DÖRTGENLERDE VAN AUBEL TEOREMİ ve İSPATI

Bu yazıda Van Aubel'in dörtgenler için vermiş olduğu teoremden bahsedeceğiz. İlerleyen zamanlarda matematikçiler bu teoremin genel hallerini bulmuşlardır. Faydalı olması dileğiyle, iyi çalışmalar …

L. Gökçe

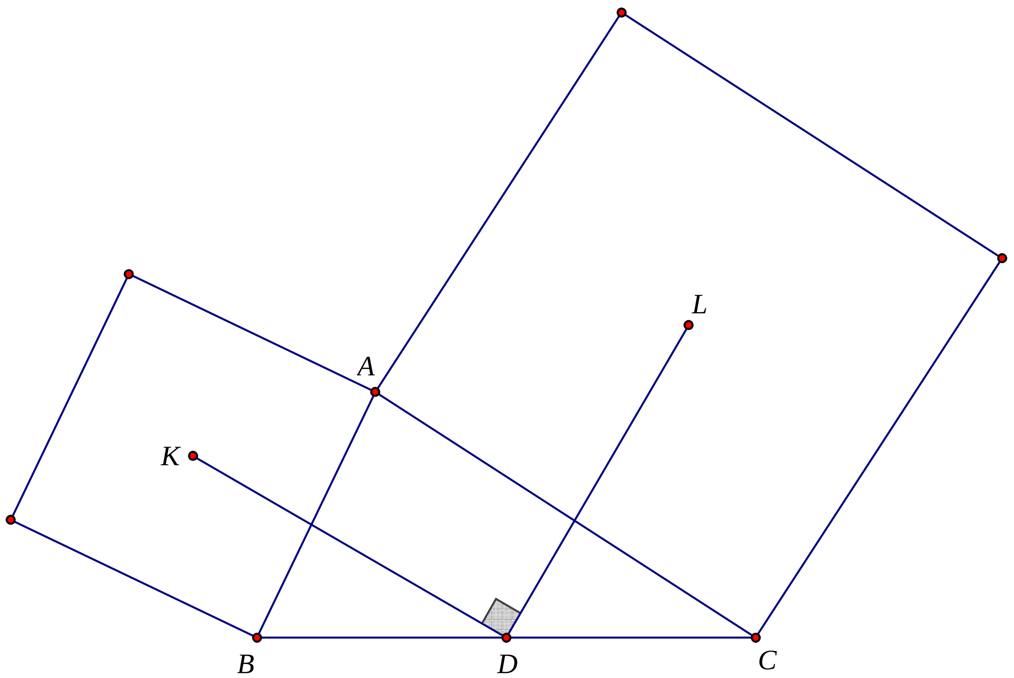
Van Aubel Teoremi: Düzlemde herhangi bir dörtgende kenarların üzerine dışa doğru kareler çizilsin. Bu durumda

a) Karşılıklı olarak bu karelerin merkezlerini birleştiren doğrular dik kesişir.

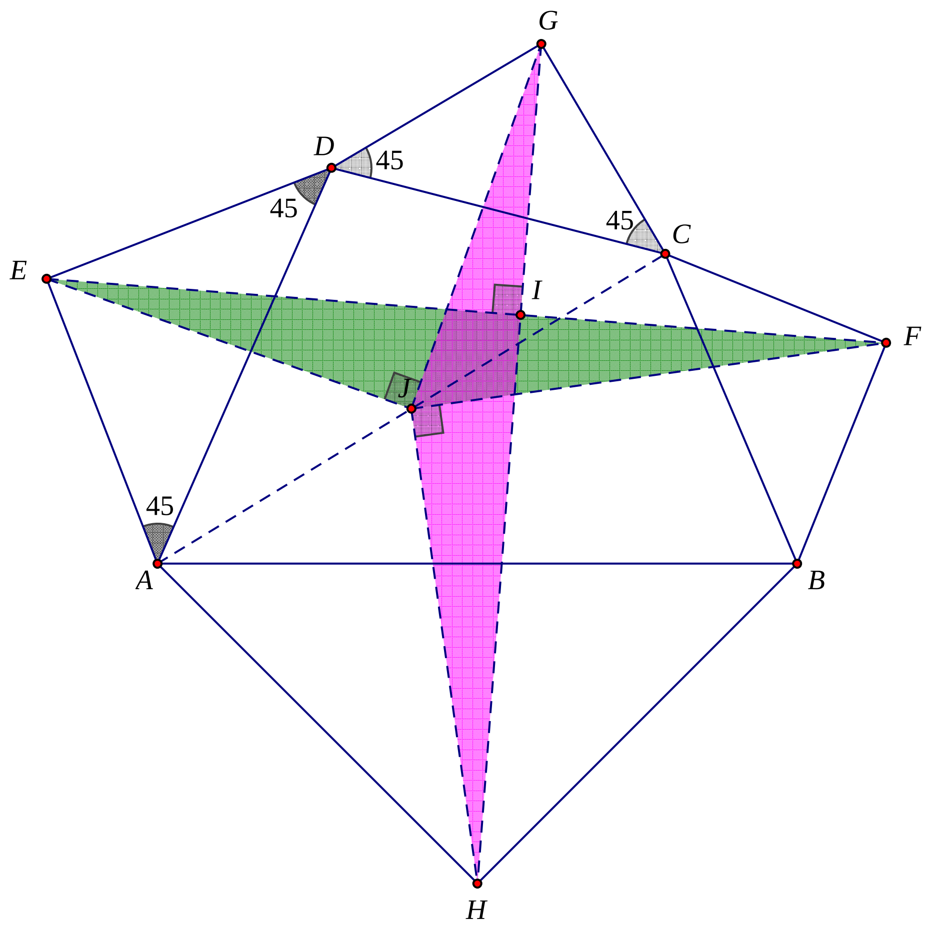
b) Karşılıklı olarak karelerin merkezlerini birleştiren doğru parçaları eşit uzunlukladır.

Birazdan bu teoremin iyi bilinen ve sade bir ispatını vereceğiz. Fakat bundan önce bir yardımcı teoremi ispatsız olarak ifade edelim:

Yardımcı Teorem: Herhangi bir ABC üçgeninin $[AB]$, $[AC]$ kenarları üzerine dışa doğru çizilen karelerin merkezleri K, L olsun. $[BC]$ nin orta noktası D ise, $\angle KDL = 90^o$ ve $|KD| = |LD|$ dir.



Van Aubel Teoremi'nin İspatı: Aşağıdaki şekli takip edelim. *ABCD* dörtgeninin kenarları üzerine dışa doğru çizilen karelerin merkezleri *E*, *F*, *G*, *H* olsun. $|EF| = |GH|$ ve $EF \perp GH$ olduğunu göstereceğiz. [*AC*] köşegeninin orta noktası *J* olsun. *ABC* ve *ADC* üçgenlerinde yardımcı teoremi uygularsak $|EJ| = |JG|$, $|HJ| = |JF|$, $\angle EJG = 90^o$, $\angle HJF = 90^o$ olarak bulunur. Dolayısıyla $\angle EJF = \angle GJH$ olup $EJF \cong GJH$ (K – A – K eşliği) elde edilir. $|EF| = |GH|$ ve $\angle EFJ = \angle GHJ$, $\angle FEJ = \angle HGJ$ açı eşitlikleri vardır. Bu açı eşitlikleri kullanılarak $EF \perp GH$ olduğu kolayca görülebilir. İsterseniz *EJF* üçgenini, *GJH* üçgeninin *J* noktası etrafında 90^o döndürülmesiyle elde edilmiş gibi de düşünebilirsiniz.



Kaynaklar:

1) www.agutie.homestead.com

2) www.geomania.org

3) Matematik olimpiyatı ders notları, *L. Gökçe*