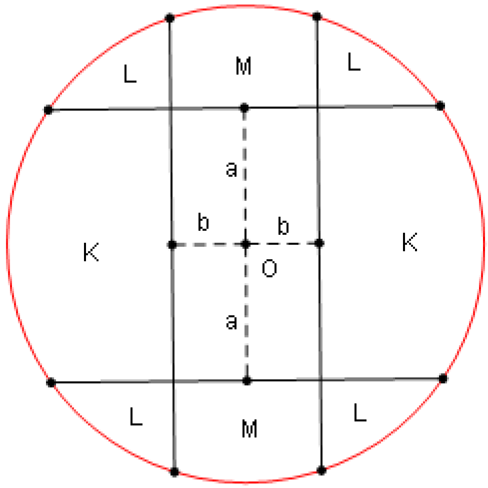
Buradan $\frac{PC}{PA}=\frac{3}{4}$ ve $\frac{PC}{PB}=\frac{2}{BD}$. Dolayısıyla $BD=\frac{8}{3}$ olur.

37. $A_1A_2\cdots A_n$ düzgün n -geninin dışına doğru A_1A_2B eşkenar üçgeni kuruluyor. A_n , A_1 ve B bir düzgün çokgenin ardışık köşeleri ise n nin alabileceği en büyük değer nedir? (42)

Çözüm:
Ya $\angle A_nA_1B=\angle A_nA_1A_2+\angle A_2A_1B$ ya da $\angle A_nA_1B=360-(\angle A_nA_1A_2+\angle A_2A_1B)$ olacaktır. n -genin iç açısı $180°-\dfrac{360°}{n}$ olduğundan $\angle A_nA_1B=240°-\dfrac{360°}{n}$ ya da $\angle A_nA_1B=120°+\dfrac{360°}{n}$ olacaktır. Bahsi geçen çokgen x kenarlı ise $\angle A_nA_1B=180°-\dfrac{360°}{x}$ olduğundan $n=\dfrac{6x}{x+6}=6-\dfrac{36}{x+6}$ ya da $n=\dfrac{6x}{x-6}=6+\dfrac{36}{x-6}$ çıkacaktır. $x=7$ için n en büyük değerini alacağından cevap 42 çıkar.

38. Çemberin merkezinden a uzaklıktaki kiriş ile b uzaklıktaki kiriş çemberin iç bölgesinde dik kesişerek çemberi saat yönünde alanları A , B , C ve D olan dört bölgeye ayırmaktadır. $|A+C-B-D|$ nin a ve b cinsinden değeri nedir? ($4ab$)

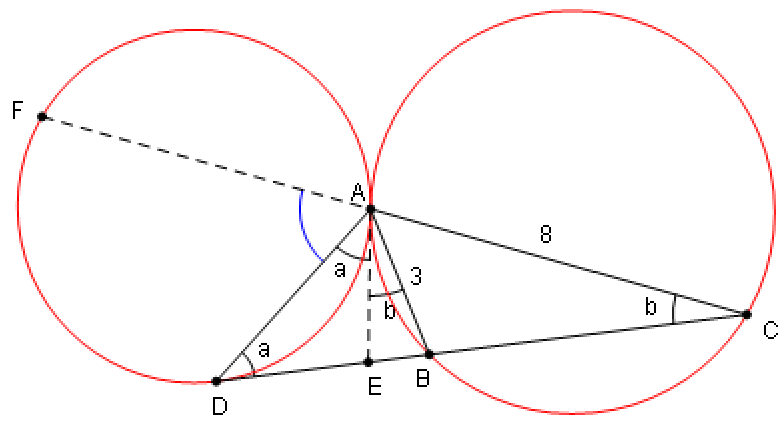
Çözüm:
Kirişlerin çemberin kirişlere paralel olan çaplarına göre simetriklerini alalım. Bu durumda simetrik bir şekil elde edeceğiz.



$A=L+M$, $B=L$, $C=K+L$, $D=K+L+M+4ab$ olacağından
$|A+C-B-D|=|(L+M)+(K+L)-(L)-(K+L+M+4ab)|=4ab$ olacaktır.

39. ABC üçgeninde kenarlar arasında $|AB|:|AC|=3:8$ bağıntısı vardır. ABC üçgeninin çevrel çemberine A noktasında dıştan teğet olan çember BC doğrusuna da D noktasında teğettir. Buna göre $|DB|/|BC|$ nedir? ($\dfrac{3}{5}$)

Çözüm:
Ortak içteğet BC yi E de kessin. AC de çemberi F de kessin.

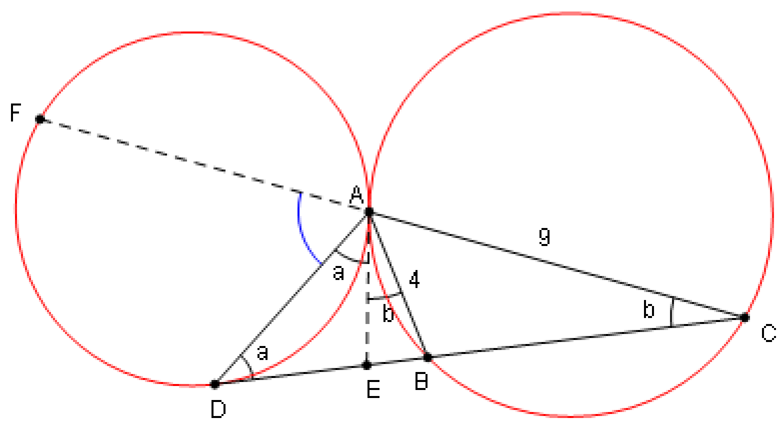


$\measuredangle DAE = \measuredangle ADE = \alpha$, $\measuredangle EAB = \measuredangle ACB = \beta$ olduğundan $\measuredangle FAD = \alpha + \beta = \measuredangle DAB$ olacaktır. Bu durumda ABC üçgeninde AD BAC açısının dış açıortayı olur. Dış açıortay teoreminden $\dfrac{AB}{AC} = \dfrac{BD}{DC} = \dfrac{3k}{8k} \Rightarrow BC = 5k$ ve $\dfrac{BD}{BC} = \dfrac{3}{5}$ olacaktır.

40. ABC üçgeninin çevrel çemberine A noktasında dıştan teğet olan çember BC doğrusuna da D noktasında teğettir. $|AB| = 4$, $|AC| = 9$, $|DB| = 8$ olduğuna göre $|AD|$ nedir? ($6\sqrt{3}$)

Çözüm:

$\measuredangle DAE = \measuredangle ADE = \alpha$, $\measuredangle EAB = \measuredangle ACB = \beta$ olduğundan $\measuredangle FAD = \alpha + \beta = \measuredangle DAB$ olacaktır. Bu durumda ABC üçgeninde AD BAC açısının dış açıortayı olur. Dış açıortay teoreminden

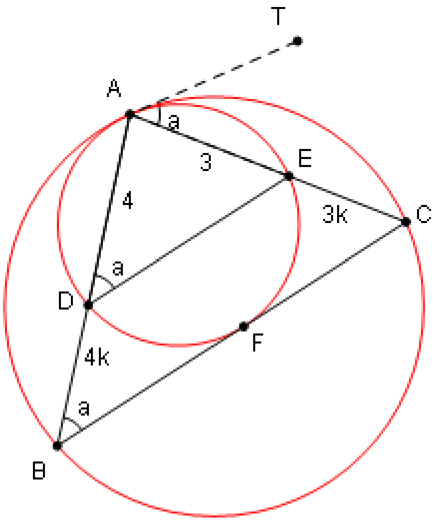


$\dfrac{AB}{AC} = \dfrac{BD}{DC} \Rightarrow \dfrac{4}{9} = \dfrac{8}{CD} \Rightarrow CD = 18$. Dış açıortay teoreminden ya da Stewart teoreminden $AD^2 = 8 \cdot 18 - 4 \cdot 9 = 108 \Rightarrow AD = 6\sqrt{3}$.

41. ABC üçgeninin çevrel çemberine A noktasında teğet olan çember, $[BC]$ kenarına F noktasında teğet olup, $[AB]$ ve $[AC]$ kenarlarını D ve E noktalarında ikinci kez kesmektedir. $|AD| = 4$ ve $|AE| = 3$ ise $|BF| : |FC|$ nedir? ($\dfrac{4}{3}$)

Çözüm:

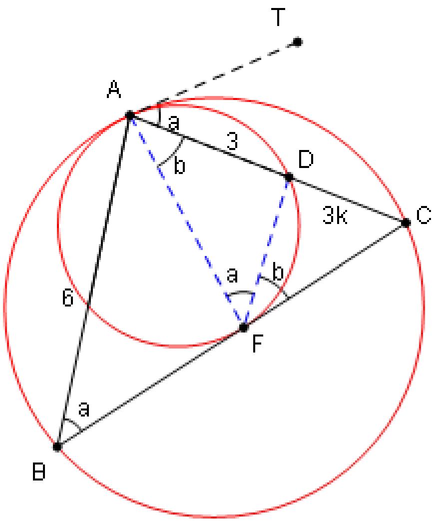
AT ortak teğet olsun. $\angle EAT = \angle EDA = \angle CBA = \alpha$ olduğundan $DE \,//\, BC$ elde edilir. $BD = 4\text{k}$ ise $EC = 3\text{k}$, $BF^2 = 4\text{k}(4\text{k}+4)$, $CF^2 = 3\text{k}(3\text{k}+3)$ olacağından



$\frac{BF}{CF} = \sqrt{\frac{4\text{k}(4\text{k}+4)}{3\text{k}(3\text{k}+3)}} = \frac{4}{3}$ olur.

42. ABC üçgeninin çevrel çemberine A noktasında teğet olan çember, $[BC]$ kenarına F noktasında teğet olup, $[AC]$ kenarını D noktasında ikinci kez kesmektedir. $|AB| = 6$ ve $|AD| = 3$ ise $|AF|$ nedir? ($3\sqrt{2}$)

Çözüm:
AT ortak teğet olsun. $\angle DAT = \angle DFA = \angle CBA = \alpha$ ve $\angle DAF = \angle DFC = \beta$ olduğundan $\angle BAF = \angle CFA - \angle FBA = \beta$ çıkar. Bu durumda $A.A.A.$ dan $DAF \approx FAB$ olur.



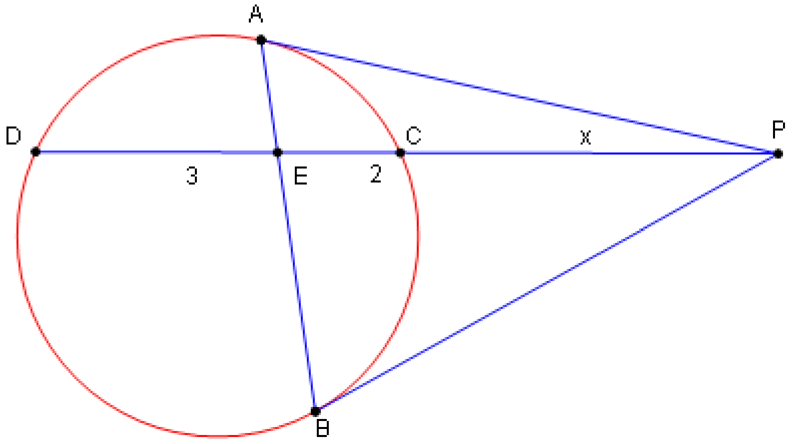
Son olarak $\frac{AF}{AB} = \frac{AD}{AF}$ olduğundan $AF = \sqrt{3 \cdot 6} = 3\sqrt{2}$ elde edilir.

43. C ve D noktalarından geçen çembere $[DC$ üzerindeki P noktasından çizilen teğetler çembere A ve B noktalarında dokunmaktadır. $AB \cap CD = \{E\}$ olmak üzere; $|DE| = 3$, $|EC| = 2$ ise $|PC|$ nedir? (10)

Çözüm:

Stewart'ın özel halinden $AP^2 = AE \cdot EB + PE^2$

$AE \cdot EB = 6$, $AP^2 = BP^2 = x(x+5)$, $PE^2 = (x+2)^2$

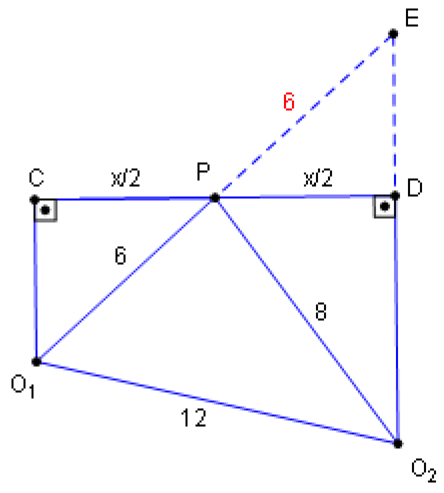


Bu durumda $x(x+5) = 6 + (x+2)^2 \Rightarrow x^2 + 5x = x^2 + 4x + 10 \Rightarrow x = 10$ çıkar.

44. Yarıçapları 6 ve 8 olan ve P noktasından geçen iki çemberin merkezleri arasındaki uzaklık 12 dir. Bu iki çemberin P den geçen ve doğrusal olan eşit uzunluktaki kirişlerinin uzunluğu nedir? ($\sqrt{130}$)

Çözüm:

6 yarıçaplı çemberin merkezi O_1 , 8 yarıçaplı çemberin merkezi O_2 , bahsi geçen kirişler ise AP ve BP olsun. Merkezlerden bu kirişlere dikmeler indirdiğimizde $O_1 O_2 DC$ dik yamuğunu elde edelim.



O_1P ile O_2D E de kesişsin. $O_1P = PE = 6$ olacağından kenarortay teoreminden $O_2E^2 + O_1O_2^2 = 2\left(O_1P^2 + O_2P^2\right) \Rightarrow$ $O_2E = \sqrt{56}$ bulunur.

$$\left[O_1O_2P\right] = \left[O_2PE\right] = \frac{PD \cdot O_2E}{2} = \frac{\frac{x}{2} \cdot \sqrt{56}}{2} = \frac{x\sqrt{14}}{2}$$ ve

$\left[O_1O_2P\right] = \sqrt{13 \cdot (13-12) \cdot (13-8) \cdot (13-6)} = \sqrt{455}$. Buradan da $x = \sqrt{130}$ çıkar.

45. Tabanı BC olan ABC ikizkenar üçgenin tabana ait yüksekliği üzerinde $\angle BDC = 3\angle BAC$ olacak şekilde D noktası alınıyor. $|AD| = 10$ ve $|DM| = 1$ ise ABC üçgeninin çevresi nedir? ($11 + 11\sqrt{5}$)

46. $ABCD$ dikdörtgeninde M , $[BC]$ kenarı üzerinde, N de $[CD]$ kenarı üzerinde $[ABM] = 3$, $[CMN] = 4$, $[ADN] = 5$ şartını sağlayan noktalar ise $[AMN]$ nedir? ($2\sqrt{21}$)

47. Çeşitkenar ABC üçgeninde D $[AC]$ üzerinde, E de $[AB]$ üzerinde $\angle EDB = \angle BCD$ şartını sağlayan noktalardır. $|BC| = |AD| = 2$, $|AE| = |DC| = 1$ ise $|EB|$ nedir? (3)

48. ABC üçgeninde D $[AC]$ üzerinde, E de $[AB]$ üzerinde $\angle EDB = \angle BCD$ şartını sağlayan noktalardır. x ve y tam sayılar olmak üzere; $|AD| = 2$, $|AE| = |DC| = 1$, $|BC| = x$, $|BE| = y$ şartını sağlayan kaç farklı (x, y) sıralı ikilisi vardır? (2)

49. ABC üçgeninde BD ve CE iç açıortaylar, E nin BD ye göre simetriği E' , D nin CE ye göre simetriği D' olsun. ED' ile BD F de kesişmekte olup, E' noktası $FD\{D'$¿ üçgeninin dış merkezi ise $\angle A$ nedir? (96)

50. ABC üçgeninde BD ve CE dış açıortaylar, E nin BD ye göre simetriği E' , D nin CE ye göre simetriği D' olsun. ED' ile BD F de kesişmekte olup, E' noktası $FD\{D'$¿ üçgeninin dış merkezi ise $\angle A$ nedir? (24)

51. ABC üçgeninde BD ve CE iç açıortaylar olmak üzere; $\angle BDE = 24°$, $\angle CED = 18°$ ise $\angle ABC$ nedir? (12)

52. ABC üçgeninde BD ve CE dış açıortaylar olmak üzere; $\angle BDE = 84°$, $\angle CED = 18°$ ise $\angle ABC$ nedir? (48)

53. 10 kovboy arasında gerçekleşen bir düelloda, işaret verildikten sonra, her kovboy kendisine en yakın olan kovboylardan birine ateş ediyor. Buna göre en az kaç kovboy vurulmuş olabilir? (2)

54. Aralarındaki uzaklıklar birbirinden farklı olan 10 kovboy arasında gerçekleşen bir düelloda, işaret verildikten sonra, her kovboy kendisine en yakın olan kovboya ateş ediyor. Buna göre en az kaç kovboy vurulmuş olabilir? (3)

55. ABC dik üçgeninde AH hipotenüse ait yükseklik olsun. ABH üçgeninin içteğet çemberi AB kenarına D noktasında, ACH üçgeninin içteğet çemberi AC kenarına E noktasında teğet olsun. $|AD| = 9$, $|AE| = 8$ ise ABC üçgeninin içteğet çemberinin yarıçapı nedir? (5)

56. ABC dik üçgeninde AH hipotenüse ait yükseklik olsun. ABH üçgeninin içteğet çemberi AB kenarına D noktasında, ACH üçgeninin içteğet çemberi AC kenarına E noktasında teğet olsun. $|AE| \cdot |AD| = 72$ ise $|AH|$ nedir? (12)

57. ABC dik üçgeninde AH hipotenüse ait yükseklik olsun. ABH üçgeninin içteğet çemberi AB kenarına D noktasında, ACH üçgeninin içteğet çemberi AC kenarına E

noktasında teğet olsun. $|BD|=6$, $|CE|=12$ ise ABC üçgeninin içteğet çemberinin yarıçapı nedir? (5)

58. ABC dik üçgeninde AH hipotenüse ait yükseklik olsun. ABH üçgeninin içteğet çemberi AB kenarına D noktasında, ACH üçgeninin içteğet çemberi AC kenarına E noktasında teğet olsun. $|BD|=6$, $|AE|=8$ ise ABC üçgeninin içteğet çemberinin yarıçapı nedir? (5)

59. $ABCD$ dörtgeninde B ve C açılarına ait içaçıortaylar $[AD]$ üzerindeki E noktasında kesişmektedir. $|AB|=|AE|=13$, $|DC|=|DE|=15$ ve $[BCE]=84$ ise $|CE|$ nedir? ($6\sqrt{5}$)

60. $ABCD$ ikizkenar yamuğunda ($AB \mathbin{/\mkern-3mu/} DC$) K köşegenlerin kesişim noktası, $[BC]$ nin orta noktası da E olsun. K dan geçen AB ye paralel olan doğru $[BC]$ yi F de kestiğine göre, $AF \cap DE=\{G\}$, $|AB|=5$, $|CD|=1$ ise $\dfrac{|DG|}{|FG|}$ nedir? (3)

61. ABC üçgeninde A açısına ait iç açıortay doğrusu üçgeni ikinci kez N de, üçgenin çevrel çemberini de ikinci kez M de kesiyor. K ve L , N den kenarlara indirilen dikmelerin ayakları olduğuna göre, $|AB|=5$, $|AC|=7$, $|BC|=8$ ise $[AKML]$ nedir? ($10\sqrt{3}$)

62. ABC üçgeninde D $[AC]$ üzerinde, E de $[AB]$ üzerinde $|AE|=3$, $|EB|=5$, $|AD|=\dfrac{24}{5}$ şartını sağlayan noktalardır. F EC ile BD nin kesişimi olmak üzere; $BEDC$ ve $ADFE$ birer kirişler dörtgeni ise $[ABC]$ nedir? (16)

63. $ABCD$ kirişler dörtgeninde köşegenlerin kesişim noktası E olsun. AEB üçgeninin çevrel çemberi AD ve BC yi sırasıyla F ve G de kestiğine göre, $|DE|=4$, $|EC|=2$ ise $\dfrac{|EF|}{|FG|}$ nedir? (1)

64. S_1 ve S_2 çemberleri A ve B noktalarında kesişiyor. P S_2 üzerinde S_1 dışında bir nokta olmak üzere; AP S_1 i C de, BP S_1 i D de, BC S_2 yi E de kesiyor. $|AC|=4$, $|CP|=5$ ise $|AE|\cdot|AD|$ nedir? (6)

65. Dışbükey $ABCD$ dörtgeninde $\angle ABD=30°$, $\angle BAC=20°$, $\angle CAD=80°$, $\angle ACD=40°$ ise $\angle ACB$ nedir? (100)

66. ABC üçgeninin içteğet çemberi BC ye E de dokunuyor. $[BC]$ ye ait kenarortay içteğet çemberin $[DE]$ çapını F de kestiğine göre, $Çevre(ABC)=7\cdot|BC|$ ise $\dfrac{|DF|}{|FE|}$ nedir? ($\dfrac{5}{7}$)

67. $B\in[AC]$ olmak üzere; $[AC]$ çaplı yarım çemberin içerisine $[AB]$ ve $[BC]$ çaplı yarım çemberler çiziliyor. $[AB]$ çaplı yarım çemberin B den geçen teğeti $[AC]$ çaplı yarım çemberi D de kesiyor. $[AB]$ ve $[BC]$ yarım çemberlerin ortak dış teğet doğrusu çemberlere sırasıyla E ve F de dokunuyor. $|AB|=1$, $|BC|=3$ ise $\dfrac{[DEF]}{[AEFC]}$ nedir? ($\dfrac{3}{13}$)