XVII. ULUSAL ANTALYA MATEMATİK OLİMPİYATI
İKİNCİ AŞAMA SINAV SORULARI

LİSE 1 | 5 Mayıs 2012 | LİSE 1

---

1. a, b ve c pozitif sayılarının herhangi ikisinin toplamı üçüncüden büyük olsun. Eğer

$$c^2 < \frac{1}{5}\left(a^2 + b^2\right)$$

ise, c'nin bu sayılar içinde en küçük olduğunu gösteriniz.

---

2. Pozitif $a_1, a_2, ..., a_9$ sayıları,

$$\frac{a_1}{a_2}\cdot\frac{1}{a_1+a_2}+\frac{a_2}{a_3}\cdot\frac{1}{a_2+a_3}+\cdots+\frac{a_8}{a_9}\cdot\frac{1}{a_8+a_9}+\frac{a_9}{a_1}\cdot\frac{1}{a_9+a_1}=1001$$

eşitliğini sağlıyor. Buna göre,

$$A=\frac{a_9}{a_8}\cdot\frac{1}{a_9+a_8}+\frac{a_8}{a_7}\cdot\frac{1}{a_8+a_7}+\cdots+\frac{a_2}{a_1}\cdot\frac{1}{a_2+a_1}+\frac{a_1}{a_9}\cdot\frac{1}{a_1+a_9}$$

ifadesinin değerini bulunuz.

---

3. a ve b farklı pozitif tamsayılar olsun. O halde, OBEB$(a+n; b+n) = 1$ olacak şekilde sonsuz çoklukta pozitif ve tam n sayılarının varlığını gösteriniz.

---

4. a, b ve c pozitif sayılar olmak üzere,

$$A=\frac{a+b+c}{3};\quad G=\sqrt[3]{abc};\quad K=\sqrt[3]{\frac{a^3+b^3+c^3}{3}}$$

ortalamaları için

$$8\,(A-G)\geq K-A$$

eşitsizliğinin sağlandığını gösteriniz.

---

5. ABC üçgeninde $|AC| > |AB|$ olsun. [BA ışını üzerinde M noktası ve $[CA$ ışını üzerinde N noktası $|BM| = |CA|$ ve $|CN| = |BA|$ olacak şekilde alınmıştır. MN doğrusu, $[BC]$ kenarının orta dikmesi ile P noktasında kesişiyorsa, $B\widehat{P}C + B\widehat{A}C = 180^\circ$ olduğunu gösteriniz.

NOT : i) Size asıl çözümlerin olacağı 5 kağıt ve karalamaları yapacağınız 5 kağıt verilmiştir. Karalamalar sizde kalacaktır. Lütfen, asıl çözümü yapacağınız kağıtların üzerine adınızı, soyadınızı ve sınıfınızı yazınız.
ii) Asıl çözümlerinizi anlaşılır ve açıklayıcı bir biçimde yazınız. Bir kağıtta, 1'den fazla çözüm yapmayınız. Ek kağıt isteyebilirsiniz.
iii) Sınav süresi 3.5 saattir.

BAŞARILAR