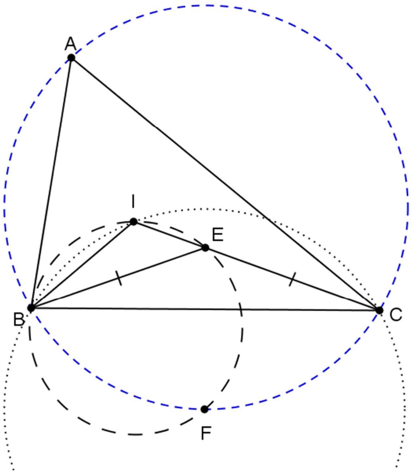
Problem[H.İ.AYANA]: I $\triangle ABC$ üçgeninin içteğet çemberinin merkezi olmak üzere $[IC]$ doğru parçası üzerinden bir E noktası alınıyor öyle ki $|BE| = |EC|$ dir. $\triangle BIE$ üçgeninin çevrel çemberi ile $\triangle ABC$ üçgeninin çevrel çemberi B den farklı bir F noktasında kesişsinler. F noktasının $\triangle IBC$ üçgenin çevrel çemberinin merkezi olduğunu ispatlayınız.



Çözüm[H.İ.AYANA]: $\angle BAC = 2\alpha$ dersek I $\triangle ABC$ üçgeninin içteğet çemberinin merkezi olduğundan $\angle BIC = 90^\circ + \alpha$ olur. B-I-F-E çembersel olduğundan $\angle BFE = 90^\circ - \alpha$ dır.A-B-F-C çembersel olduğundan $\angle EFC = 90^\circ - \alpha$ dır. Bu durumda BECF dörtgeni kirişler dörtgeni veya deltoidtir. Kirişler dörtgeni olamıyacağını gösterelim .BECF kirişler dörtgeni olsun .Bu durumda $\angle BEC = 2\alpha$ dır. Bu ise mümkün değildir.(neden?).O halde BECF deltodittir.Bu durumda $EF \perp BC$ dir. $\angle ECB = \beta$ dersek $\angle FEC = 90^\circ - \beta$ ve $\angle BEI = 2\beta$ olur. . B-I-F-E çembersel olduğundan $\angle IFB = 2\beta$ ve $\angle IBF = 90^\circ - \beta$ olur.

Açılar dikkate alındığında $|BF| = |IF|$ olduğu görülür . Ayrıca $\angle IFB = 2\angle ICB$ olduğundan F noktası $\triangle BIC$ üçgeninin çevrel çemberinin merkezidir.