

11. $x^3 + 2 = 3y$, $y^3 + 2 = 3z$, $z^3 + 2 = 3w$, $w^3 + 2 = 3x$ eşitliklerini sağlayan kaç (x, y, z, w) gerçel sayı dördlüsü vardır?
a) 8 b) 5 c) 3 d) 1 e) Hicbiri

Çözüm:

$x^3 + 2 = 3y \Rightarrow X^3 \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow x \equiv 1 \pmod{3}$ denklemler simetrik olduğundan $x=y=z=w \equiv 1 \pmod{3}$ 'tür. O zaman x, y, z, w 'nin alacağı değerler:

.... -5, -2, 1, 4, 7, 10... dur.

$x=1$ verirsek $(x,y,z,w)=(1,1,1,1)$ olur.

$x=-2$ verirsek $(x,y,z,w)=(-2,-2,-2,-2)$ olur.

$x=4$ verirsek $y=22, z=3550, w=14912958334$ olur böylece 4üncü denklem sağlanmaz. $x>4$ için de w çok büyük bir değer olur ve 4. Denklem sağlanmaz.

$x<-2$ için de w çok küçük bir değer alır. Ve yine 4. Denklem sağlanmaz. O zaman sadece 2 gerçel sayı dördlüsü vardır. Bunlar $(1,1,1,1)$ ve $(-2,-2,-2,-2)$ dir. cevap E