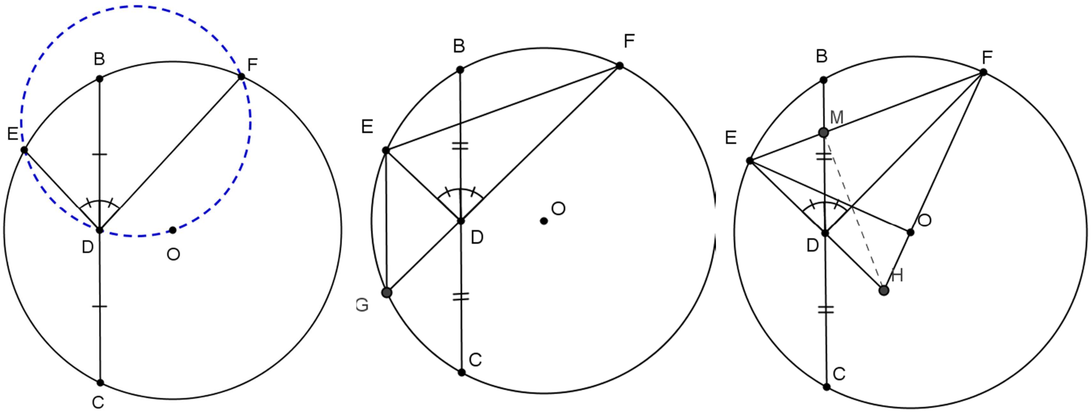
Problem1: O merkezi bir çemberin çapdan farklı herhangi bir BC kirişinin orta noktası D olsun . Çember üzerinden B ve C noktalarından f arklı E ve F noktaları alınsın öyleki $\angle EDB = \angle FDB$ dir.Buna göre aşağıdaki özellikleri ispatlayınız.

a) E-D-O-F noktalarının çemberseldir.

b)$[FD$ çemberi G de kessin . $EG \parallel BC$

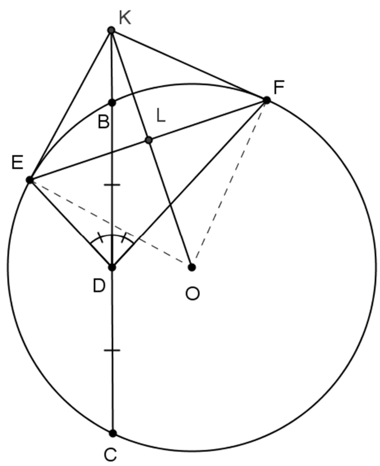
c)$[EF$ ile $[BD$ M de , $[ED$ ile $[FO$ K da kesişsin . FD,EO ve MK bir noktada kesişirler.



a) **b)** **c)**

Çözüm[H.İ.AYANA]:

a)O çemberin merkezi olduğundan $|OE| = |OF|$ ve $|EF|$ nin orta noktası L olmak üzere $OL \perp EF$ dir. $[OL$ ile $[BD$ K noktasında kesişsinler. Bu durumda $|KE| = |KF|$ olur. $\angle EDB = \angle FDB$ ve $|KE| = |KF|$ olduğundan K-E-D-F çemberseldir. Ayrıca $|KE| = |KF|$ ve O çemberin merkezi olduğundan E ve F çemberin teğet noktları olup $\angle OEK = \angle OFK = 90^\circ$ olur. $\angle OEK + \angle OFK = 180^\circ$ olduğundan E-O-F-K çemberseldir. Her iki çembersellikten E-D-O-F nin çembersel olduğu anlaşılır.

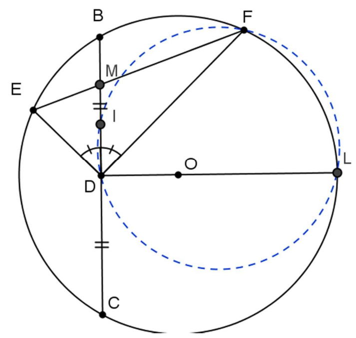


b)a şıkkından E-D-O-F nin çembersel olduğunu biliyoruz. Bu durumda $2\angle EDB = \angle EOF$ dir. Ayrıca çevre açı merkez açı ilişkisinden $2\angle EGF = \angle EOF$ olur.

Her iki eşitlikten $\angle EDB = \angle EGF$ elde edilir. Buda $EG \parallel BC$ olduğunu söyler.

c)O çemberin merkezi ve D BC nin orta noktası olduğundan $OD \perp BC$ dir. Bu durumda DO $\angle FDH$ nın açıortayıdır. $\triangle EDF$ ve $\triangle FDH$ üçgenlerinde içaçıortay teoremini uygularsak sırasıyla $\frac{ED}{FD} = \frac{EM}{MF}$ ve $\frac{DH}{FD} = \frac{OH}{OF}$ bulunur. Bu iki eşitliği oranlarsak; $\frac{ED}{DH} = \frac{EM.OF}{MF.OH} \Rightarrow EM.OF.DH = MF.OH.ED$ olup ceva teoreminin karşıtı gereği FD,EO ve MK noktadaştır.

Problem2: O merkezi bir çemberin çapdan farklı herhangi bir BC kirişinin orta noktası D olsun . Çember üzerinden B ve C noktalarından f arklı E ve F noktaları alınsın öyleki $\angle EDB = \angle FDB$ dir. $\triangle EDF$ üçgeninin içteğet çemberin merkezi I olsun. $[DO$ çemberi L kesssin. F-I-D-L nin çembersel olduğunu ispatlayınız.

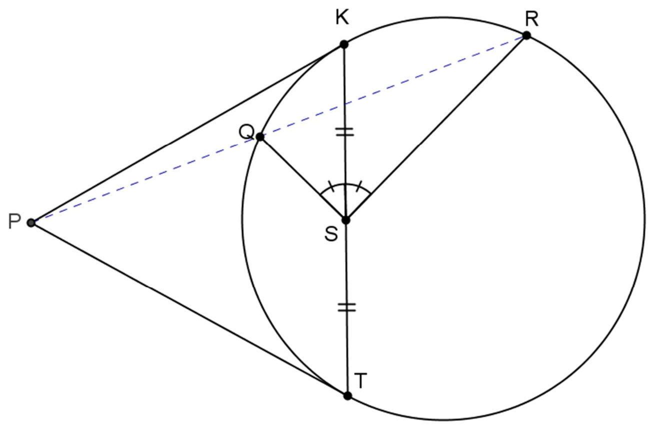


Çözüm[H.İ.AYANA]:

a) İlk olarak E-I-L nin doğrusal olduğunu göstereceğiz. $\angle EDO = 2\alpha$ olsun. Problem-1 in **a** şıkkından dolayı $\angle EFD = 2\alpha$ olur. O merkez olduğundan $\triangle OEL$ ikizkenar üçgen olup $\angle ELO = \angle OEL = \alpha$ dır. DM açıortay olduğundan $I \in DM$ dir.EL DM yi T de kessin. $OD \perp BC$ olduğundan $\angle LTD = 90 - \alpha$ ve $\angle ETD = 90^\circ + \alpha$ dır. $\angle EFD = 2\alpha$, $\angle ETD = 90^\circ + \alpha$ ve $I \in DM$ olduğundan T ile I çakışık olup E-I-L nin doğrusal dır.Şimdi asıl problemimize dönelim . $\angle EDF = \angle FDB = \alpha$ olsun. I $\triangle EDF$ üçgeninin içteğet çemberin merkezi olduğundan $\angle EIF = 90 + \beta$ olur. E-I-L nin doğrusal olduğundan

$\angle DIL = 90^\circ - \alpha$ dır. Ayrıca $OD \perp BC$ olduğundan $\angle FDL = 90^\circ - \alpha$ dır. $\angle DIL = \angle FDL$ olduğundan F-I-D-L nin çemberseldir.

Problem3[E.Erdoğan]: Bir çembere üzerindeki K ve L noktalarından çizilen teğetler P noktasında kesişsin .[KT] nin orta noktası S olmak üzere çember üzerinde alınan Q ve R noktaları için $\angle QSK = \angle RSK$ ise P-Q-R nin doğrusal olduğunu gösteriniz.



Çözüm:Çemberin merkezi O olsun Problem -1 in a şıkkından dolayı Q-S-T-R çemberseldir. K ve T teğet noktaları olduğundan P-S-O doğrusaldır. O merkez

ve K teğet noktası olduğundan $OK \perp PK$ dir. $OD \perp BC$ olduğundan KSO üçgeninin çevrel çemberinin merkezi OK üzerindedir. Ayrıca $OK \perp PK$ olduğundan PK bu çembere K da teğettir. Bu durumda P noktasının KSO üçgeninin çevrel çemberine ve Q-S-T-R noktalarından geçen çembere göre kuvvetleri eşit olduğundan P-Q-R doğrusaldır.